

KHOA HỌC VÀ TRIẾT HỌC HỖ LẬP CỔ ĐẠI

ALAN
C. BOWEN



NHÀ XUẤT BẢN VĂN HÓA THÔNG TIN

KHOA HỌC VÀ TRIẾT HỌC
HY LẠP CỔ ĐẠI

ALAN C. BOWEN

**KHOA HỌC VÀ TRIẾT HỌC
HY LẠP CỔ ĐẠI**

Bản dịch:

Trung tâm dịch thuật

Lê Sơn hiệu đính.

NHÀ XUẤT BẢN VĂN HÓA THÔNG TIN

Lời nói đầu

Đây là một tập hợp các bản tham luận chưa xuất bản trước đây, bắt nguồn từ hội thảo về “Tác dụng tương hỗ giữa khoa học và triết học ở Hy Lạp thế kỷ V và IV trước Công nguyên” do Viện Nghiên cứu Triết học và Khoa học Cổ đại tổ chức vào năm 1986. Hội thảo này được xem như bước đầu trong hành trình khám phá, nhằm tiếp sinh khí cho công tác nghiên cứu về lịch sử triết học và khoa học Hy Lạp cổ đại. Bởi vì có một sự thật đáng buồn trong hoạt động học thuật ngày nay, chính sự chuyên môn hóa luôn tạo ra và thúc đẩy việc phân chia giữa các môn học liên quan với một chủ đề hay một thời kỳ chung, mà chỉ có một ít học giả cố gắng khắc phục được. Khuynh hướng này đặc biệt thể hiện rõ trong lịch sử tư tưởng Hy Lạp cổ đại. Bấy giờ, công việc của các nhóm học thuật khác nhau như các nhà nghiên cứu lịch sử triết học, lịch sử khoa học chính xác, lịch sử sinh vật học, và lịch sử y học thường mang tính ganh đua. Họ nghiên cứu về lĩnh vực này và không trao đổi thông tin với các nhóm thuộc lĩnh vực khác. Đây chính là một thách thức cho việc bắt đầu lại từ đầu. Hơn nữa, theo suy nghĩ của người Hy Lạp cổ đại thế kỷ V và IV trước CN, đối diện với thách thức bắt đầu lại từ đầu đồng nghĩa với việc tận dụng thành quả của chuyên môn hóa nhưng không quên tiến hành nghiên cứu về các môn học liên ngành, bởi lẽ các nhà khoa học và các nhà triết học thường là một và đều giống nhau. Tuy nhiên, phán xét các câu chuyện mang tính ganh đua như thế

để đưa ra một cách giải thích đơn nhất, có khả năng thuyết phục cao không phải là việc đơn giản, vì điều này đòi hỏi một sự đánh giá xác thực về các vấn đề đặt ra trong các môn học khác nhau, các chuyên ngành phụ, sự cần thiết nắm bắt thông tin có liên quan và sử dụng các luận chứng thế nào để có kết quả. Trên thực tế, dựa trên ý kiến về mặt chuyên môn là cần thiết, song nhiều việc dường như không thể tự giải quyết được. Vì thế, điều chúng tôi đề nghị chính là khuyến khích sự cộng tác. Để làm được điều này, chúng ta cần phải kết hợp các nhà nghiên cứu lịch sử hàng đầu về triết học Hy Lạp cổ đại, các môn khoa học chính xác khác nhau, khoa học về sự sống và y học tập trung về ba chủ đề sau:

(a) Các nhà khoa học và triết học Hy Lạp đã định nghĩa và phân chia ranh giới các ngành khoa học cụ thể trong thế kỷ V và IV trước CN như thế nào.

(b) Vai trò của việc quan sát trong lý thuyết và vai trò của lý thuyết trong việc quan sát.

(c) Liệu các tranh luận mang tính triết học về bản thể học và đặc điểm của lý giải khoa học có dẫn đến các thay đổi về những gì mà sau này người Hy Lạp cho là khoa học hay không? Và các tranh luận đó có là phương cách dẫn đến các ngành khoa học mới hay không?

Mối quan hệ giữa các vấn đề tranh cãi này sẽ gây chú ý đối với tất cả sinh viên chuyên ngành Văn hóa Hy Lạp. Bởi vì, thường tình người ta hay xác định vấn đề dựa trên những chứng cứ sẵn có. Trong suốt thế kỷ V và IV trước CN, lần đầu tiên, người Hy Lạp bắt đầu hoàn thiện quan niệm của họ về sự khác biệt giữa khoa học và triết học, và về những gì có thể nhận thức được về khoa học và triết học. Do vậy đây là thời kỳ phê bình trong lịch sử tư tưởng Phương Tây, và từ đó xác định hai hoạt động trí tuệ và đặt ra các thuật ngữ về sự tương tác hoặc ảnh hưởng lẫn nhau giữa chúng. Dĩ nhiên, cũng có

những thời kỳ phê bình tương tự như vậy trong lịch sử triết học và khoa học ở các giai đoạn kế tiếp. Nhưng giai đoạn được đề cập ở đây có sức lôi cuốn đặc biệt, vì giai đoạn này được ghi nhận là sớm nhất và vì liên quan đến các bậc thầy như Archytas, Plato, Aristotle, Eudoxus, Euclid, v.v... đã tiếp tục gây ảnh hưởng đến tiến trình lịch sử trí tuệ Phương Tây. Hơn nữa, trên nguyên tắc, sự thách thức về kiến thức mới không phải là việc đưa nó trở lại cảnh quang trước khi nó ra đời mà là xem xét lại tất cả các chứng cứ có trong tay. Hiện nay là thời gian tốt để bàn lại về những vấn đề này. Trong khoảng thập niên qua, đã có sự gia tăng đáng kể trong công tác xuất bản các tài liệu khoa học có xuất xứ từ vùng Cận Đông, cũng như các tài liệu đưa ra các vấn đề vượt quá tầm với về tính chất của khoa học Hy Lạp và mối quan hệ của chúng với các nền văn hóa khác. Cũng có những thành tựu lớn trong nghiên cứu lịch sử khoa học sinh vật Hy Lạp và nền tảng triết học của nó.

Hội thảo đã mang lại những tiến bộ đáng chú ý đối với mục tiêu của chúng tôi, xin chân thành cảm ơn sự nỗ lực của ngài James G. Lennox, đồng chủ tọa, và sự giúp đỡ của các vị James Allis, Stephen C. Wagner, Arlene Woodward, và Barbara Woolf. Tuy nhiên có lẽ ai cũng nghĩ rằng sẽ có rất nhiều quan điểm khác nhau khi vạch kế hoạch hội thảo, trong hội thảo cũng như trong cuốn sách tập hợp các bản tham luận này. Có hai khác biệt quan trọng.

Thứ nhất, cuốn sách tổng hợp này chỉ chọn lấy những bản tham luận lý thú của cuộc hội thảo, chứ không phải là những tranh luận có tính khiêu khích hoặc công kích quá đáng giữa các thành viên trong suốt quá trình diễn ra cuộc hội thảo. Tuy nhiên, tôi cũng chân thành hy vọng rằng quyển sách này còn giúp thu hút độc giả tham gia vào cuộc đàm luận được Viện Nghiên cứu Triết học và Khoa học Cổ đại hỗ trợ và thúc đẩy sẽ bắt đầu trong vài ngày tới đây.

Khác biệt thứ hai, như các cộng tác viên của cuốn sách này đã nêu rõ, đó là vấn đề về sự tương tác giữa khoa học và triết học Hy Lạp cần được làm sáng tỏ, và các vấn đề phụ khác cần được giải quyết để trình bày ba chủ đề chính ban đầu đã đưa ra. Như vậy, chẳng hạn như có một vấn đề cơ bản về việc làm thế nào để đọc và chuyển dịch các tài liệu kỹ thuật và khoa học, câu trả lời sẽ ảnh hưởng đến việc chúng ta xác định loại thông tin nào, nếu có, về sự tương tác giữa khoa học và triết học.

Do vậy, cuốn sách tổng hợp các bản tham luận này là bản ghi nhận hàng loạt các câu hỏi thành một vấn đề cơ bản trong việc nghiên cứu khoa học và triết học Hy Lạp cổ đại. Không có một quan điểm nào là giải đáp chung cuộc. Điều quan trọng trong cuốn sách này là kết quả sự cố gắng của nhiều ngành học thuật khác nhau để đưa ra các hướng nghiên cứu mới bằng cách chú trọng vấn đề tổng quát của khoa học và triết học Hy Lạp cổ đại đã ảnh hưởng lẫn nhau như thế nào một khi chúng đã có khác biệt đầu tiên, và bằng cách áp dụng những trường hợp xác định tỉ mỉ như là các kỹ thuật mới nhất trong môn ngữ văn, triết học, thuật chép sử, và nghiên cứu văn chương hiện đại.

Để kết luận, tôi xin cảm ơn những người bảo trợ cho hội thảo: Tổ chức Hỗ trợ Nhân văn Quốc gia, Hội đồng Nhân văn Pennsylvania, Quỹ Nghiên cứu và Phát triển Đại học Pittsburgh, cũng như các Khoa nghiên cứu về Cổ ngữ học, Triết học, Lịch sử và Triết học Khoa học, Trung tâm Triết học Khoa học tại Đại học Pittsburgh. Ngoài ra, tôi xin cảm ơn các cộng tác viên đã đóng góp cho cuốn sách này và biết ơn sự giúp đỡ của các vị William R. Bowen, Marjorie Cars, và Stephen C. Wagner trong việc xuất bản cuốn sách này.

Pittsburgh, Pennsylvania

TÁC GIẢ CÁC BẢN THAM LUẬN

ANDREW D. BARKER

Ông là giảng viên triết học kỳ cựu ở Đại học Warwick (Coventry, England), Thành viên của Viện Nghiên cứu Triết học và Khoa học cổ đại (Princeton, NJ), tác giả bộ sách *Greek Musical Writings (Tuyển tập âm nhạc Hy Lạp)* (2 cuốn: 1984-89), trong đó đưa ra các bài dịch từ nguyên bản tiếng Hy Lạp về nghệ thuật âm nhạc (cuốn 1) cũng như lý thuyết về âm học và hòa âm (cuốn 2), với bài bình luận bao quát, và các bài viết về triết học và khoa học Hy Lạp, đặc biệt về lý thuyết âm nhạc và về âm nhạc như một nghệ thuật thực hành trong thế giới cổ đại.

J. L. BERGGREN

Ông là Giáo sư toán học tại Đại học Simon Fraser (Burnaby, Canada), thành viên của Viện Nghiên cứu Triết học và Khoa học cổ đại (Princeton, NJ), tác giả cuốn *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam (Các thời kỳ toán học của Hồi giáo thời Trung Cổ)* (1896) và là tác giả nhiều bài viết về toán học Hy Lạp cổ đại và đạo Hồi thời Trung Cổ. Hiện ông đang chuẩn bị dịch tập *Phænomena* với phần mở đầu và bài bình luận mang tính lịch sử.

ALAN C. BOWEN

Giám đốc viện nghiên cứu Triết học và Khoa học cổ đại (Princeton, NJ) Giáo sư viện sĩ thông tấn khoa tiếng Hy Lạp và La Mã cổ đại và khoa Lịch sử Triết học tại Đại học Pittsburgh. Thành viên của Trung tâm Triết học và Khoa học Đại học Pittsburgh.

Ông đã từng nhận học bổng nghiên cứu sinh của Hội đồng Xã hội học Hoa Kỳ (1983-84) và học bổng nghiên cứu của Tổ chức Hỗ trợ Nhân văn Quốc gia (1986, 1988-91), ông là tác giả cuốn sách *The Ancient Greek science of music: A Preface to Platonic Dialectic (Khoa học âm nhạc Hy Lạp Cổ đại: Giới thiệu về Phép biện chứng Plato)* (Đại học Báo chí Toronto), ông đã viết nhiều bài báo về lịch sử và triết học về khoa học chính xác thời xưa, là đồng biên soạn tác phẩm *Ancient Philosophy (Triết học Cổ đại)*, hiện ông đang viết một cuốn sách về thiên văn học Hy Lạp Cổ.

D. H. FOWLER

Là phó giáo sư toán học tại Đại học Warwick (Coventry, Anh), thành viên Viện Nghiên cứu Triết học và Khoa học cổ đại (Princeton, NJ), tác giả cuốn *The Mathematics of Plato's Academy: A New Reconstruction (Toán học thuộc trường phái triết học Plato: Một sự khôi phục mới)* (1987) và nhiều bài báo về lịch sử toán học, hiện nay ông đang viết về các dự định phân nhánh liên quan đến toán học Hy Lạp, và về lịch sử phân số liên tục.

CHARLES H. KAHN

Ông là giáo sư triết học tại Đại học Pennsylvania (Philadelphia, PA), đã từng nhận học bổng nghiên cứu sinh của Hội đồng Xã hội học Hoa Kỳ (1963-64, 1985) và của Tổ chức Hỗ trợ Nhân văn Quốc gia (1974-75, 1990-91), là thành viên của Ủy ban Quản trị trường Cổ điển học tại Athen của Hoa Kỳ từ năm 1964, là tác giả ba cuốn sách, trong đó có *Anaximander and the Origin of Greek Cosmology (Anaximander và nguồn gốc vũ trụ học Hy Lạp)* (1960), *The Art and Thought of Heraclitus (Nghệ thuật và Tư tưởng của Heraclitus)* (1979), ông cũng có nhiều bài viết về triết học Hy Lạp cổ đại và về lý thuyết ngôn ngữ học, hiện nay ông đang hoàn tất cuốn sách về Plato và sự sáng tạo trong các cuộc đối thoại của Socrates.

WILBUR R. KNORR

Ông là giáo sư tham gia Chương trình Lịch sử khoa học tại Đại học Stanford, đồng thời giữ nhiều chức vụ trong các khoa Cổ ngữ học và Triết học, ông là tác giả của hơn 40 bài báo và bốn cuốn sách, trong đó có cuốn *The Ancient Tradition of Geometric Problems (Truyền thống Cổ đại về các bài toán hình học)* (1986) và *Textual Studies in Ancient and Medieval Geometry (Các nghiên cứu văn bản về Hình học thời Cổ đại và thời Trung Cổ)* (1989), ông là chuyên gia về toán học Cổ đại và Trung đại, đặc biệt về hình học và các môn khoa học về hình học, các dự án hiện tại của ông bao gồm các nghiên cứu về các nhà bình luận hình học Latinh Trung đại, quang học cổ đại, và vũ trụ học của Plato.

JAMES G. LENNOX

Ông là Phó giáo sư về Lịch sử và triết học khoa học tại Đại học Pittsburgh, trước đây là thành viên Trung tâm Nghiên cứu Hy Lạp, thành viên Trung tâm Nghiên cứu Triết học Khoa học tại Đại học Pittsburgh, thành viên Viện Nghiên cứu Triết học và Khoa học cổ đại (Princeton, NJ), ông là tác giả nhiều bài viết về triết học Plato và Aristotle, đồng biên soạn cuốn *Philosophical Issues in Aristotle's Biology (Các vấn đề triết học trong khoa sinh vật học Aristotle)* (1987).

G. E. R. LLOYD

Ông là Giáo sư Triết học và Khoa học Cổ đại tại Đại học Cambridge, Thạc sĩ trường Cao đẳng Darwin, thành viên Hội Thúc đẩy Khoa học Nhật Bản và Viện Hàn lâm Anh quốc, thành viên kỳ cựu Viện Nghiên cứu Triết học và Khoa học cổ đại (Princeton, NJ), Giáo sư tại Đại học California tại Berkeley (1983-84), ông đã nhận Huy chương của Hội Lịch sử Khoa học (1987), là tác giả và biên soạn của khoảng 10 cuốn sách về khoa học và triết học Hy Lạp cổ, trong đó có *The Revolution of Wisdom: Studies in the Claims and Practice of Ancient Greek Science (Cuộc cách mạng*

về sự thông thái: Các nghiên cứu về những tuyên bố và thực hành trong Khoa học Hy Lạp Cổ đại) (1987).

ALEXANDER P. D. MOURELATOS

Ông là Giáo sư triết học tại Đại học Texas, Austin, nơi ông đã sáng lập và hướng dẫn thực hiện Chương trình Nghiên cứu kết hợp Cổ ngữ học và triết học về triết học Cổ đại, cựu thành viên Viện Nghiên cứu nâng cao (Princeton, NJ), ông đã từng nhận học bổng nghiên cứu sinh thuộc quỹ tưởng nhớ John Simon Guggenheim (1988-89), là tác giả các đề tài nghiên cứu về Khoa học Plato, triết học Tiền Socrates, và ngôn ngữ học triết học.

IAN MUELLER

Ông là Giáo sư triết học tại Đại học Chicago, đã từng nhận học bổng nghiên cứu sinh của Hội đồng Xã hội học Hoa Kỳ (1972-72, 1991-92), Tổ chức hỗ trợ Nhân văn Quốc gia (1984-85), quỹ John Guggenheim (1991-92), trước đây là thành viên Trung tâm nghiên cứu Hy Lạp (1977-78) và tổ chức Fondation les Treilles in Salernes, Pháp (1982), là tác giả cuốn *Philosophy of Mathematics and Deductive Structure in Euclid's Elements (Triết học trong cấu trúc suy diễn và toán học của thuyết nguyên tố Euclid)* (1981), là người biên soạn các Tiểu luận về toán học Hy Lạp (1991), hiện nay đang làm đề tài nghiên cứu về vai trò của toán học đối với triết học Hy Lạp sau này, và dịch bài bình luận của Alexander về giải thích Aristotle và bài bình luận của Simplicius về cuốn De caelo của Aristotle.

JOSEPH OWENS, CSsR

Ông là Giáo sư Danh dự của Đại học Toronto, Thành viên Danh dự Viện Trung cổ học Giáo Hoàng, thành viên Hội Hoàng gia Canada, thành viên Ủy ban Trí thức và Văn hóa Thiên chúa giáo, tác giả cuốn *The Doctrine of Being in the Aristotelian Metaphysics (Học thuyết về Tồn tại trong Siêu*

hình học Aristotle) (1978, tái bản lần thứ 3), là tác giả nhiều cuốn sách và bài viết mang tính học thuật khác về Aristotle và Thomas Aquinas.

ROBERT G. TURNBULL

Ông là Giáo sư Danh dự khoa Triết học tại Đại học bang Ohio (Columbus, OH), là Chủ tịch Phân ban trung ương Hội Triết học Hoa Kỳ (APA) 1977-78, Chủ tịch Ban Viên chức Hội Triết học Hoa Kỳ năm 1989 đến nay, Giám đốc Viện Triết học và Khoa học Hy Lạp tại trường Cao đẳng Colorado 1970, tác giả của nhiều bài báo và sách mang tính học thuật, cùng với P. K. Machamer biên soạn cuốn *Motion and Time, Space and Matter* (*Chuyển động và Thời gian, Không gian và Vật chất*) (1976) và *Studies in Perception* (*Nghiên cứu về nhận thức*) (1978).

MỘT SỐ NHẬN XÉT VỀ NGUỒN GỐC KHOA HỌC VÀ TRIẾT HỌC HY LẠP

CHARLES H. KAHN

Đây không phải là dịp để đưa ra những luận điểm mới gây ngạc nhiên liên quan đến thời tiền Socrates, thực sự mà nói, tôi cũng không có những luận điểm mới gây ngạc nhiên để trình bày. Thay vào đó, tôi xin ủng hộ những luận điểm cũ và cố gắng đặt chúng trong một bối cảnh được dùng làm nền tảng cho các bài viết chuyên sâu được trình bày trong tập sách này.

Nói một cách chính xác, Triết học hầu như là một phát minh của người Hy Lạp. Nhưng thoát nhìn, khoa học và trên hết, Thiên văn học Hy Lạp dường như là một sự vay mượn từ phương Đông, cũng như điêu khắc, kiến trúc và bảng chữ cái. Phải chăng quan điểm trước đây hoàn toàn sai? Tôi muốn nói đến quan điểm do Tannery và Burnet đưa ra. Họ đã viết nhiều về Thiên văn học và Toán học của người Babylon trước khi chúng tôi nghiên cứu về chúng. Họ cũng đã trình bày quan điểm cho rằng Khoa học và Triết học tự nhiên Hy Lạp xuất hiện trên thế giới *cùng lúc*, thống nhất và không thể tách rời, đầu tiên là ở Ionia, kế đến là ở miền nam Italy và Sicily vào thế kỷ thứ VI, đầu thế kỷ thứ V trước CN. Tôi muốn chứng tỏ

rằng quan điểm cũ dù sao vẫn đúng, và một khi chúng ta đã tiếp thu các khám phá của Neugebauer và các nhà nghiên cứu khác về khoa học Mesopotamia, chúng ta có thể thấy rằng khoa học Hy Lạp thực sự là một sáng tạo mới, không thể tách rời với nguồn gốc triết học Hy Lạp trong giai đoạn đầu của hai môn học này. Nói tóm lại, tôi muốn biện hộ quan điểm truyền thống cho rằng Thiên văn học và Triết học tự nhiên Hy Lạp (cũng như khởi nguồn của Sinh vật học và Khoa học Lịch sử) phát triển đầu tiên ở Miletus vào giữa thế kỷ thứ VI trước CN, sau đó lan rộng khắp thế giới Hy Lạp, trước hết thâm nhập vào các thành phố lân cận thuộc Samos, Colophon, Ephesus và Clazomenae, kể đến là các thuộc địa Ionia ở bắc Aegean (Abdera và Apollonia), sau đó, cùng với những người tỵ nạn và nhập cư, lan sang miền viễn Tây, đến Croton và Metapontum, Elea và Acragas. Cũng vậy, trong vòng hai thế hệ, Anaximander đã tách rời khỏi Parmenides, khoa học Ionia đã được truyền bá xuyên qua thế giới Hy Lạp, song song với việc phổ biến bằng chữ cái khoảng hai thế kỷ trước đó.

Giờ đây sự hữu dụng của bảng chữ cái đã trở nên hiển nhiên, nhưng trong trường hợp người Hy Lạp gọi là *περί φύσεως ἱστορία* (Sự tìm hiểu về thiên nhiên), thì người ta vẫn chưa làm rõ được ngay tại sao bảng chữ cái lại lôi cuốn mạnh và nhanh đến thế. Không còn nghi ngờ gì nữa, nền khoa học mới lúc bấy giờ đã sử dụng bảng chữ cái trong việc làm bản đồ (có lẽ bắt nguồn từ phương Đông) cũng như trong thiên văn học quan sát (bắt nguồn từ phương Đông). Nhưng tôi nghĩ, chính năng lực trí tuệ về một quan điểm thế giới mới, căn cứ vào tự nhiên và dựa trên lý trí đã mang lại sức tưởng tượng cho những người say mê tìm hiểu, sẵn sàng tiếp thu cái mới. Ban đầu chỉ là một nhóm người tiên phong ở dọc theo bờ biển Anatolia và ở các đảo lân cận, nhưng sau đó lan rộng nhanh chóng khắp các thành phố Hy Lạp sầm uất, vượt qua nửa Địa Trung Hải. Chúng ta có thể hình thành một số quan điểm về

động cơ thúc đẩy và tính đa dạng của hai thế hệ đầu tiên này (từ khoảng 550 đến 490 trước CN) một cách thoáng qua chúng ta có ba nhân vật nổi bật và rất khác nhau là Pythagoras, Xenophanes và Heraclitus. Họ đã góp phần phổ biến triết học tự nhiên Ionia và làm cho nó trở nên nổi tiếng.

Tôi không định kể lại câu chuyện quen thuộc này mà chỉ muốn tập trung vào hai nét đặc trưng ghi dấu rõ nhất sự thay đổi triệt để từ quan điểm thế giới ban đầu, cả ở Hy Lạp lẫn phương Đông. Hai quan điểm này cũng thể hiện một sự kết nối chặt chẽ giữa khoa học chính xác với việc nghiên cứu triết học ngay thời kỳ đầu này. Tôi nghĩ rằng việc nắm bắt hai đặc điểm này giúp chúng ta tránh khỏi ba sai lầm dễ mắc phải làm lệch lạc cách hiểu về nguồn gốc khoa học và triết học Hy Lạp. Sai lầm thứ nhất là nhìn nhận triết học tự nhiên thời Tiền Socrates như một giai đoạn phát triển tiếp nối tư tưởng thơ ca thần thoại của Homer và Hesiod mà không phải trải qua một cuộc thay đổi mang tính cách mạng. Sai lầm thứ hai là nhìn nhận Thiên văn học Hy Lạp (và/hoặc Toán học) thực chất như phần tiếp nối của nền khoa học Mesopotamia mà không hề trải qua sự đổi mới cơ bản. Sai lầm thứ ba là quan điểm được D. R. Dicks ủng hộ [1966], cho là sự phát triển Thiên văn học quan sát của Hy Lạp hoàn toàn độc lập với các lý thuyết mang tính suy đoán của các triết gia tự nhiên ban đầu. Tôi đã từng chống lại quan điểm của Dicks trong bài phản biện của mình [Kahn 1970], xin giới thiệu bài viết này để các bạn có thể tìm hiểu thêm chi tiết tài liệu dẫn chứng. Sau đây tôi xin tóm tắt các phần kết luận của tôi.

Tôi cho rằng nền khoa học mới phát triển ở Ionia vào thế kỷ thứ VI trước CN chịu ảnh hưởng nặng nề thiên văn học Babylonia, hầu như việc tạo ra bảng chữ cái là dựa vào các tư liệu của người Phoenicia cũng như sự sáng tạo về điêu khắc và kiến trúc Hy Lạp dựa trên các mẫu vật của Ai Cập (theo nghĩa rộng nhất, đây là tất cả những gì thuộc về “thời kỳ Phương

Đông hóa” văn hóa Hy Lạp). Herodotus kể cho chúng tôi một số vay mượn thiết yếu về trường hợp của Thiên văn học Hy Lạp: “Người Hy Lạp biết đến πόλος, cột đồng hồ mặt trời và mười hai giờ trong ngày từ người Babylon [Hist. ii 109]. ông ta đã đúng (mặc dù những phỏng đoán của ông trong các ý kiến đưa ra trước đó cho rằng Hình học được phát hiện ở Ai Cập đã không được xác nhận). Ví dụ, sự đồng nhất giữa Sao Mai và Sao Hôm đã được biết đến ở Mesopotamia từ nhiều thế kỷ nhưng lại được công nhận đầu tiên ở Hy Lạp là do Parmenides phát hiện [Diogenes Laertius, *Vitae* ix 23 = Diels và Kranz 1951 – 1952, i 224.29-31]. (Việc thiếu chứng cứ về Hy Lạp trước Parmenides rõ ràng là một sự tình cờ do các tài liệu dẫn chứng về thời kỳ này quá ít ỏi; chắc chắn rằng thông tin cung cấp đã được chuyển đến Italia qua Ionia). Toàn bộ sự hiểu biết về Babylon được tìm thấy ở Ionia vào thế kỷ thứ VI trước CN nhiều như thế nào hẳn chúng ta không thể biết được. Nhưng người Milesia đã bổ sung một số điều mà theo đó dường như không có tiền lệ Mesopotamia. Đó chính là một mẫu hình học về bầu trời, một sự sắp xếp các vòng tròn đồng tâm một cách rõ ràng và các hình ảnh minh họa khác giải thích chuyển động và thay đổi của các thiên thể. Các mẫu đầu tiên và thô nhất được công nhận cho Anaximander: hàng loạt các vòng tròn được đặt theo khoảng cách chính xác về số tạo thành một trái đất hình đĩa ở trung tâm. Mẫu này nhanh chóng được những người kế thừa thay đổi và cải tiến. Chỉ trong hai thế hệ, chúng ta đã có một sơ đồ kinh điển về bầu trời, xác định vị trí các sao cố định và các chuyển động quan sát được của chúng được giải thích bởi vòng xoay hàng ngày của quả cầu (Với quá ít chứng cứ, chúng tôi không thể xác định được chính xác quả cầu được đưa ra vào khi nào, nhưng không muộn hơn khi bài thơ của Parmenides ra đời, vào năm 500 trước CN). Có thể muộn hơn, nhưng trước thời Plato, quan niệm trái đất phẳng, hình đĩa đã được thay bằng mô hình quả đất tròn. Chính mô hình này đã giúp Anaxagoras đưa ra giải thích mang tính quang học một cách

chính xác về nguyệt thực vào giữa thế kỷ thứ V trước CN. Giờ đây điều quan trọng không phải ở chỗ các mô hình ban đầu còn quá thô sơ mà chính là ở chỗ các mô hình đó đã đưa ra ý định⁽¹⁾ giải thích về chuyển động của vũ trụ. Xét về mặt kỹ thuật, mô hình thời kỳ này đã xác định rõ một cách thiết thực quan điểm triết học mới về thế giới tự nhiên gọi là *Kóσμoς* đây là một hệ thống chịu chi phối bởi quy tắc và trật tự. Và cũng chính mô hình này đã mang lại cho ngành thiên văn học ý niệm mới: khả năng giải thích (hoặc giả thuyết) về các hiện tượng quan sát được trên bầu trời. Theo ý niệm này thì quan điểm vũ trụ học của Anaximander và Parmenides, về nguyên tắc, giống với quan điểm của Ptolemy và Copernicus hơn quan điểm của Hesiod, hay quan điểm của bất cứ bậc tiền nhân nào của họ – trừ khi họ tìm thấy một mẫu hình học nào đó tại Babylon.

⁽¹⁾ Tôi muốn nói rằng các mô hình mẫu có ý nghĩa rất lớn, không đơn giản là bức tranh vũ trụ mà ai đó có thể tìm thấy trong cuốn *Theogony* của Hesiod, cũng không chỉ là bức tranh về bầu trời phục vụ cho công tác thiên văn của người Babylon nhằm mô tả chuyển động của Mặt trời, Mặt trăng và các hành tinh có liên quan đến các sao cố định, vì một mô hình như thế chỉ để mô tả, không phải để giải thích các hiện tượng quan sát được. Thiên văn học Hy Lạp bắt đầu với nỗ lực nhằm đưa ra các giải thích bằng cấu trúc rõ ràng được diễn đạt dưới dạng hình ảnh chính xác về hình học với những kích thước và khoảng cách tương đối. Một mô hình như thế có thể giúp giải thích về ánh sáng Mặt trăng trong thời kỳ Parmenides và giúp giải thích về hiện tượng nguyệt thực trong thời Anaxagoras. Do chúng ta không có các tài liệu nói về thiên văn học trong thời kỳ này, chúng ta không thể biết được thời điểm mà các tiến bộ kỹ thuật được hình thành và kết hợp với lý thuyết về bầu trời sau này. Việc Strabo [*Geog.* 94 = Dieis và Kranz 1951-1952, i 225] dựa trên quyền lực của Posidonius gán ghép năm khu vực cho Parmenides có lẽ không đáng tin cậy lắm. Nhưng tác phẩm *Erastae* của Plato có ý nói rằng các sinh viên ở giữa thế kỷ thứ V trước CN, trong thời kỳ Anaxagoras và Oenopides, có lẽ đã quen thuộc với cấu trúc thể hiện độ nghiêng của đường Hoàng đạo liên quan đến đường Xích đạo:

"Các nam sinh này dường như đã tranh luận với nhau về Anaxagoras hay Oenopides. Có lẽ họ đã vẽ các vòng tròn và dùng tay mình minh họa độ nghiêng (có liên quan với nhau)".

Hai vòng tròn được vẽ trên thiên cầu, đưa ra một hệ thống từng phần của các khu vực. Người viết tác phẩm *Erastae* đã nghĩ rằng Anaxagoras và Oenopides thực hiện công việc thiên văn như thế. Tôi thấy không có lý do gì để tin rằng chúng ta có đầy đủ thông tin hơn tác giả của *Erastae* về sự phát triển của lý thuyết khoa học trong thế kỷ thứ V trước CN.

Sự cạnh tranh vĩ đại thứ hai của người Hy Lạp là toán học. Tôi xin trích dẫn lời của Neugebauer [1963, 530]: “*Các phát hiện của người Babylon cổ từ lâu đã trở thành kiến thức toán học phổ thông của vùng Cận Đông cổ đại*”. Những gì người Hy Lạp thêm vào có vẻ mới lạ, chính là ý kiến về các bằng chứng toán học. Chỉ đến khi đó toán học với ý nghĩa hiện đại mới thực sự hiện hữu.

Có một điều Neugebauer không nhận thấy nhưng rất rõ ràng đối với chúng ta đó là khái niệm của sự chứng minh đóng vai trò quan trọng trong việc sáng tạo toán học Hy Lạp, cũng như các mô hình chuyển động trên bầu trời đóng vai trò quan trọng trong việc sáng tạo lý thuyết về Thiên văn học. Sự cạnh tranh cơ bản trong toán học bắt đầu khi nào? Theo tác phẩm của Theaetetus và Eudoxus vào thế kỷ thứ IV trước CN, Neugebauer xác định thời điểm cạnh tranh tương đối trẻ. Nhưng các tài liệu về Hippocrates của Chios thì thời điểm cạnh tranh có sớm hơn, bắt đầu từ giữa cuối thế kỷ thứ V trước CN. Người ta nói Hippocrates là tác giả đầu tiên của *các nguyên tố*, có nghĩa là sự phản ánh hình học theo cách suy diễn. Đồng thời trong các trích dẫn từ tư liệu lịch sử về hình học của Eudemos, chúng ta có thể thấy ông tư duy bằng “*phương pháp giả định*” hay công nhận các giả thuyết một cách dứt khoát. Chúng ta không có tư liệu chi tiết nào trước thời Hippocrates, vì thế tôi không cho rằng thành tựu này thuộc về người anh hùng Anaximander. Tất nhiên truyền thống do Eudemos ghi nhận đã xác định các chứng minh hình học đầu tiên thuộc về Thales xứ Miletus tiền bối của Anaximander [Friedlein 1873, 157.10-13, 250.20-251.2, 299.1-5, 352.13-18 = Diels và Kranz 1951-1952, i 79.8-19]. Thales là nhân vật mang tính huyền thoại hơn là lịch sử, nhân vật này đã dự đoán hiện tượng che khuất (nhật thực, nguyệt thực), sử dụng phương pháp hình học để đo độ cao của kim tự tháp, chính ông cũng khởi xướng phương pháp nghiên cứu vũ trụ học. Ông cũng phản ánh những gì tôi cho rằng đó là sự kiện lịch sử cơ bản: Thiên văn học quan

sát, Vũ trụ học nghiên cứu, Nghiên cứu toán học phát triển cùng với nhau, dựa trên phạm vi những vòng tròn nhỏ, thành quả từ các hoạt động trí tuệ giúp phổ biến khoa học từ Ionia đến Magna Graecia và vượt xa hơn nữa.

Chúng ta không thể tái tạo lịch sử ban đầu về các chứng cứ toán học tại Hy Lạp dù chúng ta có thể (trong một chừng mực nào đó) tái tạo sự phát triển mô hình thiên văn. Tuy nhiên chúng ta thấy hai vấn đề này có ảnh hưởng lẫn nhau hoặc tương đồng với nhau trong tác phẩm của Oenopides, người Chios (sau Anaxagoras và trước Hippocrates), ông nghiên cứu Thiên văn học là chủ yếu nhưng cũng nghiên cứu một số vấn đề về hình học “vì ông nghĩ rằng các vấn đề hình học rất có ích trong nghiên cứu thiên văn học” [Friedlein 1873, 283.4-10 = Diels và Kranz 1951-1952, i 395.10-14] cũng như trong đo đạc độ nghiêng của đường Hoàng đạo. Oenopides cũng đóng góp vào việc suy luận về vũ trụ qua việc giải thích dãy Ngân hà như là một vết tích do chu kỳ mỗi năm của Mặt trời để lại, trước khi nó định vị tại đường Hoàng đạo [Achilles, Isag. 24 = Diels và Kranz 1951-1952, i 394.29-32]. Đối với trường hợp của Democritus (ông có nhiều đóng góp toán học nghiên cứu về hình tháp được Archimedes công nhận), [Heath 1921, i 180] chúng ta có thể hiểu sự ảnh hưởng tương tự giữa Thiên văn học quan sát, công việc mang tính kỹ thuật về Hình học, và Vật lý vũ trụ (cũng như việc làm bản đồ).

Mặc dù chúng ta không thể tái tạo sự phát triển ban đầu về chứng minh toán học tại Hy Lạp, nhưng có lẽ chúng ta có thể thấy rằng sự phát triển này được phản ánh trong các tranh luận về vật lý được lưu giữ một cách tình cờ. Những tranh luận cổ xưa và phức tạp nhất đến tay chúng tôi vẫn nguyên vẹn đơn giản là vì nó được ghi lại trong bài thơ sáu âm tiết của Parmenides. (Đây là bằng chứng về tranh luận được giữ lại từ đầu thế kỷ thứ V trước CN, hẳn đã có hàng chục, thậm chí hàng trăm chứng cứ ghi nhận các cuộc tranh

luận của các nhà toán học nhưng đã bị thất lạc vì chúng được ghi lại bằng văn viết hoặc thậm chí không được thể hiện thành văn bản). Parmenides là người khởi xướng vấn đề với sự trình bày rõ ràng về tiền đề hay mệnh đề đầu tiên của mình, thể hiện ở việc chọn một trong hai hướng trái ngược, *sự việc là* hay *sự việc không phải là*; và ông ta đưa ra một số lý lẽ phủ định hướng thứ hai. Sau đó từ tiền đề *sự việc là*, ông tiến hành rút ra một số thuộc tính của Thượng đế. Theo đó, sự vật phải là một, duy nhất, cô đọng, tương xứng, bất di bất dịch, không phát sinh và vĩnh hằng. Lập luận về thuộc tính không phát sinh được bảo tồn nguyên vẹn. Đây là một lập luận gián tiếp bắt nguồn từ một bố đề với các nghĩa bao hàm sau: nếu một sự vật hiện hữu, thì hẳn là nó bắt nguồn từ (a) dạng phi tồn tại (b) dạng tồn tại (c) hoặc không thuộc dạng nào cả. Cả ba nghĩa bao hàm đều cho thấy không thể so sánh với giả thuyết cơ bản *sự việc là*, do vậy chúng đều bị phủ nhận. Như vậy, bằng hàng loạt các lập luận theo phương pháp loại trừ các hướng suy luận, luận điểm về *sự việc được phát sinh* được thiết lập. Lập luận này tương đồng với phép chứng minh gián tiếp trong Hình học. Chúng ta có thể thấy những lập luận tương tự lặp đi lặp lại qua các tài liệu lưu giữ được giữa Zeno, Melissus, Anaxagoras và Diogenes, trong đó phép loại suy được vận dụng nhằm biện hộ hay phản biện một luận điểm. Chẳng hạn chúng ta có một sự việc với hai đáp số p và *không phải p* . Người đối lập với tôi khẳng định sự việc là p . Tuy nhiên, nếu thấy p dẫn đến các hệ quả vô lý (sai hay mâu thuẫn), đáp số phải là *không phải p* . Trường hợp ngược lại, tôi khẳng định đáp số là p . vì nghĩ rằng kết quả vô lý sẽ là *không phải p* . Nhưng nếu *không phải p* , dẫn đến các hệ quả hoàn toàn khác (không thể có) thì p sẽ là đáp án đúng⁽²⁾.

⁽²⁾ So sánh với nhận xét của Geoffrey Lloyd [1979, 25 và 71-78] về việc vận dụng phương pháp modus tollens và các lập luận theo phương pháp loại trừ trong các tài liệu triết học và y học vào thế kỷ thứ V trước CN.

Nhân đây, tôi nghĩ chúng ta có thể hiểu được ảnh hưởng của các lập luận về toán học theo cách của Anaxagoras và các nhà tư tưởng khác như Diogenes đã giúp xây dựng *ápoxi* của chúng hoặc điểm bắt đầu và chứng minh trật tự thế giới phát triển một cách tự nhiên và rõ ràng như thế nào (vì tất yếu) ngoài những điều kiện ban đầu. Cái *ápoxi* vật lý chiếm vị trí của các tiền đề hoặc các giả thuyết, sự phát triển của trật tự vũ trụ tương tự như sự phát triển của các định lý.

Đối với trường hợp các lập luận triết học này hầu hết được gìn giữ trong suốt thế kỷ thứ V trước CN một cách tình cờ. Người ta vẫn còn phải suy đoán các lập luận đó bao hàm những gì, có tác dụng gì trong các lập luận tương tự về Hình học. Một số học giả (đáng kể là Szabó) cho rằng các nhà toán học phát triển chứng minh nhất thiết phải dựa trên các thành tựu sớm hơn của các triết gia Eleatia. Do thiếu các chứng cứ về toán học trước thời Hippocrates vào cuối thế kỷ thứ V trước CN, chúng ta không thể phủ nhận luận điểm của Szabó, tôi nghĩ không cần thiết phải nói thêm về điều này [trích dẫn Berka 1980, Knorr 1981a, Bowen 1984]. Chứng minh của Hippocrates quá hoàn thiện đến nỗi bao hàm cả truyền thuyết đáng chú ý của một số kỹ thuật phức tạp. Rủi thay, chúng ta lại không thể lần theo truyền thuyết này để tìm đến nguồn gốc ra đời của nó. Tôi tin rằng sự phát triển của chứng minh toán học và lập luận về triết học được truyền từ đời này sang đời khác, việc ứng dụng Hình học đã giữ vị trí chủ đạo ngay từ lúc bắt đầu, thậm chí trước Parmenides. Như vậy, việc triết học vay mượn từ toán học cũng như việc Plato trong tác phẩm *Meno* đã lấy một số giả thuyết từ Hình học. Tuy nhiên, ban đầu các triết gia cũng đồng thời là các nhà toán học, theo truyền thuyết về Thales và Pythagoras cũng như trường hợp của Democritus (và trường hợp của triết gia Hippias). Đóng góp thực tế của triết học không phải là ở các kỹ thuật chứng minh cụ thể mà chính là các ý kiến về việc chứng minh các mệnh đề hình học: đặt giả định cho một vấn đề, hoặc dưới hình thức hiển nhiên đúng hoặc

tạm cho là đúng, để thiết lập các hệ quả. Điều đó dường như đối với tôi đúng là một sự đổi mới sâu sắc và thông thái như khi giới thiệu các mẫu hình học về bầu trời.

Có một ý tưởng thứ ba, về cơ bản là mới, mà chúng ta phát hiện được vào thế kỷ thứ V trước CN và được Geoffrey Lloyd dẫn chứng bằng tài liệu, đó là khái niệm về thiên nhiên như một hệ thống đồng nhất, bao hàm luật nhân quả. Học thuyết này được khẳng định trong tác phẩm *Airs, Waters, Place* 22: “Mỗi mâu thuẫn (μάθος) đều có bản chất riêng và không một mâu thuẫn nào xảy ra mà không có một nguyên nhân (φύσις)”. Như Lloyd đã nêu, [1979,33] nguồn gốc của quan điểm như thế có thể đã được nhắc thoáng qua trong tài liệu ghi nhận về vũ trụ của Anaximander; và sự tổng hợp mang tính võ đoán được tìm thấy trong các tài liệu không chính thức của Leucippus [Aëtius, de plac i 25.4=Diels và Kranz 1951-1952, ii 81, 3-6], tuy nhiên để đi đến thống nhất, chúng ta phải xem xét đến các chuyên luận của Hippocrates vào cuối thế kỷ thứ 5 trước CN. Có một sự ngẫu nhiên trong tài liệu dẫn chứng của chúng ta: các chuyên luận của Hippocrates chỉ là những văn bản triết học và khoa học phi tài liệu, đến tay chúng ta từ thế kỷ thứ V trước CN. Đối với tôi, rõ ràng là chúng có liên quan mật thiết với khoa học Ionian; tuy nhiên tôi xin để chủ đề này lại cho Geoffrey Lloyd.

Vậy nên những gì tôi muốn nói chính là quan điểm truyền thống về khoa học và triết học Hy Lạp trong bối cảnh liên kết chặt chẽ giữa các hoạt động vào thế kỷ thứ VI và V trước CN, trước khi sự chuyên môn hóa có hệ thống và sự tách rời các môn học trở thành đặc thù của công tác khoa học từ thế kỷ thứ IV trước CN trở đi. Hẳn đã có các nhà thiên văn và các nhà toán học trong thế kỷ thứ V trước CN, họ không đồng thời là các triết gia. Tuy nhiên đáng chú ý là trường hợp của Oenopides và Democritus, họ tham gia vào cả ba lĩnh vực. Socrates có lẽ là triết gia đầu tiên có xu hướng quan niệm độc

lập trong công tác Thiên văn học và Vũ trụ học. Theo tài liệu tóm tắt lịch sử trong *Phaedo*, ngay cả thông tin về thời trẻ tuổi của Socrates vẫn không đúng⁽³⁾. Sự liên kết chặt chẽ giữa triết học, khoa học và toán học chính là đặc điểm của triết học Hy Lạp vào thế kỷ thứ I, cũng như sự liên kết trong thời kỳ đầu của triết học hiện đại vào thế kỷ 17. Đây là sự kết nối cần thiết làm tiền đề cho hai ý tưởng chính mà tôi muốn nhấn mạnh đó là: các mẫu hình học về bầu trời và sự phát triển của phép chứng minh theo phương pháp Suy diễn. Nếu chúng ta có hai ý tưởng trên, chúng ta sẽ không dễ phạm phải ba sai lầm mà tôi đã đề cập trong phần mở đầu: xem xét bộ môn Vũ trụ học Tiền Socrates như một giai đoạn phát triển tiếp nối nghệ thuật viết truyện thần thoại bằng thơ của Hesiod; cho rằng khoa học Hy Lạp chỉ là sự vay mượn từ phương Đông; hoặc cho rằng sự phát triển của khoa Thiên văn học hoàn toàn độc lập với Vũ trụ học suy đoán, mà Dicks và Neugebauer đã hướng chúng ta theo quan điểm đó. Thật đáng buồn khi một học giả vĩ đại như Neugebauer, trong tác phẩm *Lịch sử toán thiên văn học cổ đại* [1975-572], lại phát biểu rằng “không cần thiết phải xem triết học Hy Lạp như một giai đoạn đầu trong phát triển về khoa học. Đối với tôi triết học Hy Lạp chỉ có vai trò là ảnh hưởng đối với khoa học trong sáng tạo thần thoại của người Babylon hoặc trong Vũ trụ học của người Maniche”. Tôi nghĩ rằng không thể tìm thấy một quan điểm nào sai lầm như thế trong bất kỳ cuốn sách nghiêm túc nào từng được viết về chủ đề của chúng ta. Tôi chỉ có thể phản đối một đoạn trích đối với phần của Neugebauer.

⁽³⁾ Có lẽ nhận vật mẫu mực đối với Socrates chính là Protagoras, nhưng việc ông ta phủ nhận quan điểm thực tế về sự thật dường như không thể tưởng tượng nổi nếu như không có các truyền thuyết về Bàn thờ học của Eleatia và Vũ trụ học của Ionia. Khi còn trẻ, có lẽ Socrates đã bị thu hút bởi triết học tự nhiên, nhưng không có dấu vết gì về vấn đề đó theo quan điểm triết học tích cực của Socrates.

Thú vị, và có lẽ thịnh hành hơn cả con đường mà Dicks và Neugebauer đã chọn là sai lầm khi cường điệu sự liên tục giữa khoa học Ionian và các tiền đề thơ ca của nó. Dĩ nhiên, các triết gia tự nhiên ban đầu cũng là những nhân vật của thời kỳ đó. Ngôn ngữ cùng các khái niệm họ được trang bị chính là di sản kế thừa từ người Hy Lạp cổ đại. Nhưng những cống hiến của họ có lẽ đã được đánh giá quá cao, và tính độc đáo của họ đã được che đậy bởi sự am hiểu một số tư tưởng đặc trưng của người Milesia và hậu duệ của họ, ngược về thời Homer và Hesiod. Nhà xuất bản Cambridge có khuynh hướng như thế, ngược về Cornford và cả Kirk, Raven (ngay cả lần biên tập thứ 2 năm 1983) và trong một số tác phẩm của Guthrie.⁽⁴⁾

Vì thế, Kirk và Raven tuyên bố theo “quan điểm ngây thơ về thế giới” trong thơ Homer “bầu trời chỉ có hình bán cầu như một cái bát” [Kirk, Raven, và Schofield 1983, 9]. Nếu như có một mẫu hình học rõ ràng trước người Milesia thì phát minh về các chòm sao có lẽ đã đánh dấu một bước tiến bộ không mấy quan trọng trong truyền thống tiếp nối. Nhưng thực tế không có vết tích gì về khái niệm một bầu trời hình bán cầu hoặc là hình cái bát trong Homer hay trong bất cứ nhà thơ nào khác trước thời Parmenides; tới mức mà οὐρανός (ngôi nhà) trong thơ Homer có hình dạng xác định, đó chính là dạng mái bằng hay mặt nghiêng dốc về phía thiên đỉnh [Kahn 1985, 138-140]. Tuy nhiên chính khái niệm về mẫu hình học rõ ràng bao gồm các vòng tròn và khối cầu (cũng khác biệt với cấu trúc thuyết Hình người đưa ra là giống như một ngôi nhà hay một túp lều) hoàn toàn xa lạ với tư tưởng sáng tác truyện thơ thần thoại mà chúng ta tìm thấy ở thời Homer và Hesiod. Thú vị hơn cả chính là sự giải thích sai của

⁽⁴⁾ Khuynh hướng này không chỉ giới hạn ở Cambridge. Wade-Gery của Oxford cũng đã viết một bản tham luận [1949, 81] trong đó ông mô tả Hesiod như một nhân vật Tiền Socrates đầu tiên, và thậm chí còn so sánh ông ta với Solmsen 1950.

Cornford về Xáoç (lỗ hổng ban đầu) trong thời Hesiod như một phiên bản lệch lạc về thần thoại của người Polynesia về việc phân tách giữa bầu trời và trái đất. Do vậy chúng ta tìm hiểu về Kirk và Raven: theo nguồn tài liệu của Hesiod, trên mọi sự kiện, giai đoạn đầu hình thành một thế giới khác biệt chính là từ một lỗ hổng lớn ngăn cách giữa bầu trời và trái đất” [Kirk, Raven, và Schofield 1983, 41]. Trong các tài liệu này Cornford tìm thấy một số thể thơ liên hoàn của Euripides [Frag.484]: “Bầu trời và trái đất trước đây chỉ là một, nhưng từ khi chúng tách nhau ra, chúng bắt đầu sinh sôi, và vạn vật được đưa ra ánh sáng”. Tất nhiên Euripides không trích dẫn từ Hesiod mà từ Empedocles hay Anaxagoras hay bất kỳ triết gia nào khác. Để hướng quan điểm này trở về nghệ thuật viết truyện thơ thần thoại thời Tiền Milesia cần phải tạo đổi mới mang tính cách mạng đối với vũ trụ học của người Milesia, cũng như cần phải nghiên cứu kỹ về Hesiod, đối với ông ta Xáoç, (lỗ hổng ban đầu), xuất hiện đầu tiên.

Đây không phải là dịp để đưa ra cách giải thích ủng hộ đối với tác phẩm *Theogony*, theo nghiên cứu của Paula Philippson [1936] hay giải thích dễ cảm xúc của Norman Brown [1953]. Tôi chỉ muốn lưu ý rằng cách tiếp cận rút gọn của Cornford đối với Hesiod, không đọc nội dung thơ mà chỉ lướt sơ qua để tìm nguồn tài liệu chủ yếu, thì không những làm mờ khuất cái mới cơ bản trong vũ trụ học của người Ionia mà còn bất công đối với những thành tựu suy đoán của Hesiod. Ông ta đã bày tỏ quan điểm rằng phải có cái trước tiên trong buổi khởi đầu, trước khi mọi thứ được định hình. Các nhà thơ thần thoại khác đã nhận thức sự khởi đầu này theo nhiều cách khác nhau. Hesiod đã tưởng tượng ra một lỗ hổng lớn không có giới hạn. Trong các ngôn ngữ phả hệ của truyện thơ thần thoại Hy Lạp. Đặc điểm tiêu cực của lỗ hổng này là bóng tối địa ngục và Đêm đen. Sau đó chúng ta có quan niệm về lỗ đen, trong đó, mọi vật sẽ bị hút vào và biến mất. Một

quan niệm tích cực đầu tiên cho rằng Trái đất rộng lớn sẽ là nơi nương tựa an toàn cho vạn vật.” Trái đất là nơi an toàn vì nó ngăn mọi vật rơi xuống lỗ hổng khổng lồ bên dưới. Do vậy mọi thứ đáng tin cậy và vững chắc đều bắt nguồn từ Gaia. Sản phẩm đầu tiên của bà chính là bầu trời đầy sao tương đương và bao quanh lấy nó”. Thế giới vào thời điểm này đã có một mái nhà bên trên, và Gaia giờ đây đã có bạn đồng hành. Câu chuyện trên có sự gắn kết mạch lạc, trên mọi phương diện nó chính là sản phẩm sáng tạo của Hesiod. Và nếu các rủi ro xảy đến tiếp theo trong câu chuyện giữa Gaia và Ouranos không có nguồn gốc Hy Lạp thì sẽ không có liên quan gì đến Polynesia, và cũng không liên quan gì đến các nhà vũ trụ học, như vậy cần phải có nỗ lực hoàn toàn khác để lý giải việc vạn vật phân tách một cách tự nhiên từ một khối thống nhất theo như lý thuyết ban đầu, cho dù khối thống nhất này được mô tả như là *ἀνεῖρον*, “khoảng không vô tận” hay là “sự kết hợp của vạn vật”.

Để kết luận, tôi xin nói một từ về sự phân ranh giữa khoa học và triết học, tôi có thể chỉ trình bày vắn tắt, vì trong thời kỳ trước Socrates hoàn toàn không có sự phân ranh nào. Việc nghiên cứu về tự nhiên (*νεπιφύσεως ἰσφρία*) bao gồm cả hai lĩnh vực khoa học và triết học. Hãy nhìn lại quan điểm của chúng ta, chúng ta có thể thấy điểm báo trước về sự phân biệt giữa triết học và khoa học khi tách bài thơ của Parmenides thành hai phần riêng biệt: Phương pháp sự thật, phương pháp này nêu lên sự giải thích trừu tượng (siêu hình) về Sự tồn tại, kể đến là Phương pháp quan điểm, phương pháp này mô tả về sự hình thành thế giới tự nhiên. Khi đến với tập *Timaeus* của Plato, chúng ta có thể hiểu sự thay đổi trong cách phân đôi này giống với cách chúng ta phân biệt giữa phương pháp giải thích sự vật theo quan điểm triết học (theo lý thuyết hình thái), và phương pháp giải thích triết học và vật lý tự nhiên của người Ionia theo quan điểm Plato,

một giải thích có khả năng đúng. Tuy nhiên điều đó nằm ngoài tập *propos* của tôi.

Tôi muốn nói thêm rằng, tôi chỉ xem xét lịch sử nội tại về khoa học và triết học Hy Lạp giai đoạn đầu. Đối với lịch sử bên ngoài, phát minh quan trọng về xã hội, kinh tế và các điều kiện về chính trị, có lẽ nên đề cập ở bài viết khác. Nhưng tôi không có điều gì đáng kể để thêm vào ngoại trừ chi tiết về sự phát triển tư tưởng duy lý theo quan niệm triết học về vũ trụ vào thế kỷ thứ VI trước CN, song hành với sự phát triển trong đời sống chính trị Hy Lạp. Sự phát triển song hành đó (theo như tôi biết) được nói đến lần đầu tiên trong cuốn *Les Origines de la pensée Grecque* (Nguồn gốc tư tưởng Hy Lạp) [1962] của J.P. Vernant, sau đó được phát triển một cách thuyết phục ở chương cuối trong bài nghiên cứu gần đây nhất của Lloyd [1979]. Tôi xin đưa ra một vấn đề cuối cùng. Nếu ai đó chấp nhận luận điểm được phát triển bởi Jasper Griffin [1977] (tôi cũng có khuynh hướng theo quan điểm như thế), thì cuốn *Iliad* phải được xem như là một cố gắng có hệ thống nhằm loại trừ, ngăn chặn và bác bỏ các yếu tố phi thường và kỳ lạ trong sử thi ngày xưa. Điều này có nghĩa là ngay từ thế kỷ thứ VIII trước CN, người Hy Lạp đã có khuynh hướng nghĩ về các điều kiện sống của con người dựa trên tự nhiên, phi ma thuật. Không phải Hesiod mà chính Homer là người được xem là người thuộc thời Tiền Socrates đầu tiên. Bây giờ, chúng ta hãy trở lại thời của *Iliad*, phải chăng đây là thời kỳ của sự phát triển song hành giữa chính trị và xã hội trong thế kỷ thứ VI trước CN? Phải chăng đây là sự rủi ro đối với việc dẫn chứng của chúng ta? Hay đây là một chứng cứ về một quan điểm mang đậm nét Weberia về sự tự trị cần thiết trong lịch sử trí tuệ.

KHOA HỌC CỦA PLATO - QUAN ĐIỂM CỦA ÔNG VÀ QUAN ĐIỂM CỦA CHÚNG TA VỀ KHOA HỌC CỦA ÔNG

ALEXANDER P.D.MOURELATOS

Tôi đề nghị thảo luận tỉ mỉ về các điểm cốt lõi trong quan niệm của Plato về khoa học. Hai “quan điểm” nói đến trong tựa đề của bài này tương ứng với hai câu hỏi sau đây: Dựa trên quan niệm khoa học của chúng ta, cái mà chúng ta nhận thấy đặc biệt thích hợp hay đặc biệt không thích hợp trong việc xử lý của Plato về khoa học hoặc về các khoa học là cái gì ? Plato chú trọng đến điều gì trong các phạm vi khác nhau mà trong đó chúng ta có thể thừa nhận điều gì là khoa học, hoặc là ông đã nói gì về những ngành khoa học riêng biệt hoặc đề tài tổng quát của sự nghiên cứu khoa học?

1. Phương pháp thẩm định tiếp cận với khoa học của Plato

Hầu hết những yếu tố trong quan niệm về khoa học của Plato, không khớp với các suy đoán hiện nay, thì đều quen thuộc đến nhàm chán vì thế tôi sẽ chỉ đề cập đến những yếu tố ấy bằng những thuật ngữ chung. Trong đoạn văn về phương pháp luận nổi tiếng trong tác phẩm *Phaedo* [95e-99e], Plato bày tỏ một sự ưa chuộng dứt khoát về lời giải thích có tính mục đích luận. Về sau, trong tác phẩm *Timaeus* ông lặp lại sự

ưa chuộng đó và biểu lộ nó trong các giải thích thực sự là của ông. Trong cả hai tác phẩm *Phaedo* và *Timaeus*, Plato cũng ngụ ý rằng có một ít vấn đề đưa ra những giải thích không được thấu đáo hợp lý làm thỏa lòng. Nói cách khác, một giải thích là đáng giá thì phải hoặc là tự nó thuyết phục, hoặc là một bước tiến gần về hướng tạo ra được cái mà chúng ta gọi là giải thích “cuối cùng”. Sự lạc quan nóng vội mà Plato thể hiện ở khía cạnh này có thể tạo ấn tượng nơi các nhà khoa học hiện đại còn nông nổi.

Điều ai cũng biết rõ và phàn nàn nhiều là việc Plato đánh giá thấp bằng chứng của giác quan trong việc tìm chân lý và việc ông xem thường các cuộc thí nghiệm và việc thu thập các dữ liệu quan sát.

Nhưng cũng có nhiều điều mà độc giả hiện đại nhận thấy là thích hợp hoặc thậm chí mang tính tiên đoán rất ấn tượng, đối với các học thuyết hay xu hướng của thế kỷ thứ 20. Đáng chú ý, chính cuộc đối thoại tương tự đã chuốc lấy sự chế nhạo ác cảm nhất từ những kẻ phỉ báng hiện đại theo Plato, *Timaeus* cũng là một tác phẩm kích thích nhiều ý kiến đáng giá.

Timaeus có thể được xem là tập hợp kiến thức bách khoa của Plato về khoa học. Tập sách này cũng có thể được xem là tập hợp các phát biểu của Plato về một học thuyết khá hấp dẫn trong thời đại chúng ta: đó là sự thống nhất của khoa học. Nếu chúng ta bắt đầu ghi nhận những sự đóng góp đầu tiên có thể nhận rõ được cho những gì rốt cuộc sẽ trở thành các ngành khoa học rõ rệt, thì có thể chúng ta phải kê ra các đoạn văn của tác phẩm *Timaeus* không những theo tựa đề nổi tiếng và đáng chú ý về Lý thuyết – con số, Hình học, Phép đo Lập thể, Thiên văn học, Hòa âm học – những đoạn văn này ai cũng biết và rất nổi tiếng – mà còn dưới dạng những tựa đề như là Cơ học (đáng lưu ý là Cơ học Chất lỏng và Lý thuyết phi đạn [77c-81e], Âm học [80a-b], Quang học [45b-46c], Hóa học vật lý và Khoáng chất học [53c-61c], Sinh

lý học Nhận thức [61c-68d], Sinh lý học Nhân văn Tổng quát [69d-81e] cũng như Bệnh lý học Con người [81e-86a], Bệnh lý Tâm lý học [86b-90d]. Sẽ không là gì cả khi các chủ đề này không trình bày về mặt lý thuyết của chính Plato mà đúng ra những bài viết của Plato được gợi ý bởi những người đi trước cũng như những người cùng thời với ông. Các chi tiết trong những bài viết riêng lẻ được giới thiệu trong cuốn bách khoa nói trên có thể là vay mượn, nhưng nhìn chung cách tổ chức và tầm nhìn quả thật là của Plato. Về bản chất hệ thống này thuộc thuyết Cơ giới cũng như xét về nguyên tắc, hệ thống này thuộc thuyết Cửu cánh hay Mục đích luận. Trong phạm vi giới hạn của thuyết Cửu cánh - luôn mong mỗi thực hiện điều tốt nhất trong khả năng thích hợp - thì hệ thống về bầu trời và cả các hiện tượng trên mặt đất chỉ liên quan đến hai yếu tố: cấu trúc hình học và chuyển động. Điều này khác xa loại thuyết Cơ giới mà Plato đã chỉ trích khi ông chống lại các lý thuyết của những người theo chủ nghĩa Duy vật trong tập *Laws* x 889b-c⁽¹⁾. Nó thiên về học thuyết hình học quá trừu tượng về chuyển động, có gì đó hơi giống với thuyết Cơ giới thuần nhất do Descartes phát triển.

Độc giả hiện đại cũng đã rất kinh ngạc bởi sự xuất hiện trong tập *Timaeus* [cf. Vlastos 1975, ch. 2-3] như một báo trước về mô hình mẫu giải thích về khoa học theo phương pháp giả thuyết - loại trừ. Chúng ta hãy nhớ lại hai trường hợp tác động tốt nhất đối với Plato:

Ở 36b-d, ông đã xây dựng một mô hình hình học về chuyển động của Mặt trời giữa các chí tuyến theo đường xoắn ốc phụ thuộc vào các mùa. Ông đã phát triển lý thuyết cho rằng đường xoắn ốc chính là kết quả của hai chuyển động đồng nhất và liên tục: chuyển động xoay tròn về phía tây

⁽¹⁾ Vạn vật phát triển dựa trên sự tương tác giữa các mặt đối lập cụ thể.

trong một ngày của toàn bộ quả cầu; và chuyển động hàng năm về phía đông theo một vòng tròn lớn giữa hai chí tuyến, vòng tròn của đường Hoàng đạo. Cách giải thích này phù hợp một cách gần như hoàn hảo đối với các dữ liệu mà Plato biết dựa trên kinh nghiệm [cf. Vlastos 1975 54-57].

Tại 51b-61c, Plato sử dụng một mô hình cấu trúc về toán học để giải thích đặc tính nội tại và tác động hỗ tương giữa bốn nguyên tố (đất, nước, không khí, lửa). Lý thuyết của ông cho rằng mỗi nguyên tố có một cấu trúc phân tử riêng biệt nhưng cân đối, mỗi kiểu phân tử có dạng hình học cân bằng bền vững, không phải dạng khối mười hai mặt. Cách giải thích của Plato có nhiều sự kiện liên quan đến các yếu tố nói trên, nhưng không chắc có sự phù hợp giữa lý thuyết và các dữ liệu thực tế như trong cách giải thích của ông về chuyển động của mặt trời. Theo Gregory Vlastos [1975, 85], sự mơ hồ trong cách giải thích về các nguyên tố có thể là do các số liệu liên quan đến hiện tượng thuộc quả đất của Plato theo như cách sắp xếp của ông: “hiện tượng thông thường, không kiểm soát được, không phân tích được – những hiện tượng mà mọi người phải biết và không ai phải nghiên cứu”.

Ngay cả việc Plato xem thường kiến thức dựa trên kinh nghiệm cũng phần nào có lý khi xem xét vấn đề nhận thức luận và triết học khoa học với quan điểm ở thế kỷ 20. Do vậy, Plato tỏ ra dứt khoát khi đồng ý với nhận định cho rằng kiến thức về thế giới khoa học tự nhiên phần nhiều là sự phỏng đoán, (một sự giải thích mang tính khả năng)⁽²⁾. Việc Plato thừa nhận sự liên quan giữa lý thuyết và dữ liệu thực tế

⁽²⁾ Quan điểm này được xây dựng bởi G. E. R. Lloyd [1983b, 11-30] trong một cuộc tranh luận cổ động và có căn nhắc về quan điểm khoa học của Plato. Xem 1983b, 22 “Sự miễn cưỡng (của Plato) khi tuyên bố một điều gì đó không chắc chắn hoàn toàn có thể thông cảm được, quả thực đáng khen khi chúng ta dựa theo suy nghĩ giáo điều của hầu hết những người trước và sau thời Plato”.

phần nhiều dựa theo quan điểm triết học về khoa học hiện nay. Ngày nay chúng ta cho rằng một lý thuyết được kiểm soát bởi các dữ liệu dựa theo kinh nghiệm thì dấu sao cũng mang tính gượng ép – sự gượng ép trong các quy tắc khoa học và trong hệ chỉ phối. Hơn nữa, sự lồi cuồn của lý thuyết về các hiện tượng thường mạnh đến nỗi hình thành nên các dữ liệu. Chúng ta thường nói sự quan sát mang nặng tính lý thuyết. Plato nói với chúng ta rằng trong vũ trụ học hay trong triết học và tự nhiên, trước hết chúng phải ghi nhận các lý giải về vũ trụ, lý giải đó gợi lên một suy nghĩ trừu tượng về các cấu trúc, cũng như về cách kết hợp và biến đổi tối ưu của chúng. Nhưng chúng ta cũng cần ghi nhận yếu tố mà Plato gọi là “nguyên nhân bất chợt” hay “tính tất yếu”. Trong các thuật ngữ về bản thể học và thần thoại, Lý giải về vũ trụ “chiếm vị trí thống trị” so với Tính tất yếu vì nó mang tính thuyết phục cao. [Tim. 48a]. Hệ quả nhận thức luận chính là ở chỗ phạm vi của Tính tất yếu vốn đã mơ hồ không thể hiểu như một vật cụ thể, nó chỉ dễ hiểu khi người ta hướng suy nghĩ về các cấu trúc lý thuyết hướng đến nó [49c-50a].

Cũng có một nét đặc trưng về vật lý học trong tập *Timaeus* làm cho Whitehead, Friedländer và nhiều nhà vật lý học hiện đại say mê: đó là thuyết nguyên tử trong tập *Timaeus* của Plato, thuyết này cho rằng không phải lý luận về hạt cơ bản không thể tách rời, mà chính là lý luận về thể thức trừu tượng đối với sự ăn khớp có hệ thống của vũ trụ gắn với quan điểm lý thuyết về sống của cơ học lượng tử hơn so với thuyết nguyên tử của Dalton hay của những người trước đó, Democritus và Epicurus.⁽³⁾

⁽³⁾ Xem Whitehead 1933, 126: “Lý thuyết sống nguyên tử hiện đại nghiêng về phía Plato hơn Democritus: Thuyết động lực học của Newton nghiêng về phía Democritus hơn Plato” Cf. Friedländer 1958, ch.14.

2. Nghiên cứu về “Triết học của khoa học” của Plato

Hãy thử nhìn nhận sự việc không dựa trên quan điểm hiện đại, hy vọng rằng chúng ta có thể tiếp cận với quan điểm khoa học của Plato. Tất nhiên có một điều chúng ta không thể quên: trên diện rộng việc chúng ta lựa chọn các đề tài sẽ tùy vào những gì chúng ta cho là khoa học. Tiêu điểm ngữ nghĩa của thuật ngữ tiếng Anh “Science” (khoa học), rõ ràng là cách sử dụng danh từ đếm được của nó, (a) chúng ta có thể nói đến “khoa học” như là một bộ phận riêng biệt của tri thức, nghĩa là hình học hay hóa học đều là một ngành khoa học. Điều bộc lộ ra ngoài tiêu điểm này là: (b) cách sử dụng danh từ tập hợp hoặc (c) cách sử dụng danh từ trừu tượng giúp chúng ta bàn về các ý kiến hình thành đặc điểm của các ngành khoa học. Cách sử dụng từ *ἐπιστήμη* (kỹ năng) bao gồm ba dạng, nhưng cũng có một số phức tạp lớn. Thuật ngữ Hy Lạp này cũng mang (d) ý nghĩa “tri thức” và “sự hiểu biết” và cũng tương ứng với hai cách sử dụng đối với thuật ngữ “skill” (kỹ năng) của người Anh: (e) cách sử dụng danh từ trừu tượng (ví dụ như: “Anh ta thể hiện kỹ năng”), và (f) cách sử dụng danh từ đếm được (ví dụ như: “Cưỡi ngựa là một kỹ năng”). Plato đã biến đổi thuật ngữ *ἐπιστήμη* từ một cách hiểu thành các cách hiểu như trên. Thực ra, do trong tiếng Hy Lạp không sử dụng các “mạo từ không xác định”, nên chỉ có hai trong số các cách hiểu thuật ngữ *ἐπιστήμη* theo số nhiều (a) và (f) là có thể nhận biết được mà không cần xem xét đến ngữ cảnh. Vì chủ đề của tập nghiên cứu này là lịch sử và triết học của khoa học, không phải là nhận thức luận hay lý thuyết nghiên cứu, sẽ hợp lý hơn nếu chúng ta chọn những đề tài về “ngành hoặc bộ phận tri thức” trong đó thuật ngữ *ἐπιστήμη* có ý nghĩa nổi bật.

Một đề tài tốt để bắt đầu không phải là tác phẩm *Timaeus* mà là phần ngoài đề trong tác phẩm *Philebus Mathematics and the “professions”*: *Philebus* 55c-59c. Theo nghiên cứu, loại này ban đầu được đề cập đến như một phần thuộc về

της πε περὶ τὸ ἰσθίον ἐ ποτῆς. Nhưng khi kế hoạch được trình bày, thuật ngữ ἐπιστήμη (kỹ năng) được sử dụng giao hoán với thuật ngữ τέχνη (nghệ thuật) – một ý nghĩa tương tự thể hiện ý nghĩa của “kỹ năng” đối với thuật ngữ ἐπιστήμη⁽⁴⁾. Ở đoạn 55d, loại này được tách thành hai loại phụ khác: loại phụ thứ nhất gồm các môn nghệ thuật và các ngành khoa học “phục vụ cho cộng đồng” hay “phục vụ cho việc thuê mướn” (δημιονοικόν) mà Plato cũng gọi là “nghệ thuật thực tế” (χειροτεχνικαίς, 55d), và chúng ta có thể gọi đó là “các công việc chuyên môn” hay đơn giản chỉ là “các chuyên môn”, hệ phái phụ thứ hai bao gồm các môn nghệ thuật và các ngành khoa học hướng đến lợi ích của giáo dục và văn hóa (περὶ παιδείας καὶ ποτὶ ἡν). Plato khi đó đã đưa ra nhận định rằng nếu một ngành tách khỏi các chuyên môn - tập hợp bao gồm các môn tính toán, đo lường, cân nặng, thì phần còn lại trở nên quan trọng (φονλον, 55e). Các ngành khoa học về số học, thi pháp học, tính học vì thế được gọi là các ngành tiên phong trong số các chuyên môn. Tuy nhiên việc liệt kê ba ngành tiên phong đã thể hiện các khía cạnh: Plato đề cập đến λογιστικὴ (khoa học tính toán) như một ngành học hàng đầu, khác biệt với οἰθημητικὴ (lý thuyết về chữ số). Thực tế ông thậm chí cho rằng các ngành khoa học đều thuộc cùng một thể loại như Số học và Thi pháp học – chúng ta có thể gọi là “các ngành khoa học toán”.

Sau sự phân chia ban đầu giữa các nghề chuyên môn với các môn học về văn hóa hoặc giáo dục, kế đến là sự phân chia các nghề chuyên môn để vận dụng tối đa việc tính toán, đo lường, và cân nặng, dựa vào kinh nghiệm và thực tế (ἐμπειρία καὶ τινὶ τιβή, 55d) hoặc dựa vào ngành học đối nghịch –

⁽⁴⁾ Các thuật ngữ ἐπιστήμη và τέχνη được sử dụng thay thế cho nhau không chỉ trong bài viết này mà còn trong các bài viết của Plato. Việc dịch “craft” thành “thủ công” có thể chỉ xuất hiện trong một số ngữ cảnh, không có chuẩn mực nào cả. Xem Roochnik 1986, 295-310

στοχαστική (nghệ thuật đạt được mục tiêu). Nghệ thuật mà Plato chọn làm đại diện cho nhóm chuyên môn thứ nhất là τεκτονική (nghệ thuật xây dựng), bao gồm cả việc đóng tàu, kiến trúc và làm mộc. Ví dụ điển hình về nhóm nghề chuyên môn thứ hai là âm nhạc (biểu diễn), các ví dụ khác là y học, nông nghiệp, nghệ thuật đi biển và khoa học quân sự. Đặc điểm của các nghề chuyên môn trong nhóm đầu tiên là chúng thể hiện sự tin cậy lớn đối với tri thức – hoặc có thể dịch là “có nhiều điều để làm đối với khoa học” (ἐπιστημης πολλην ἐχόμενην, 55d)? – bàn về sự việc theo bản chất thuần túy của nó (ὠρεσθαρώτατα νομίζειν, 55d), bao hàm hơn cả những điều đã rõ ràng và chắc chắn (σφαιέει... βέβαιον: cf. 56a) và có độ chính xác lớn hơn (ἀκριβείας μετισταχονος, 56c: cf. 56b). Mặc dù bàn về sự phân chia, cách so sánh mà Plato sử dụng cho thấy rằng chúng ta đang xem xét sự việc với một bảng biến thiên hay bảng phân bố tính chất từ thấp đến cao, với một đầu là nghệ thuật xây dựng và một đầu là âm nhạc. Rõ ràng rằng sự phân biệt này không tương ứng với sự phân biệt giữa khoa học “chính xác” và khoa học “không chính xác” khi chúng ta sử dụng những thuật ngữ này. Nhưng có lẽ sẽ tiện cho chúng ta hơn khi đề cập đến nhóm thứ nhất và nhóm thứ hai như là nghề chuyên môn chính xác và nghề chuyên môn không chính xác.

Phần này sẽ không tiếp tục đề cập sâu đến sự phân chia nữa. Thay vào đó, Plato tập trung trực tiếp vào các môn hàng đầu về toán học. Vị trí của chúng trong kế hoạch không rõ ràng. Plato chỉ nói chúng đứng đầu trong các môn nghệ thuật và khoa học (ἐκδόσεων ἀντών, 55d; Πρώτων, 55e), vì thế chúng ta không thể nói chúng đứng đầu về các nghề chuyên môn chính xác. Tuy nhiên cách diễn đạt ở đoạn 56c cho thấy rằng các môn hàng đầu này được bao hàm trong các chuyên môn chính xác, dấu sao thì vẫn còn vượt xa so với các chuyên môn còn lại, chính xác là ở mức cao nhất (τοντωνδέ [ý nói đến các chuyên môn chính xác] τοντας ἀκριβετατος ειναι τεχνας). Tuy nhiên, các thuật

ngữ χειροτεχνικη và δημιουργικον (nghệ thuật, hoạt động thực tiễn/hành nghề) trong đoạn 55d chắc chắn không phù hợp với các nghề chuyên môn chính xác. Gợi ý từ sự phân đôi ban đầu chính là ở chỗ các môn toán học không phải là các nghề chuyên môn chút nào. Người ta theo đuổi chúng vì mục đích giáo dục. Vậy chúng ta phải giải thích thế nào về sự liên đới rộng lớn và phức tạp với toàn bộ các nghề chuyên môn.

Plato qui định rằng vấn đề được tiếp cận không thuộc sự phân loại mà thuộc sự đồng dạng (ὁμώνυμον, 57b: cf. 57b-e). Ông đặt câu hỏi liệu sự phân biệt giữa nghề chuyên môn chính xác và nghề chuyên môn không chính xác có được rút ra từ một trong số các môn toán học hay không. Ông đã đi đến kết luận rằng:

“Hai nghệ thuật về sự tính toán và hai nghệ thuật về sự đo lường, và hàng loạt các môn nghệ thuật thuộc dạng này (τανταῖς ἄλλαι τοιαυταὶ συνενομενα συχνοὶ) có hai đặc điểm như nhau nhưng có cùng tên” [57d]¹⁵.

Chẳng hạn sự phân biệt giữa số học sử dụng trong các nghề chuyên môn, liên quan đến các đơn vị kích cỡ khác

¹⁵ Việc sử dụng συνενομενα gợi cho ta nhớ đến cách sử dụng συνενομενα ở đoạn 56c. Ở đây phân từ được sử dụng để thể hiện quan hệ giữa các chuyên môn riêng lẻ và hệ chuyên môn của chúng (τεκτονικη trong trường hợp các chuyên môn chính xác và μουσικη trong trường hợp các chuyên môn không chính xác). Một người có thể cho rằng phân từ tại đoạn 57d được ngụ ý nhằm đề cập đến quan hệ giữa giữa các chuyên môn riêng lẻ với các môn khoa học toán học. Đó là ý nghĩa có liên quan đến συνενομενα. Ở đây chúng ta hiểu ngầm rằng tính đối ngẫu được mở rộng về mặt chuyên môn-bao gồm cả những chuyên môn không chính xác, vì chúng cũng được định hướng bởi các ngành toán học. Các thuộc tính toán học trong các chuyên môn sẽ tạo thành một ngành toán học riêng lẻ trong mỗi chuyên môn. Mỗi ngành toán học đó sẽ đặt điều kiện cho tính đối ngẫu. Một đặc điểm thú vị của lý giải này là nó giải thích cho việc bỏ qua ngành hòa âm học trong danh sách các ngành toán học của Plato, đồng thời giải thích cho việc chọn lựa âm nhạc như một kiểu phương pháp thử và sai. Có ý kiến cho rằng có hai nghệ thuật trong âm nhạc đó là: việc chơi đúng và lễ nhíp của người biểu diễn, và khoa học mang tính lý thuyết cũng được gọi là hòa âm học. Nhưng sẽ dễ hiểu hơn khi cho rằng cụm từ τανταῖς ἄλλαι συνενομεναὶ συχνοὶ ở đoạn 57d chỉ có nghĩa là “v.v”, bao hàm các ngành toán học được nhận thức ngoài hai môn được đề cập rõ ràng là số học và thi luật.

nhau, chỉ mang tính tương đương (hai con thú, hai doanh trại) và số học thừa nhận các đơn vị bất biến và chính xác [56d-e] nghiên cứu bởi các lý thuyết gia (τῶν τιλοσοφούντων). Plato đã ngụ ý nhắc đến sự phân biệt tương ứng giữa nghệ thuật tính toán áp dụng trong chuyên môn xây cất hoặc kinh doanh và việc nghiên cứu về lý thuyết đối với hình học hoặc hoạt động số học. Sẽ chắc chắn khi ta đề cập đến sự phân biệt giữa toán học ứng dụng và toán học lý thuyết hay thuần nhất.

Phạm vi cách biệt giữa toán học ứng dụng và thuần nhất bao gồm các điểm chính sau:

“Chúng ta đã ghi nhận ở một chừng mực nào đó sự khác biệt về tính rõ ràng giữa các môn khoa học gây ngạc nhiên... Ngay khi chúng ta nói rằng các môn khoa học này (scill. toán học dùng trong các nghề chuyên môn) rất khác biệt so với các nghề chuyên môn khác. Các môn khoa học được dùng trong công việc của các lý thuyết gia đích thực (αἱ περὶ τῆν νοτ ὄντως περσοφούντων ὀρίην.) khác biệt với một mức độ đáng ngạc nhiên một cách chính xác và sự chính xác liên quan đến đo lường và các con số từ những giải thích chuyên nghiệp riêng của họ [Phil 57c-d].⁽⁶⁾

Tuy nhiên phát biểu trên không phải của Socrates mà là của Protarchus. Khi Socrates đưa ra câu hỏi “Liệu chúng ta có nên nói rằng các môn toán học lý thuyết có tính chính xác nhất trong số các môn khoa học hay không?” Protarchus đã không ngần ngại trả lời rằng “nên như thế lắm chứ”. Nhưng Socrates vẫn đưa ra luận điểm cho rằng quan điểm theo Plato vẫn chiếm ưu thế và là nghệ thuật biện chứng [57e-59d]. Để nhấn mạnh tầm quan trọng nhất của quan điểm này, Socrates đã đặt cho nó những cái tên “tốt nhất” và “đáng quý nhất”, νοῦς (sự hiểu biết) và φρόνησις (tư duy). [59c-d] vì vậy, khi đề

⁽⁶⁾ τοῦτῶν αὐτῶν nhắc đến αὐταί, cho rằng chỉ có toán học được sử dụng trong các chuyên môn. Sở hữu cách chịu chi phối bởi διαφεροναι, không phải là sở hữu cách bộ phận

cao phép biện chứng Plato đề nghị rằng việc sử dụng danh hiệu ἐπιστημῆς thay cho toán học lý thuyết là đáng tin cậy nhất.

Khi đề cao phép biện chứng, Socrates cũng đưa ra quan điểm cho rằng việc nghiên cứu mang tính lý thuyết về tự nhiên (περὶ φύσεως περὶ...σπεν... τὸν κόσμον τόγδε, 59a) được xếp vào các chuyên môn bình thường, nó không giải quyết vấn đề về sự thật hiển nhiên mà giải quyết các sự việc mang tính thay đổi. Cả voux lẫn ἐπιστημῆς đều không liên quan đến nó.

Xét về tầm quan trọng, các tên gọi như φρόνησις voux ἐπισφηνμ mang tính trang trọng. Sự hồi tưởng là chủ đề xuyên suốt trong tác phẩm *Philebus*. Trong giai đoạn đầu của việc phân chia, thuật ngữ τέχνας cũng có đặc điểm này. Như vậy, ở đoạn 55e-56a Plato nhận thấy rằng cũng có nhiều người sử dụng thuật ngữ Τέχνη với ý nghĩa nghệ thuật nhưng không liên quan đến toán học, và ở đoạn 56c ông thể hiện sự dè dặt về việc sử dụng thuật ngữ Τέχνη về hệ loại, bao gồm hàng loạt các chuyên môn, bao gồm các chuyên môn chính xác (θῶμεν τοινυν διχῇ τὰς λεγομένας τέχνας, “chúng ta hãy phân đôi cái gọi là các nghề chuyên môn”). Câu này ngụ ý rằng khi ý nghĩa về toán học bị thu hẹp, thuật ngữ τέχνας sẽ trở nên mơ hồ. Có một sự mơ hồ về cú pháp trong hai đoạn xác định toán học thuộc các chuyên môn chính xác (ταυτὰς ἀκριβεστάτας εἶναι τέχνας, 56c; ἐπιστημὰς ἀκριβεστάτας εἶναι, 57e). Plato có lẽ đã cho rằng hai cách phân loại này như τέχνας hoặc ἐπιστημὰς; hoặc là có lẽ ông cho rằng đây là τέχνας và ἐπιστημὰς theo ý nghĩa chính xác nhất của các thuật ngữ này. Rõ ràng những gì chúng ta có được từ *Philebus* không đơn thuần là sự phân loại mang tính mô tả mà là một học thuyết giá trị về các môn nghệ thuật và khoa học.

The scheme trong tác phẩm *Statesman* 258e-260b. Trong tập *Philebus* đoạn 55d, thoát nhìn, ta thấy sự phân biệt giữa các nghề chuyên môn và các môn học về văn hóa và giáo dục giống với sự phân biệt trong tác phẩm *Statesman* đoạn 285e

giữa προκτική ἐπιστήμη và γωνυτική ἐπιστήμη. Tuy nhiên, khi đi sâu vào sự phân chia trong các đoạn sau, chúng ta thấy ở đoạn 260b, γωνυτική ἐπιστήμη có hai loại khác nhau, một là κριτικόν (thiên về sự phán xét) và một là ἐπιστημαί (thiên về sự hướng dẫn, thi hành và quản lý). Khoa học tính toán đã hoàn toàn sụp đổ trong các môn học thiên về phán xét, còn kiến trúc – một môn học liên quan đến việc đưa ra các hướng dẫn và kế hoạch cũng như đánh giá – thì lại thuộc các môn học thực hành [259e-260a]. Khi kết hợp các sự phân chia cấp thấp, dựa trên tiêu đề của các môn học thực hành và tiêu đề khái quát của γωνυτική ἐπιστήμη, chúng ta không chỉ tìm thấy nghệ thuật của tầng lớp chính khách mà cả những nghệ thuật đa dạng của tầng lớp nông dân. Hiển nhiên rằng thuật ngữ γωνυτική ἐπιστήμη trong tác phẩm *Statesman* không mang ý nghĩa tương ứng với “tính dám nghĩ dám làm của các nhà lý luận chân chính” được đề cập trong tác phẩm *Philebus*. Ý nghĩa của thuật ngữ ἐπιστήμη hẳn có liên quan đến “kỹ năng”, và ban đầu người ta không phân biệt giữa khoa học ứng dụng với khoa học lý thuyết mà phân biệt giữa các kỹ năng đơn thuần mang tính chất thực hành – các kỹ năng này không được thảo luận sâu hơn – và các kỹ năng dựa trên kinh nghiệm. Vì vậy mọi cách phân biệt rút ra từ tác phẩm *Statesman* đều nằm trong phạm vi mà tác phẩm *Philebus* xem như là các nghề chuyên môn. Nhưng lý do căn bản của mọi cách phân chia trong tác phẩm *Statesman* hoàn toàn khác so với các cách phân chia chỉ vạch ra những khác biệt giữa các nghề chuyên môn chính xác và không chính xác.

Plato trích dẫn kiến trúc như là một kỹ năng kết nối giữa việc đánh giá và thực hành. Tuy nhiên kỹ năng này cũng khẳng định quan điểm trong tác phẩm *Philebus* cho rằng kiến trúc xuất phát từ các nghề chuyên môn chính xác. Cho dù phương pháp biện chứng khuyến khích sự phân đôi, thì các nghề chuyên môn cũng hợp thành một dãy biến thiên:

với một bên các nghề chuyên môn liên quan đến những kỹ năng thực hành, còn bên kia là các chuyên môn liên quan đến các kỹ năng thiên về nhận thức và trí tuệ.

The sublimated sciences trong tác phẩm *Republic* vii. Học thuyết cho rằng một khi loại bỏ các khía cạnh toán học khỏi các môn nghệ thuật và khoa học thì phần còn lại sẽ trở nên “vô giá trị” cũng xuất hiện trong tác phẩm *Republic*. Chúng ta đều biết rằng “mọi khoa học và nghệ thuật” đều liên quan đến con số và sự tính toán [522d]. Nhận xét này xuất hiện ngay đoạn đầu trong tập 7 trình bày về chương trình giáo dục đại học dành cho giám hộ viên: trước hết là năm môn về Toán học gồm Số học, Hình học, Hình học Không gian, Thiên văn học và Hàm Điều hòa; kế đến là các môn học “nòng cốt” và “chủ đạo”, các môn Toán học chỉ đóng vai trò mở đầu, mang tính biện chứng. Tác phẩm *Philebus* đoạn 55c-59d hoàn toàn lặp lại các chủ đề trong tác phẩm *Republic*. Tính hai mặt của Số học, Hình học và Thiên văn học xuất hiện giữa cách giải thích mang tính thực hành được Glaucon ủng hộ – việc đếm số quân, đo đạc các cánh đồng, kiến thức về các mùa – và cách giải thích nặng về lý thuyết của Socrates đã phát triển. Trong tác phẩm *Philebus*, sự tương phản giữa các môn khoa học toán học và phép biện chứng dường như còn lớn hơn cả sự tương phản trong các môn khoa học toán học.

Cũng có một số khác biệt lý thú trong cách giải thích của tác phẩm *Philebus*. Cả Thiên văn học và Hòa âm học đều không được nhắc đến trong đoạn sau, nhưng chúng lại được trình bày trong tác phẩm *Republic* như một bước ngoặt của sự thăng hoa về lý thuyết. Hòa âm học ứng dụng không gì khác hơn là âm nhạc theo ý nghĩa thông thường – là ví dụ quan trọng về một nghề chuyên môn chính xác. Đáng chú ý là Plato không muốn Glaucon đi sâu hơn về sự hữu ích của âm nhạc bởi lẽ điều này đã được đề cập trong Tập 4. Thay vào đó, Glaucon đã thu hút được sự chú ý của Socrates đối với các

môn khoa học toán học, ông đã đưa ra phê bình phương pháp tiếp cận Hòa âm qua tai. Khi phân biệt các âm sắc và đo quãng độ của nhạc, các nhà hòa âm thường bỏ qua việc rèn luyện của những người biểu diễn. Cũng như việc những người biểu diễn chỉnh âm bằng phương pháp thử sai, các nhà hòa âm thường tìm cách xác định quãng âm nhỏ nhất qua việc lắng nghe các âm thanh lặp lại khi điều chỉnh dây. Socrates bỏ qua việc chỉnh dây công phu và đưa ra sự phân biệt hai dạng hòa âm lý thuyết: khoa học của Pythagoras thường tìm kiếm sự cảm nhận hòa hợp về các âm thanh, còn khoa Toán học thuần nhất của Plato thì lưu ý các nhà hòa âm nghiên cứu các nhịp điệu nào hòa hợp, nhịp điệu nào không hòa hợp và tại sao có những nhịp hòa hợp còn những nhịp điệu khác thì không. Cách diễn đạt này đưa ra một chương trình cho một số dạng của lý thuyết thống nhất về toán học. Cụm từ “những con số hòa hợp” (οὐκ ὁμοῖοι ἀριθμοί) được Andrew Barker giải thích một cách thuyết phục là “những con số mà chúng ta cho là hòa hợp với các âm thanh nghe được”.⁽⁷⁾

Khi thảo luận về Thiên văn học trong tác phẩm *Republic*, người ta cũng trình bày cách giải thích mang tính ứng dụng về vấn đề này – như trong trường hợp của Số học và Hình học – theo cách giải thích của Glaucon về tính hữu ích của nó⁽⁸⁾. Ở đây, Socrates đưa ra một phân biệt rõ hơn về Thiên văn học ứng dụng: Thiên văn học chuẩn mực đương đại đối lập với Thiên văn học thực tế. Những gì Socrates cho là Thiên văn học chuẩn mực không phải là việc ứng dụng các dữ kiện về thiên văn trong việc làm lịch hay trong nông nghiệp,

⁽⁷⁾ Tôi tiếc vì đã bỏ lỡ những mục quan trọng này trong các bài nghiên cứu trước đó của mình về vấn đề này.

⁽⁸⁾ Cách giải thích mang tính ứng dụng về Thiên văn học mà Glaucon đề cao hẳn là một phần nhận thức chung của người Athen về μετεωρολογία. Trong tác phẩm *Symp. 188a-b*, nhà học giả về y khoa Eryximachus đã cho rằng “khoa học về vòng xoay của các ngôi sao và các mùa trong năm được ứng dụng trong dự báo thời tiết khắc nghiệt và bệnh dịch”.

vì điều này không mang tính thiết thực (ἀχρηστου), một chi tiết quan trọng trong bài thường được xem xét kỹ. Theo quan niệm về thiên văn của Socrates, đây là một dạng của θεωρία (nghiên cứu về tự nhiên-lịch sử). Nó hướng đến việc lập biểu đồ về bầu trời qua các mùa và xác định các đường đi cũng như thời kỳ của vòng xoay các hành tinh theo hướng chuyển động về phía đông qua đường hoàng đạo. Định nghĩa về Thiên văn học trong tác phẩm *Gorgias* 451c đã đưa ra cách giải thích chuẩn mực: “việc tính toán căn cứ đến vòng xoay của các ngôi sao, Mặt trời và Mặt trăng, nói một cách cụ thể là chúng liên quan với nhau như thế nào về tốc độ”.

Thiên văn học thực tế khác *toto caelo*. Một vấn đề mang tính chương trình thuần túy và không được nói đến ở bất cứ phần nào trong tập sao lục của Plato. Nó được xác định trong các thuật ngữ mang tính xét lại như là một ngành khoa học về các “vật thể rắn trong chuyển động xoay” hay về “chuyển động xoay của các vật thể còn vượt quá tầm hiểu biết”. Các định nghĩa Plato đưa ra trong đoạn 529c-d là đáng tin cậy nhất, được hiểu như là khoa học về chuyển động học tổng quát và thuần túy. Theo như cách giải thích về Hòa âm học của Plato, Thiên văn học thực tế vận dụng một cách tiếp cận “vấn đề”: nó xem xét đường chuyển động của các ngôi sao và hành tinh không phải là chứng cứ mà chỉ mang tính gợi ý cho các vấn đề trong việc phân tích và tổng hợp chuyển động.⁽⁹⁾

Các ngành khoa học tổng quát và tác phẩm “*Sự say mê hiểu biết*”. Chúng tôi đã tiếp cận các tác phẩm chủ yếu mà Plato đã để lại, những gì chúng tôi nhận thấy chính là triết lý khoa học của ông ta. Xin cho tôi đặt câu hỏi khái quát như sau:

⁽⁹⁾ Đây là một ví dụ với lời giải thích hiển nhiên về thiên văn như sau: Khi một khối cầu xoay đều trên một trục thì điểm di chuyển dọc theo đường tròn lớn mà bề mặt của nó hướng về trục của khối cầu sẽ tạo ra đường cong như thế nào? Trả lời: Một đường xoắn ốc theo các hình cuộn thay đổi lên xuống. Tôi đã tranh luận trong một thời gian dài cho rằng giải thích “thiên văn học thực tế” trong tập *Mourelatos* 1980,33-73 và 1981, 1-32.

Trong phạm vi tác phẩm “Sự say mê hiểu biết” của Plato, các ngành khoa học đã có vai trò gì. Tôi sẽ tiếp tục bằng cách đặt ba câu hỏi phụ. Trước hết, các ngành khoa học và các môn nghệ thuật có vai trò gì? Khi trả lời câu hỏi này Plato hẳn phải nhờ đến chủ đề quen thuộc của Socrates về các môn nghệ thuật và các ngành khoa học theo lẽ thường của con người: mỗi môn nghệ thuật và mỗi ngành khoa học đều có một sản phẩm hoặc một đối tượng làm mỗi quan tâm chính: đối với mỗi loại đều có một *telos* và một khuôn khổ mục đích luận mặc nhiên, mang tính liên kết tất yếu; mỗi loại đều có thể truyền đạt lại; và mỗi loại đều có sự phân biệt rõ ràng và dễ tiếp cận giữa chuyên môn và không chuyên môn; mỗi loại đều có thể phát sinh những tranh cãi trong quá trình thực hành. Giờ đây chúng ta có thể hiểu được các khía cạnh của chức năng của hệ biến hóa có trong các môn nghệ thuật và các ngành khoa học [Xem Irvin 1977, 73-75; Roochnik 1986, 303-310, Brumbaugh, 1976]. Tôi chọn mở rộng vấn đề về khía cạnh đầu tiên đáng chú ý vì nó xuất hiện trong tất cả các giai đoạn và văn cảnh trong tư tưởng của Plato. Ưu điểm của các nghề đòi hỏi sự khéo léo là sự nỗ lực trong một lĩnh vực được xác định rõ ràng: người thợ sửa giày sẽ chú trọng vào việc làm giày; người thổi sáo sẽ chơi nhạc với các ống sáo; bác sĩ sẽ chú trọng vào việc chữa bệnh. Điều này quy định và tập trung “sự ước chừng” về các môn nghệ thuật và khoa học, mục đích gắn liền của chúng là sự thể hiện xác thực về thuật ngữ mang tính *epos* triết học. Có một sự tương phản liên quan giữa những người nghiệp dư và những người nhạy cảm theo quan điểm của họ: những nhà ngụ biện và các học trò của họ, những nghệ sĩ mô phỏng và các khán giả của họ, những nhà chính trị mị dân và những người cả tin, nịnh hót.

Quy tắc nghiêm ngặt của tác phẩm *Law* viii 846d-e cho rằng người thợ thủ công không thể thực hiện hai nghề chuyên môn. Đây là phần tiếp nối trong chủ đề của Socrates về tính hợp lý của sự chuyên môn hóa. Nó cũng vạch ra mối quan hệ

giữa chủ đề này với nhận thức của Plato về công bằng xã hội-trong cách giải thích lại được vạch ra trong tác phẩm *Republic* về quan niệm truyền thống: hãy làm việc của mình và không là người hay dính vào việc của kẻ khác.

Toán học và tác phẩm “*Sự say mê hiểu biết*”. Câu hỏi phụ thứ hai là *Các môn khoa học toán có vai trò gì?* Plato đưa ra bốn vai trò phân biệt. Như chúng ta thấy trong tác phẩm *Philebus*, toán học cấu thành cốt lõi và bản chất của cả nghề chuyên môn chính xác và nghề chuyên môn không chính xác. Toán học là một kiểu mẫu cho cả ý nghĩa về mặt triết học Plato lẫn ý nghĩa hiện đại (Kuhnian): nó là dạng lý tưởng mà các môn nghệ thuật và khoa học hướng đến; và nó chính là khởi nguồn cũng như nơi chứa đựng những kỹ thuật và các phương pháp được thừa nhận đánh dấu sự khác biệt giữa chuyên môn thực sự và sự thủ đoạn. Thứ hai – trong tác phẩm có liên quan là *Republic vii* – toán học đã đề cao $\mu\epsilon\tau\alpha\sigma\tau\omicron\rho\omicron\tau\eta$ và $\nu\epsilon\mu\alpha\tau\iota\kappa\eta$, mà sự thay đổi quan trọng từ thiên kiến cho rằng thế giới có thể nhận thức được đến suy nghĩ về các thực thể đơn thuần về mặt lý thuyết. Thứ ba – tác phẩm liên quan ngược với *Republic vii* – toán học thích hợp là $\nu\omicron\mu\omicron\iota\delta\epsilon\iota\omicron\varsigma$ (bước đào tạo chuẩn bị) về mặt biện chứng. Tôi sẽ đề cập vấn đề về phần này trong bài sau cùng.

Cảm xúc con người dâng cao khi đề cập đến công bằng hoặc hạnh phúc, nhưng chủ đề về con số hay hình dạng thường đưa chúng ta đến các thảo luận khô khan. Đi sâu tìm hiểu thực chất toán học có thể là vấn đề mang tính nhạy cảm, dễ đưa chúng ta đến sự ghen ghét hay mất lòng tin trong các tranh luận và làm chúng ta nhạy cảm với sự phân biệt quan trọng giữa tranh luận tìm ra sự thực hay tranh luận để dành phần thắng. Chúng ta có thể hiểu được chức năng chuẩn bị về mặt giáo dục của toán học. Tuy nhiên cũng có một khía cạnh khác đôi khi không được chú ý tới: liên quan đến loạt năm môn khoa học về Toán học, với Thiên văn học và Hòa âm

học được hiểu theo các định nghĩa xét lại trong tác phẩm *Republic vii*. Loạt năm môn học này mở đường cho “quan điểm khái quát” về thực tế, đặc điểm của nhà biện chứng [Resp. 537c]. Năm môn học này có mối quan hệ hiển nhiên với nhau. Thực ra, năm môn học đó dường như kết hợp thành vòng tròn có hệ thống. Sự thực trong học thuyết về các con số có thể được nghiên cứu độc lập với các môn khoa học khác. Nhưng tầm hiểu biết của chúng ta được mở rộng đáng kể khi tiếp cận với môn Hình học phẳng, kết hợp các con số với Hình học Không gian, và kết hợp tất cả những gì thuộc về Hình học phẳng. Hiểu biết của chúng ta được mở rộng với Thiên văn học thực tế. Sự tri giác hình học về hình dạng được khái quát thành các đường cong và quỹ đạo trong không gian hai và ba chiều. Cuối cùng, cách giải thích của Plato về Hòa âm học hướng đến việc tìm hiểu nguyên tắc thống nhất về tỷ lệ làm cơ sở cho các chuyển động hòa hợp. Sự liên kết thành vòng tròn này rất chặt chẽ: chúng ta hãy trở lại với học thuyết về những con số và tập trung vào phần tổng hợp nổi trội về học thuyết tỷ lệ [xem ở trên, và Barker 1978b]. Khi kết hợp sự thống nhất mang tính hệ thống của năm môn khoa học toán trong tác phẩm *Republic vii* với chủ đề trong tác phẩm *Philebus* cho rằng cốt lõi và bản chất nghệ thuật của tất cả các môn nghệ thuật và khoa học chính là Toán học, chúng ta sẽ đánh giá đúng quy mô công việc dẫn đến thành tựu hoàn thiện của nhà biện chứng về tầm nhìn khái quát ở giai đoạn nghiên cứu Toán học.

Trở lại với vai trò thứ tư của Toán học, chúng ta bắt đầu liên hệ đến các đặc điểm trong nhận thức của Plato được trích dẫn trong phần đầu của bài viết này khi đưa ra lời kêu gọi đối với độc giả hiện đại. Theo trình bày trong tác phẩm *Timaeus*, các môn khoa học toán đưa ra *cách giải thích* phù hợp trong nghiên cứu vũ trụ. Nói chung luận điểm đưa ra có thể liên quan đến các môn khoa học toán, nhưng thường được giữ vững khi đề cập đến toán học trong tập *Republic vii*.

Toán học phân chia *cách giải thích* phù hợp trong hai cách⁽¹⁰⁾. Thứ nhất, chỉ cách giải thích về hiện tượng cụ thể không mang lại những thắc mắc mới chính là cách giải thích theo cấu trúc toán học. Tại sao đất (nguyên tố) thường dính liền, ổn định, không có phản ứng hóa học và nặng? Trả lời: vì các phân tử đất có hình lập phương. Như vậy, khi tiếp xúc với mặt phẳng, tất cả sáu mặt của hình lập phương đều là mặt vuông vững chắc, chúng chỉ có thể trượt nhưng không bị đổ nhào. Hơn nữa, khi các khối lập phương liên kết với nhau, các mặt vuông sáu cạnh của chúng sẽ tạo thành khối rắn chắc. Ngược lại tại sao lửa lại có xu hướng phát triển mở rộng, hay biến đổi, mang tính tàn phá và sáng? Trả lời: vì cấu trúc nguyên tử của lửa có dạng hình học bốn mặt. Bốn mặt hình tam giác của vật chất này tạo thành cấu trúc dễ bị lật nghiêng và đổ nhào, và các đỉnh góc nhọn của cấu trúc dễ tuột vào trong các cấu trúc khác, vì vậy tạo thành sự tan rã. Nói cách khác, toán học đưa ra cách giải thích về *bản chất* dễ chấp nhận trong công tác nghiên cứu của chúng ta đối với hiện tượng tự nhiên đặc thù.

Và còn nữa, Toán học đưa ra ngữ cảnh thích hợp để trả lời các thắc mắc tổng quát và những thắc mắc mang tính siêu hình mà chỉ có những giải đáp mang tính cứu cánh mới thích hợp. Chẳng hạn chúng ta hỏi tại sao các nguyên tố có dạng vững chắc không thay đổi? Hay tại sao các chuyển động thực của các thiên thể đồng nhất và hình tròn? Hay tại sao có bảy hành tinh và chu kỳ của nó có liên quan với nhau theo cách Plato đưa ra trong tập *Timaeus*? Trong mỗi trường hợp Plato trả lời rằng đó chính là sự sắp xếp “hoàn hảo”. Cách trả lời này làm chúng ta phải chú ý vì hoàn toàn mang tính độc đoán, chỉ là một định kiến mỹ học. Plato có thể đã đáp lại rằng câu hỏi ban đầu không được đưa ra trong *vacuo*. Một

⁽¹⁰⁾ Trong đoạn này và trong đoạn sau tôi xin tóm gọn một cuộc tranh luận trong tập Mourelatos 1981, 24-30.

tính vốn có của logic về “khả năng sinh ra” của Toán học đó là: trong mỗi môn khoa học toán các cấu trúc nhất định được đưa ra với ý nghĩa nổi trội và có tầm quan trọng nhất: trong Số học là các số nguyên nhỏ nhất và sự tương phản giữa số chẵn và số lẻ; trong hình học phẳng là các đường thẳng, các hình tam giác, các hình đa giác đơn giản, các hình cung chính xác, và các hình tròn; trong hình học không gian là hình cầu và các hình lập phương; trong thiên văn học thực tế là các chuyển động tròn; trong hàm điều hòa là số học, hình học và hàm điều hòa. Như vậy, một thuyết giá trị học nào đó về cấu trúc đã được xây dựng thành toán học. Việc đưa ra các câu hỏi về “sự tốt nhất” của các cấu trúc nhất thiết tương phản với cơ sở kiến thức đó, và câu trả lời sắp nêu ra thể hiện lý giải thiên về sự hiểu biết toán học.

Toán học là cốt lõi và là kiểu mẫu cho tất cả các môn nghệ thuật và khoa học, là nguyên tắc thay đổi “xoay quanh” hướng đến thế giới của Hình dạng, và việc đào tạo mang tính chuẩn bị cho phương pháp biện chứng (trong việc mở mang các thói quen tranh luận và quan điểm khái quát), và là sự kết hợp các cấu trúc giải thích phù hợp đối với các thắc mắc liên quan đến vũ trụ. Đây là bốn vai trò chủ yếu của các môn khoa học toán học trong việc đi tìm sự hiểu biết của Plato.

Đóng góp của Vũ trụ học: sự liên quan trong tác phẩm Timaeus. Đóng góp cuối cùng được đề cập thúc đẩy chúng ta đưa ra câu hỏi tại sao Vũ trụ học không có đóng góp như vậy. Đây là câu hỏi phụ thứ ba trong hàng loạt câu hỏi phụ của tôi liên quan đến nhận thức của Plato về vai trò của khoa học.

Ở đây sự phân biệt giữa Vũ trụ học nói chung và cách vận dụng Vũ trụ học của Plato trong tác phẩm Timaeus là có tính quyết định. Sự nhận định về Vũ trụ học nói chung trong tập Philebus lại rất rõ ràng. Mặc dù nhận định đó là công việc điều tra vô tư (điều này có lẽ là nhờ sự nhượng bộ *εἰς τεκμήριον* trong Phil.59a), nhưng nó vẫn được xếp vào loại nghề chuyên

môn thực tế. Bởi vì cũng giống như các nghề chuyên môn thực tế, sự nhận định đó liên quan đến các chân lý muôn thuở nhưng có các sự kiện và sự tiến triển khác nhau; phương pháp nhận thức của nó chính là phương pháp nhận thức về *doxa* (sự tin tưởng và phỏng đoán); các thực thể mà nó tiếp cận giải quyết thuộc về phạm vi của *doxa* (Phil 58e-59b). Nếu có đóng góp vào công cuộc tìm kiếm sự hiểu biết của Plato thì nhận định đó cũng chỉ có vai trò như trong cách của Socrates, là một trong những ví dụ về hoạt động tập trung trí tuệ. Điều đáng ngạc nhiên là Plato không bao giờ đưa ra những bình luận theo cách chúng ta khi thảo luận về vai trò của các nhà triết học tự nhiên Tiền Socrates đối với sự phát triển của khoa học. Không đề cập đến việc triết học Tiền Socrates nhìn nhận thế giới dưới dạng động hay tĩnh, chúng ta nhận thấy rằng trong thời kỳ này họ nghiên cứu φύσις như là, theo ngôn ngữ trong cách phân biệt của Plato, một thay đổi quan trọng mà nó là sự giải thoát khỏi bó buộc phi lý và sự mê tín. chúng ta cũng nhận thấy rằng khi phân biệt giữa hình thức và bản chất, các nhà triết học tự nhiên cũng rất gần với cách phân biệt tương ứng của Plato, và như Charles Kahn đã nhắc chúng ta [xem chương 1 ở trên] – toán học cùng với *ἐνὶ φύσει λόγος* phát triển cùng với nhau trong thế kỷ thứ sáu và bảy trước Công Nguyên. Những gì Plato nhìn nhận chính là sự nguy hiểm và sự xao lãng mà triết học tự nhiên đưa ra. Vì vậy trong tác phẩm *Phaedo* [96c] triết học tự nhiên đe dọa sẽ “che mắt” Socrates, cướp đi của ông ta giác quan thông thường, và trong tác phẩm *Laws* x 891b – 892c, người ta tích cực ủng hộ sai lầm cơ bản cho rằng tâm hồn và *τέχνη* đứng sau trong trật tự các vật chất thuộc “thiên nhiên”.

Plato thừa nhận có thể có các giới hạn về nhận thức luận trong nghiên cứu vũ trụ học của mình trong tác phẩm *Timaeus*. Nhưng những điều chắc chắn siêu hình đã tạo nên cách “giải thích có thể” khác của Plato – các nguyên tắc cho rằng vũ trụ là một cấu trúc có giá trị nhất và đẹp đẽ nhất, và

nó phản ánh hoạt động của nhà thông thái trong mọi cấp độ hoạt động – cho phép Plato xác nhận nghiên cứu Vũ trụ học của mình là chức năng ý thức hệ mang tính bào chữa, một chức năng mà vũ trụ học tự nhiên không thể thực hiện được. Các cấu trúc toán học giải thích trong tác phẩm *Timaeus* thể hiện trật tự tư tưởng mà sự hiểu biết về vũ trụ được tạo ra trong thế giới. Khi ta dự tính về trật tự đó, chúng ta tiến đến việc khống chế các kiểu mẫu chúng ta có thể sử dụng để sắp xếp vũ trụ tinh thần sát sườn và đời sống của chúng ta trên quả đất. Chức năng tìm tòi, giáo dục, và tạo cảm hứng trong vũ trụ học của Plato được nhắc đến trong suốt đoạn văn đối thoại và được nhấn mạnh trong đoạn nói về thời tiết khiến chúng ta thay đổi về tinh thần sao cho hòa hợp với các “cấu trúc và thay đổi hài hòa” trong vũ trụ [Tim. 90c].

Khi trả lời về vấn đề thứ ba liên quan đến quan điểm của Plato về vai trò của các môn khoa học, chúng ta phải thừa nhận rằng Vũ trụ học không có đóng góp gì đặc biệt. Tuy nhiên, nếu được trình bày theo thuyết siêu hình của Plato và nếu chỉ xem xét trong điều kiện đó thì vũ trụ học mới có chức năng giáo dục mạnh mẽ. Nói tóm lại thì việc Plato đề cao Vũ trụ học trong tác phẩm *Timaeus* chỉ là để che đậy việc ông tự đề cao học thuyết siêu hình của mình.⁽¹¹⁾

3. Triết học tự nhiên Plato và khoa học hiện đại

Hai phương pháp tiếp cận khoa học của Plato mà tôi theo đuổi đã đưa ra những nhận định khác nhau đáng kể. Cuốn bách khoa về các môn khoa học trong tác phẩm *Timaeus* là sự ảo tưởng do hiểu sai niên đại. Trong cuốn bách khoa đã đề cập, ngoại trừ các môn khoa học toán, Plato không công nhận các môn khoa học khác như là các lĩnh vực đặc thù cần nghiên

(11) Đối với Plato, ông có lý do để nghĩ rằng, tâm trí con người đều có sự vận động thích hợp không mang ý nghĩa ẩn dụ mà hoàn toàn mang ý nghĩa văn chương: Kung 1985, 17-27.

cứu. Ông sắp xếp rất đơn giản: một nhóm là các môn nghệ thuật và khoa học cảm nhận bằng giác quan thông thường, một nhóm là các môn khoa học toán và môn khoa học phụ, chẳng hạn như triết học tự nhiên, miễn là có sự đầu tư nghiên cứu về ý thức hệ của Plato. Luận điểm của Plato về sự thống nhất khoa học thực sự có tác dụng sâu rộng hơn tác phẩm *Timaeus* đề cập và thậm chí có ảnh hưởng sâu rộng hơn cả luận điểm khoa học hiện đại: luận điểm đó cho rằng tất cả các môn khoa học và nghệ thuật đều có điểm cốt lõi toán học chung. Plato dường như không bao giờ từ bỏ niềm tin rằng nghiên cứu dựa trên kinh nghiệm không hoàn thiện về căn bản và là công việc không thuyết phục. Giản đồ logic đơn giản về khoa học suy diễn mang tính giả thuyết có thể được nhận thấy trong tác phẩm *Timaeus*. Theo Plato, chức năng của nó là nhằm đưa ra các minh họa về một số nguyên tắc siêu hình nhất định hay là về các xác nhận toán học dựa trên kinh nghiệm. Cả hai trường hợp được gọi là *a priori*.

Sự xem xét “những sự việc nan giải”. Khi tôi đề cập đến sự liên kết không chặt chẽ giữa lý thuyết Hình-dộng học về các vấn đề và dữ liệu quan sát liên quan, tôi đã trích dẫn giải thích rằng không ai có thể thực hiện việc tập hợp và phân tích “những sự việc hiển nhiên” mà các nhà vũ trụ học thế kỷ thứ V trước CN như Meton và Euctemon đã thực hiện đối với các hiện tượng về bầu trời [xem Vlastos 1975, 85]. Tuy nhiên tôi cũng không tin rằng đã có những dữ liệu như thế về bầu trời, Plato có lẽ đã tìm kiếm các dữ kiện đó làm bằng chứng chống lại lý thuyết của mình. Thậm chí đối với Thiên văn học, một lần, Plato hướng đến nghiên cứu chuyển động của Mặt trăng và năm hành tinh khác, ông đã có phần nghi ngờ mình trước “những sự việc nan giải” đang được bàn cãi. Ở tác phẩm *Timaeus* 38d-e, người phát biểu về Thiên văn học của Plato mong được thượng đế thứ lỗi khi đưa ra các chi tiết liên quan đến vị trí trong vũ trụ của ba hành tinh chuyển động chậm nhất do thượng đế sắp đặt:

Sao Hỏa, Sao Mộc, Sao Thổ⁽¹²⁾ và các suy luận đối với sự sắp đặt đó. Việc Timaeus trì hoãn cuộc thảo luận này không đáng chú ý. Việc Plato biện hộ rằng tác phẩm Timaeus cần bàn ngoài đề nhiều có ý nghĩa đúng trong văn cảnh của bài đối thoại và cần được thừa nhận theo giá trị bề ngoài của nó [cf. Lloyd 1983b, 21]. Điều quan trọng là Plato nên nghĩ rằng cần đưa ra một giải thích khoa học về các vị trí của ba hành tinh chuyển động chậm nhất trong vũ trụ. Các dữ liệu dựa trên kinh nghiệm liên quan đến các thắc mắc về khoảng cách của các hành tinh ngoài không gian đối với trái đất, hay thậm chí là về trật tự của chúng trong không gian chắc hẳn là Plato không thể tiếp cận được vì chúng phụ thuộc vào việc phát minh kính viễn vọng [Mourelatos 1987, 93-96]. Đối với tất cả người xưa, kể cả Ptolemy, các thắc mắc về tất cả năm hành tinh như thế (không kể đến ba hành tinh khác ở vị trí xa hơn) có thể chỉ là chủ đề đối với các giải thích *a priori* và Số học [xem Van Helden 1985, 15-27, esp. 21 và 26]. Đây là cách suy xét theo phong cách sau này, không phải là cuộc tranh cãi về “những sự kiện nan giải” mà Timaeus trì hoãn.

Một điều cũng quan trọng là Plato đã không làm lộ ra sự liên quan tối thiểu nào mà những dữ liệu có được bằng quan sát có thể ảnh hưởng sự tin tưởng duy lý của ông cho rằng chu kỳ của các hành tinh liên quan một cách có hệ thống với nhau theo tỷ lệ dễ hiểu⁽¹³⁾. Đáng chú ý là ông dường như đã làm cho phần lý thuyết này của mình không bị phản bác bằng cách buộc chặt

⁽¹²⁾ τὰ ὀρρεὰ καὶ τὰ ὀρεὰ καὶ τὰ ὀρεὰ καὶ τὰ ὀρεὰ. Rõ ràng rằng thuật ngữ ὀρεὰ không bao gồm Mặt trăng, Mặt trời và đồng hành của nó, Sao Thủy và Sao Hỏa. Các vị trí của tất cả 4 vật thể này được giải thích trong Tim.38c-d.

⁽¹³⁾ Chỉ có sáu tỷ lệ có liên quan với nhau, bởi vì chỉ có bốn sơ đồ số học phân biệt về chu kỳ các hành tinh (Mặt trời, Sao Kim, và Sao Thủy được cho là có cùng chu kỳ: cf. Tim. 38d). Tôi không đồng ý với A. E. Taylor [1928, 216] cho rằng Plato tuyên bố các quỹ đạo hành tinh liên hệ với nhau theo phân số tỷ lệ, đó là “phân số chu kỳ x/phân số chu kỳ y luôn luôn là một phân số hữu tỷ”. Trong các bài viết của Plato có luận điểm nổi bật là cấu trúc hài hòa, thuật ngữ ἁρμονία và συμμετρία dường như đề cập đến các tỷ lệ có ý nghĩa về mặt hệ thống, các tỷ lệ được hình thành phù hợp với nguyên tắc phát triển dễ hiểu: xem Mourelatos 1980, 39-41, 54-56; cf. 1987, 88-90, 96-101.

nó với lý thuyết Great Year (Đại niên), thời gian cần thiết để các hành tinh và các ngôi sao thực hiện đồng thời một vòng chuyển động [Tim. 39c-d]. Tỷ lệ mà Plato nói đến phải được áp dụng trực tiếp đối với các chu kỳ của hành tinh hoặc số vòng chuyển động đồng thời của các hành tinh trong Great Year (Đại niên). Khả năng đầu tiên dường như khó theo đuổi hơn. Các cách tính gần đúng nhất được Plato biết đến dường như không thuộc vào các tỷ lệ nào sau đây: 1/366 năm đối với chuyển động tròn của các ngôi sao cố định (một ngày thiên văn);⁽¹⁴⁾ 1/13 năm đối với Mặt trăng,⁽¹⁵⁾ 1 năm đối với Mặt trời, Sao Kim và Sao Thủy; 2 năm đối với Sao Hỏa; 12 năm đối với Sao Mộc, 30 năm đối với Sao Thổ⁽¹⁶⁾. Thuật ngữ λόγος mà Plato hy vọng có lẽ được thể hiện rõ hơn trong công thức cho Đại niên, thuật ngữ λόγος bằng cách nào đó liên hệ đến các số nguyên thể hiện vòng quay mà mỗi hành tinh trong số tám thiên thể thực hiện trong Đại niên – nói cách khác, các số nguyên nhỏ nhất có thể thay thế cho các biến số trong phương trình tổng quát sau:

$$\begin{aligned}
 a \text{ ngày thiên văn} &= b \text{ tháng thiên văn} \\
 &= c \text{ năm thiên văn của Mặt Trời/Sao Kim/Sao Thủy} \\
 &= d \text{ năm Sao Hỏa} \\
 &= e \text{ năm Sao Mộc} \\
 &= f \text{ năm Sao Thổ}
 \end{aligned}$$

⁽¹⁴⁾ Trong tác phẩm *Laws* 828a-b Plato đưa ra con số 365 ngày đối với thời gian một năm quả đất quay quanh Mặt trời; và tính toán của ông về chuyển động của Mặt trời trong tác phẩm *Timaeus* có nghĩa rằng ông ta hiểu thời gian quả đất quay quanh mình lâu hơn (chúng ta biết rằng lâu hơn khoảng 4 phút) so với ngày thiên văn.

⁽¹⁵⁾ Con số liên quan tương đương với tháng thiên văn, ngắn hơn tháng âm lịch gần hai ngày (tương tự tháng âm lịch). Việc Plato biết sự phân biệt giữa tháng thiên văn và tháng âm lịch được thể hiện trong tác phẩm *Tim.*39c: "Tháng âm lịch được tính khi Mặt trăng đã quay một vòng quanh quỹ đạo của nó để đuổi kịp Mặt trời", câu này cho thấy hai sự kiện riêng biệt có liên quan với nhau.

⁽¹⁶⁾ Để biết thêm về kiến thức cổ đại về chu kỳ của ba hành tinh quay chậm nhất, xem Neugebauer 1975, 681, 688.

Thuật ngữ *lóyoc* cũng tương tự, cho dù đơn vị tính của chúng ta là năm Mặt Trời hay bất cứ một trong năm đơn vị tính nào theo phương trình trên. Tầm quan trọng của ĐẠI NIÊN tất nhiên chính là ở chỗ không có đồng hồ hay dụng cụ đo đạc thiên văn chính xác. Chính vì vậy đã hình thành nên thuật toán tư tưởng khi hình thành nên thuật ngữ *lóyoc*. Những con số liên quan đến các chu kỳ rất cuộc cũng chỉ là những con số xấp xỉ, thay đổi phụ thuộc vào các sai sót trong việc quan sát, các chu kỳ trong Đại niên chẳng hạn, trên nguyên tắc sẽ có sự kiểm tra kỹ càng dựa trên các con số được chấp nhận. Thực tế, khái niệm về Đại niên hoàn toàn không có ích gì trong việc xác minh chu kỳ của các hành tinh. Mỗi con số của chu kỳ hành tinh cần phải được xác minh về chu kỳ nhỏ nhất đối với 5 hành tinh còn lại. Hai sự kiện thiên văn hoàn toàn giống nhau đánh dấu thời điểm bắt đầu và kết thúc đúng Đại niên – một hình dạng nhất định của các ngôi sao và các hành tinh và sự xuất hiện cùng hình dạng đó trong các niên kỷ tiếp theo – sẽ được quan sát và ghi nhận, và mọi chuyển động của các hành tinh xảy ra giữa hai thời điểm đó được đếm và ghi nhận một cách chính xác. Do quy mô và bản chất hão huyền của hai dự tính nghiên cứu này⁽¹⁷⁾ Plato đã vô lý khi không để ý đến khả năng một ngày nào đó các dữ liệu dựa trên kinh nghiệm của Plato sẽ chứng minh tiên đề lý tưởng hóa của ông về *lóyoc* chỉ phối các chu kỳ.

Vlastos [1975, 91] nói đúng về tính vô tâm theo kiểu quý tộc của Plato đối với các bằng chứng về lý thuyết vật lý tỉ mỉ và công phu. Nhưng quan điểm này đối với Plato phát sinh không phải do thiếu “những sự kiện nan giải” có liên quan trong các phạm vi nghiên cứu nhất định mà do sự đoan chắc duy lý dài dòng và không mấy liên quan của Plato về dữ liệu

⁽¹⁷⁾ Các tính toán Đại niên của Plato theo truyền thống cổ đại và Trung đại khác xa nhau, và dù theo cách tính nào cũng phải mất hàng ngàn năm Mặt Trời; xem Taylor 1928, 216-220.

dựa trên kinh nghiệm trong tất cả các môn khoa học. Trong đoạn đối thoại giữa Lẽ phải và Sự bắt buộc, chính Lẽ phải cuối cùng có được tiếng nói.

Vũ trụ học và thần thoại. Tôi xin kết lại bằng một đoạn cuối về việc Plato sử dụng thuật ngữ λόγος để mô tả thể loại Vũ trụ học của mình. Chắc chắn rằng λόγος không nhất thiết có nghĩa là “thần thoại”; nó có thể mang nghĩa là “câu chuyện” hay “giải thích”. Nhưng có một điều nghịch ngợm, không có chỗ trách được trong tác phẩm *Timaeus*. Và điều nghịch ngợm đó trở nên hào hứng hơn khi chúng ta chuyển từ phạm vi Lẽ phải sang phạm vi Tất yếu. Trong những trang cuối cùng bàn về sự phân biệt về phái tính và các loài động vật cấp thấp, phong cách hầu như mang tính khôi hài – một sự trở lại với thành ngữ của Aristotle về *Symposium*. Thực vậy, trong *Tim. 59d* câu chuyện được kể trong triết học tự nhiên rõ ràng được gọi là dạng kịch yên tĩnh và trầm tư. Các giải thích hiện đại tuyên bố tìm thấy trong tác phẩm *Timaeus* một sự báo trước về quan niệm diễn giải khoa học có tính chất giả thuyết của chúng ta đã thất bại trước sự chệch lạc và châm biếm trong tác phẩm *Timaeus*. Căn cứ vào triết học tự nhiên Plato chức năng giải thích hoàn toàn mang chức năng giáo dục, truyền cảm hứng và thuộc ý thức hệ. Đó là điểm nhỏ trong các chi tiết về lịch sử tự nhiên. Điều đó đủ để nói rằng: “có thể như thế này, giống thế này hoặc không giống thế này”. Những vấn đề gì chúng ta cần tìm ra sự thực: vũ trụ là sự tốt đẹp và thể hiện sức lao động của trí tuệ ở mọi cấp độ được kết hợp lại trong các cấu trúc hài hòa.⁽¹⁸⁾

⁽¹⁸⁾ Theo như giải thích về Vũ trụ học trong tác phẩm *Timaeus* chúng ta có thể nắm bắt những điều chính xác chủ yếu, nó không những “không kém phù hợp” hơn bất cứ cách giải thích nào mà còn “phù hợp hơn cả những giải thích đó”.

Với một thay đổi nhỏ về vị trí chúng ta có thể dễ dàng đưa ra các bình luận về Bài Diễn văn vĩ đại của *Protagoras*: “Trong chừng mực nào đó, văn minh có lẽ được bắt đầu như thế”. Điều quan trọng không phải là chi tiết mà là những hiểu biết từ câu chuyện suy luận ra thành những điều chân lý liên quan đến bản chất con người và nguồn gốc nhận thức về sự công bằng. Ý nghĩa mà tập *Timaeus* mang lại không khác biệt với cách giải thích trong tập *Protagoras* về nguồn gốc văn minh chính là một thần thoại.⁽¹⁹⁾

⁽¹⁹⁾ Tôi xin cảm ơn Charles Kahn về những bình luận chi tiết về bản dịch tôi đưa ra ở hội nghị 1986 tại Pittsburgh. Tôi cũng xin cảm ơn Alan Bowen về những chỉnh lý chu đáo. Bản dịch tóm tắt bằng tiếng Pháp được đưa ra vào tháng 2 năm 1989 tại Viện Khoa học Paris, dưới sự bảo trợ của trường Cao học về Khoa học xã hội, Trung tâm Quốc gia nghiên cứu khoa học, và Đại học Lille Đệ III. Tôi xin cảm ơn các gia đình Pháp vì lời mời tốt đẹp của họ, điều đó đã giúp mang lại cho tôi cơ hội lần thứ hai để khuyến khích bản bạc về các tranh luận trong tập sách này.

QUAN NIỆM CỦA ARISTOTLE VỀ CÁC NGÀNH KHOA HỌC THUẦN NHẤT VÀ KHOA HỌC ỨNG DỤNG

JOSEPH OWENS CSsR

Quan niệm của Aristotle về khoa học thuần nhất và khoa học ứng dụng đã được đề cập đến nhiều. Việc ông phân chia khoa học thành ba phần khoa học lý thuyết, khoa học thực hành và khoa học sản xuất rất nổi tiếng.⁽¹⁾ Đặc điểm bên ngoài của sự phân chia này có thể khiến người ta nghĩ đến sự tương đồng giữa khái niệm khoa học lý thuyết

⁽¹⁾ Việc phân chia thành ba phần khoa học xảy ra bốn lần trong tập sao lục của Aristotle: *Top.* 145a14-18, 157a10-11; *Meta.* 1025b18-26, 1064a10-19. Các đoạn viết trong tác phẩm *Topics* chỉ đề cập đến việc phân chia này để minh họa những điểm khác, còn các đoạn viết trong tác phẩm *Metaphysics* đề cập đến những nhân tố căn bản của nó. Những khi Aristotle bàn về sự phân đôi các ngành khoa học, khoa học lý thuyết luôn là một bộ phận của sự phân chia đó. Còn trong *Meta.* 993b19-23 [cf. *De an.* 407a23-25, 433a14-15, và *Polit.* 1333a16-25], là khoa học thực hành. Trong *Meta.* 982b11-28 và 1075a1-3, *De cael.* 306a 16-17, và *Eth.Eud.* 1216b10-19, là khoa học sản xuất. Đoạn trích sau thể hiện sự quan tâm về việc khoa học lý thuyết có ích như thế nào, đoạn trích này đưa ra một ví dụ chứng minh khoa học thực tế như là khoa học sản xuất:

"Phương pháp này có lợi đối với các môn khoa học lý thuyết: không có gì liên quan đến Thiên văn học, Khoa học Tự nhiên hay Hình học trừ sự hiểu biết về bản chất vật thể thuộc về các môn khoa học này, cho dù các môn khoa học này có thể giúp chúng ta nhiều điều cần thiết. Tuy nhiên đối với khoa học sản xuất thì mục tiêu hoàn toàn khác, sức khoẻ là mục tiêu của thuốc men, trật tự xã hội tốt là mục tiêu của khoa học chính trị [trans. Woods 1982]".

QUAN NIỆM CỦA ARISTOTLE VỀ CÁC NGÀNH KHOA HỌC THUẦN NHẤT VÀ KHOA HỌC ỨNG DỤNG

JOSEPH OWENS CSsR

Quan niệm của Aristotle về khoa học thuần nhất và khoa học ứng dụng đã được đề cập đến nhiều. Việc ông phân chia khoa học thành ba phần khoa học lý thuyết, khoa học thực hành và khoa học sản xuất rất nổi tiếng.⁽¹⁾ Đặc điểm bên ngoài của sự phân chia này có thể khiến người ta nghĩ đến sự tương đồng giữa khái niệm khoa học lý thuyết

⁽¹⁾ Việc phân chia thành ba phần khoa học xảy ra bốn lần trong tập sao lục của Aristotle: *Top.* 145a14-18, 157a10-11; *Meta.* 1025b18-26, 1064a10-19. Các đoạn viết trong tác phẩm *Topics* chỉ đề cập đến việc phân chia này để minh họa những điểm khác, còn các đoạn viết trong tác phẩm *Metaphysics* đề cập đến những nhân tố căn bản của nó. Những khi Aristotle bàn về sự phân đôi các ngành khoa học, khoa học lý thuyết luôn là một bộ phận của sự phân chia đó. Còn trong *Meta.* 993b19-23 [cf. *De an.* 407a23-25, 433a14-15, và *Polit.* 1333a16-25], là khoa học thực hành. Trong *Meta.* 982b11-28 và 1075a1-3, *De cael.* 306a 16-17, và *Eth.Eud.* 1216b10-19, là khoa học sản xuất. Đoạn trích sau thể hiện sự quan tâm về việc khoa học lý thuyết có ích như thế nào, đoạn trích này đưa ra một ví dụ chứng minh khoa học thực tế như là khoa học sản xuất:

"Phương pháp này có lợi đối với các môn khoa học lý thuyết: không có gì liên quan đến Thiên văn học, Khoa học Tự nhiên hay Hình học trừ sự hiểu biết về bản chất vật thể thuộc về các môn khoa học này, cho dù các môn khoa học này có thể giúp chúng ta nhiều điều cần thiết. Tuy nhiên đối với khoa học sản xuất thì mục tiêu hoàn toàn khác, sức khỏe là mục tiêu của thuốc men, trật tự xã hội tốt là mục tiêu của khoa học chính trị [trans. Woods 1982]".

của Stagirite với khái niệm khoa học thuần nhất ngày nay, còn các môn khoa học thực hành và khoa học sản xuất của ông thuộc lãnh vực khoa học ứng dụng. Tuy nhiên, việc hiểu rõ hơn lý do căn bản trong sự phân nhóm của Aristotle làm gia tăng mối nghi ngờ về sự phù hợp dựa trên giả thiết. Thực ra việc phân chia của Aristotle để xem xét kỹ lưỡng dựa trên cơ sở rộng lớn hơn so với các quan niệm khoa học thuần nhất và ứng dụng hiện hành. Thành ngữ *prima facie* cho rằng có một sự phù hợp cần bổ sung trong khi xem xét cẩn thận các vấn đề có liên quan.

Khó khăn đầu tiên là ở chỗ làm thế nào để hiểu đúng quan niệm khoa học là gì của Aristotle. Trong tiếng Anh, từ “khoa học” mà Aristotle sử dụng ở đây mang ý nghĩa tổng quát theo tiếng Latin, “*scientia*”, trong văn cảnh này, được dịch từ thuật ngữ Hy Lạp ἐπιστήμη như đã được Aristotle dùng đến ở đây.⁽²⁾ Đối với ông, ἐπιστήμη có nghĩa là một khối kiến thức có tổ chức, hoàn toàn giống như ngày nay. Nhưng quan niệm khoa học hiện đại ngày nay của chúng ta đòi hỏi cần có sự điều chỉnh đáng kể nếu chúng ta cần một giải thích chính xác về việc Aristotle phân chia khoa học thành ba phần khác

Việc Aristotle phân đôi các ngành khoa học không nhất thiết gây nhiều ngạc nhiên tương phản với bản chất của nó. Cơ bản là sự phân chia giữa các ngành khoa học với mục đích phục vụ cho riêng mình và các ngành khoa học với mục đích khác (sự hướng dẫn hay kết quả đạt được), và sự phân chia giữa các môn khoa học với điểm bắt đầu là các sự vật đã biết và các môn khoa học với điểm bắt đầu (sự chọn lựa và kế hoạch) là người đại lý hay nhà sản xuất. Plato gọi những ngành thủ công là các môn khoa học thực tế. [*Polit.* 258d-e] mang tính sản xuất [*Soph.* 219b-c, 265a-266a]. Trong *Soph.* 266d thành ngữ “thực hành sản xuất” được sử dụng. Sự tương phản rõ nét giữa hai thuật ngữ “thực hành” và “sản xuất” không phải lúc nào cũng được để ý.

⁽²⁾ Các bài Cf. được trích trong đoạn chú thích nêu trên, và các bài khác được liệt kê trong *Index Aristotelicus* [1870, 279b38-280a4] của Bonitz. Đối với Aristotle thuật ngữ ἐπιστήμη cũng cho rằng hiểu biết trí tuệ tương phản với cảm giác hay quan điểm [1870, 279a4-10], (b) sự hiểu biết có lập luận vững chắc tương phản với sự hiểu biết qua trực giác [*Eth. Nic.* 1140b31-35]. Từ nguyên của “*scientia*” không chính xác [xem Ernout and Meillet 1951, s.v. *scio*]; để tìm hiểu thêm về lịch sử kế tiếp theo đó.

nhau. Giải thích của Aristotle về khoa học lý thuyết ẩn chứa thuyết siêu hình và triết học về tự nhiên và các môn học mà ngày nay chúng không được xem như là khoa học. Hơn nữa, các môn khoa học như Thiên văn học, Hòa âm học, Quang học và Cơ học mà Stagirite cho là “thiên về các môn toán học” [*Phys.* 194a7-8; Hardie và Gaye 1930, *ad loc*]⁽³⁾ có nghĩa rằng bản thân chúng là khoa học lý thuyết và không chỉ là ứng dụng về toán học đối với phạm vi vật chất cụ thể. Kế đến, khoa học thực hành đối với ông có những điểm bắt đầu hay các nguyên tắc trên sự thuần thực thích hợp của tác nhân tinh thần, và các hoạt động quyết định của khoa học lý thuyết bắt nguồn từ những nguyên tắc đó [*Eth. Nic.* 1095a3-6, 1103b6-25, 1147a18-28; cf. *Meta.* 1025b18-24, 1064a10-16]; nó được nhìn nhận như dạng khoa học khác với khoa học lý thuyết, và không nhất thiết là sự ứng dụng nguyên tắc lý thuyết để điều hành. Đúng hơn, về bản chất khoa học sản xuất có liên quan đến sự thành thạo. Nói chung, khoa học sản xuất bao gồm sự thành thạo trong sản xuất vật chất, ví dụ nghề mộc phục vụ cho việc làm nhà. Aristotle chỉ để lại những luận thuyết về các môn khoa học sản xuất như thơ và hùng biện, các môn mà ngày nay chúng khó có thể được xem như là khoa học ứng dụng, trong khi việc làm mộc chỉ được xem như là nghề thủ công mà không phải là khoa học.

Những nhận xét này cho thấy ngay rằng chúng ta cần phải thay đổi quan điểm nếu chúng ta muốn hiểu thấu đáo quan niệm của Aristotle về khoa học là gì và các môn khoa học được phân chia như thế nào. Nói chung, Aristotle có khuynh hướng tiếp cận khoa học bằng cách xem nó như một thói quen tạo nên phẩm chất một con người. Do vậy, ông phân loại [*Cat.* 8b29] khoa học dựa trên các thói quen, một sự chia nhỏ

⁽³⁾ Để hiểu thêm về khoa Cơ học trong bài này, xem *An. Post* 78b37.

về phẩm chất, và tuyên bố rằng khoa học cũng [Cat.11a20-31; Top. 145a 15 - 18] liên quan có mức độ với một chủ đề. Đối với ông, bất cứ khoa học nào cơ bản cũng mang một thói quen của con người. Điều này lý giải tại sao ông cho rằng thói quen tinh thần và thói quen chuyên môn lại có mối quan hệ với nhau về bản chất theo các dạng khoa học tương ứng của chúng, khoa học thực hành và khoa học sản xuất. Nội dung thuộc về nhận thức trí tuệ của bất cứ khoa học nào cũng giống nhau nếu khoa học được xem như là thói quen, vì đối với Aristotle [De an 415a14-23] việc xác định rõ các ngành khoa học của con người xuất phát từ các vật thể thuộc về ngành khoa học đó qua những hoạt động tìm hiểu về chúng và qua các thói quen hình thành từ những hành động lặp lại. Tuy nhiên việc tiếp cận khoa học như một thói quen cá nhân mở ra những hướng khác so với các hướng được thể hiện trong cách tiếp cận khoa học như một thực thể khách quan của kiến thức; việc tiếp cận khoa học như một thói quen đòi hỏi chúng ta phải thay đổi cách nhận thức, vì khoa học được cụ thể hóa thành những ngành khác nhau. Và để tạo ra những khác biệt lớn hơn, Aristotle xem khoa học như là một thực thể kiến thức nhất thiết dựa trên nguyên nhân của sự việc, nguyên nhân được hiểu theo nghĩa rộng hơn ngày nay thường hiểu.

Sự điều chỉnh rõ nét này chưa phải quá nhiều đến nỗi không thể đòi hỏi sự xem xét các vấn đề liên quan đến việc phân loại các môn khoa học của Aristotle. Thời gian gần đây, những gì chúng ta gọi là khoa học trên thực tế đã có sự linh động đáng kể. Cách đây không lâu, các nhà khoa học tự nhiên đã rất không bằng lòng với cách sử dụng thuật ngữ khoa học đối với các ngành Khoa học Xã hội. Ngày nay, không ai có phản đối gì khi đề cập đến Khoa học Chính trị, Khoa học Hành vi, Khoa học Xã hội hay Khoa học Nhân văn. Các chuyên gia trong những lĩnh vực này không do dự gọi chính mình là những nhà Khoa học Xã hội, và thậm chí họ

còn sử dụng thuật ngữ “nhà khoa học nhân văn”⁽⁴⁾. Trong quá khứ, từ “science” (khoa học) trong tiếng Anh cũng như từ “Wissenschaft” trong tiếng Đức đã được áp dụng trong triết học⁽⁵⁾. Nhưng ngày nay không một triết gia hay một nhà thần học nào nghĩ đến việc gọi mình là một nhà khoa học, cho dù phạm vi nghiên cứu của ông mang tính khoa học như thế nào đi chăng nữa, ông ta cũng không đưa lĩnh vực nghiên cứu của mình dưới tên khoa học (viết hoa hay nhân cách hóa). Thuật ngữ “nhà khoa học” chỉ xuất hiện từ năm 1834, và nhanh chóng phù hợp với các ngành khoa học tự nhiên và khoa học đời sống. Nhưng xét về truyền thống, thuật ngữ “khoa học”, dịch từ tiếng Latin *scientia*, được sử dụng cho các ngành triết học như siêu hình học, triết học tự nhiên, luân lý và logic học cổ điển.⁽⁶⁾ Giờ đây chúng ta không nên quá vội vã trong việc kết luận rằng không có lý do gì đối với cách sử dụng ấy trong khái niệm về bản thân khoa học. Các từ ngữ đều có tính thần kỳ của nó. Việc sử dụng chúng ở một thời điểm nhất định có thể dễ dàng khiến người ta mất khả năng rút ra những điều ẩn chứa tiềm tàng từ một khái niệm nhất định. Để nghiên cứu Aristotle với sự cảm thông chân thật người ta cần để ngỏ các tiềm năng mà ngay chính quan niệm khoa học với các quan hệ mật thiết của nó có khả năng vươn tới dưới tầm nhìn của Aristotle và của truyền thống phương Tây hàng nhiều thế kỷ sau. Nếu không có sự đồng cảm này, thì đa phần những gì Aristotle viết về sự phân chia của các ngành khoa học sẽ trở nên bối rối, thậm chí vô lý hay mâu thuẫn lẫn nhau.

⁽⁴⁾ Ví dụ, Bernard Lonergan [1972, 3, 23, 210]. Thuật ngữ “triết học siêu hình” và “triết học siêu hình mang tính thần thánh” gần đây được các nhà khoa học không gian sử dụng, Gordon N. Patterson [1985, 3, 58-65].

⁽⁵⁾ Ví dụ, Edmund Husserl [1965, 71-147]. Cf. Lời bình luận của Lauer [1965, 5, 8-19, 25-27].

⁽⁶⁾ Xem Mariétan 1901; McRae 1961; Weisheipl 1965, 54-90. Nói về thay đổi trong cách vận dụng thuật ngữ “khoa học” trong cuối thế kỷ 18 và đầu thế kỷ 19 từ ý nghĩa chủ yếu về thuộc tính của con người sang thực thể khách quan trong kiến thức, xem William 1958, xii-xvii.

Khả năng mà phạm vi khái niệm về khoa học của chúng ta hơn rộng lớn hiện nay đang sử dụng cho phép tán thành các yêu cầu một cách nghiêm túc.

Việc phân loại các ngành khoa học thành các ngành thuần nhất và các ngành ứng dụng bắt đầu từ thế kỷ thứ 19. Điều này đã chứng tỏ sự tiện lợi đối với các mục đích thực hành, như khi liếc sơ qua phần lớn các tựa đề liệt kê trong danh mục thư viện được thể hiện dưới dạng toán học ứng dụng hay khoa học ứng dụng. Tuy nhiên sự phân biệt này cũng cho thấy không dễ dàng diễn tả về mặt lý thuyết. Các ngành khoa học thuần nhất thường được mô tả như là các ngành khoa học giải quyết các nguyên tắc chung có thể được ứng dụng cho các chủ đề đặc biệt. Đối với Aristotle, tất cả kiến thức của con người đều bắt nguồn từ những sự vật có thể nhận thức tường tận được⁽⁷⁾. Tuy nhiên, từ Decartes trở đi, các

⁽⁷⁾ Thế kỷ 19 đã tạo ra các thuật ngữ toán học "thuần nhất" và "ứng dụng"... một hệ thống thuật ngữ chưa đạt đến mức tương xứng và thoả mãn [Lanczos 1964, 1]; cf. "...nay chúng ta có thuật ngữ "nhà phân tích thuần nhất", người chỉ theo đuổi các quan niệm của mình trong các giải thích thuần nhất về lý thuyết. Chúng ta cũng có thuật ngữ "nhà giải tích", người chuyển quá trình phân tích thành các hoạt động máy móc [1964, v]. Trong thông báo ghi trong từ điển tiếng Anh Oxford [s.v. pure II d] về sự phân chia "giữa khoa học thuần nhất, chỉ liên quan với các quan niệm, và sự ứng dụng các quy luật của khoa học thuần nhất để vận dụng trong cuộc sống từ tập Rambler của Johnson năm 1750, mặc dù sự tương phản giữa toán học thuần nhất và ứng dụng được nhắc đến trước đó một thế kỷ. Tính tuyệt đối trong ý nghĩa "thuần nhất", như cách hiểu trong bối cảnh ngày nay, là mục đích nguyên tắc giải thích cho sự lồi cuốn về bản chất của nó, đối lập với tính thiết thực hay một số mục đích khác: "Một khác, một nhà toán học thuần nhất nghiên cứu toán học theo lý lẽ của toán học và tìm kiếm sức lồi cuốn thẩm mỹ trong các cấu trúc logic và hệ thống trừu tượng của toán học" [Jackowski và Sraga 1970, 1-2]. Nhưng người ta có thể nghi ngờ sự độc lập riêng biệt đưa ra bởi "lý lẽ của toán học" [xem Lanczos 1964, 1] và các ngành ứng dụng như Thiên văn học, Khoa học Máy tính có thể có sức lồi cuốn của riêng chúng. Hơn nữa, các môn học như Vật lý lý thuyết và Cơ học lý thuyết dường như có chức năng tương tự như toán học ứng dụng trong các lĩnh vực đặc thù của chúng, khi vật lý ứng dụng, tâm lý học ứng dụng, điều khiển học ứng dụng, X-quang ứng dụng, địa lý ứng dụng, v.v. được vận dụng trong thực tế. Các nghiên cứu này đưa ra những khó khăn cho chúng ta trong việc phân chia các ngành khoa học thuần nhất và ứng dụng, mặc dù sự phân chia này cũng có thành công thực tế trong vận dụng hiện nay. Hai thuật ngữ được đề cập cũng sẽ tiếp tục được vận dụng, "thậm chí ngay cả khi các thuật ngữ này được tạo ra sai từ các cách kết hợp phù thủy không được chúng nhận về mặt triết học, [Lanczos 1964, 1-2].

tư tưởng được xem như là đối tượng đầu tiên và trực tiếp của trí tuệ, với kết cục là các tư tưởng đó được xem như là tách rời nhau theo nguyên tắc chung của chúng trước khi chúng được ứng dụng trong các vấn đề cụ thể. Sự phân biệt của Kant giữa lý lẽ thuần nhất với lý lẽ thực hành, và kể đến là sự phân biệt của Kant giữa cả hai lý lẽ với kiến thức dựa trên kinh nghiệm đã làm sâu thêm khoảng cách phân chia. Tuy nhiên, sự phân biệt giữa khoa học thuần nhất và khoa học ứng dụng trên thực tế đã chứng minh rõ ràng rằng ngày nay không cần phải đặt ra việc thay thế hoặc vận dụng phương pháp chia ba các ngành khoa học của Aristotle. Như Tennyson đã viết:

Tại sao theo kiểu của những ngày xưa?

Hào hùng một thuở, nhưng không còn nữa,

Ta càng không thể sống thời đã qua.

[*The Epic* 35-37]

Mục đích xem xét sự phân ba của Aristotle không phải là để cạnh tranh hay đối chiếu. Hơn thế, chính là để xem Aristotle có thể đưa ra những hiểu biết và quan niệm triết học như thế nào về thiên nhiên và chức năng của các ngành khoa học theo cách mà các triết lý khác nhau có thể bày tỏ những quan niệm sâu sắc và lời cuốn hơn. Các quan niệm ấy có thể bị lãng quên khi cách nhìn nhận về nó đã trở nên quen thuộc. Dựa trên tinh thần đó, chúng ta hãy xem xét việc phân ba của Aristotle để đối chiếu với việc phân chia các ngành khoa học thành khoa học thuần nhất và khoa học ứng dụng.

Vấn đề đầu tiên tất nhiên sẽ là liệu quan niệm của Aristotle về khoa học lý thuyết có trùng hợp với quan niệm hiện đại về khoa học thuần nhất. Trong bối cảnh Hy Lạp cổ đại, những gì mang tính lý thuyết không hàm chứa bất cứ sự tương phản nào đối với những gì có thực. Nó không có nghĩa là sự giả thuyết hay không chắc chắn và cũng không tìm hãm những gì đã được toan tính và đang chờ sự kiểm chứng

qua quan sát và thử nghiệm chứng minh tính xác thực của nó. Hơn nữa, “lý thuyết” bao hàm cả dự tính và nghiên cứu sự việc nào đó đã hiện hữu và tồn tại ngay trước mắt để xem xét. Điều đó có nghĩa rằng bản thân lý thuyết cũng thể hiện chân lý của nó theo hướng có mục đích.

Các đối tượng xuất hiện theo cách này bao gồm ba loại cơ bản: các đối tượng đó hoặc là Siêu hình học, Khoa học Tự nhiên hoặc là Toán học. Do vậy, ba phần khoa học lý thuyết được phân loại là Siêu hình học, Triết học Tự nhiên, và Toán học. Trong ba phần này thì phần đầu, Siêu hình học – được Aristotle gọi là triết học chủ đạo – chiếm vị trí quan trọng và chính xác nhất. Nó chiếm vị trí quan trọng nhất bởi vì được Stagirite hiểu như cách giải thích sự việc về mặt nguyên nhân của chúng, và Siêu hình học giải thích sự việc qua các nguyên nhân hàng đầu và quan trọng nhất. [*Meta.* 981a24-982a1: cf.982b2 - 10]. Hơn nữa, đối với Aristotle, Siêu hình học rõ ràng là “chính xác” nhất đối với khoa học, vì nó giải thích sự việc tường tận nhất và ít phức tạp nhất về các nguyên nhân, chẳng hạn như sự sống và thực tại. [*Meta.* 982a12-14, a25-28].⁽⁸⁾ Theo hai cách này thì Siêu hình học là môn khoa học có vị trí quan trọng nhất. Hơn nữa, như thể một khoa học căn bản và hàng đầu, Siêu hình học là kiểu mẫu để các ngành khoa học khác có thể noi theo, phù hợp với điểm trọng tâm mà tự nhiên được thể hiện trong các môn khoa học khác.⁽⁹⁾

⁽⁸⁾ Do vậy, Khoa học Toán không phải là chính xác nhất, cho dù các ví dụ Aristotle đưa ra được lấy từ toán học (người ta cho rằng Số học chính xác hơn Hình học vì nó ít phức tạp hơn). Trong tập Cf. *Meta.* 995a8-11, toán học được đề cập như một ví dụ về tính chính xác.

⁽⁹⁾ Đối với Aristotle, một thuật ngữ như “sức khỏe” thể hiện ý nghĩa chủ yếu là sức khỏe xét về mặt tổ chức của cơ thể sống. Trong các trường hợp khác, ví dụ khi nói đến thực phẩm nấu chín, ta hiểu đó là nguyên nhân mang lại sức khỏe. Thuật ngữ này được G.E.L. Owen đặt cho ý nghĩa phù hợp nhất [1960, 169]

Một môn học được nhận thức như vậy có được cho là một ngành khoa học thuần nhất ngày nay hay không? Chắc chắn nó được xem như môn học tổng quát nhất vì nó nghiên cứu tất cả các sự việc dựa trên các yếu tố tồn tại của chúng. Ngoài ra, nó được nghiên cứu như một kiểu tri thức được theo đuổi đơn thuần vì tri thức, ngay cả khi các kết luận của nó về hoạt động trí tuệ, Thượng đế và linh hồn được quy về cách nhận thức riêng về đạo đức. Một trong số những nhiệm vụ rõ ràng của nó [Meta. 1005a19-b-34] là nhằm giúp các ngành khoa học khác thoát khỏi sự hoài nghi và thuyết tương đối cực đoan, bằng cách bảo vệ những nguyên tắc chung như nguyên tắc chứng minh hàng đầu (sau này được gọi là nguyên tắc tương phản). Nhưng nó vẫn xem xét toàn bộ từ bên ngoài, như một đơn vị cảnh sát tuần tra đường phố mà không phải xâm phạm cuộc sống gia đình của công dân và nếu có, rất ít khi phải dùng đến quyền hạn của mình. Dựa trên cách giải thích như vậy, siêu hình học hoàn toàn có đủ điều kiện để được xem như một ngành khoa học thuần nhất, nhưng nó vẫn xa rời với những đặc điểm quan sát được và vẫn chưa tiếp cận trực tiếp với các vấn đề thực hành và sản xuất. Thực tế, từ lập trường này siêu hình học xuất hiện với tư cách là một khách thể thuần nhất và còn mơ hồ đối với tư tưởng hiện đại và gây khó khăn trong việc tìm hiểu khoa học thực tế trong chính bản thân nó.

Nhưng cũng cần có một số giới hạn. Có sự khác biệt trong động cơ thúc đẩy vì Siêu hình học được theo đuổi nhằm phục vụ cho chính môn học này, Aristotle phân loại khoa học lý thuyết ở mức cao hơn các ngành khoa học phục vụ cho mục đích khác. Nhưng đối với Khoa học Thuần nhất ngày nay, cho dù có lôi cuốn đến như thế nào đi chăng nữa thì trên hầu hết các phương diện, nó được ưa chuộng vì các đóng góp của nó đối với cuộc sống thực tế. Mặt khác, người ta có khuynh hướng cho rằng nó thiếu tính liên hệ. Hơn nữa, tính phổ biến mà Siêu hình học của Aristotle đặt trọng tâm nghiên cứu, cho dù

có phạm vi không giới hạn, dựa trên thực thể tồn tại xác định, nhà thần học. Do đó, bởi đặc điểm của các khách thể nghiên cứu của nó, Siêu hình học đối với Aristotle là thuyết thần học.⁽¹⁰⁾ Nó được phân loại cụ thể là một thực thể Siêu cảm giác. Thậm chí cứ cho đây là những hạn chế thì dường như vẫn không có lý do gì để phản đối khi nghiên cứu siêu hình học của Aristotle được xem như một môn khoa học thuần nhất. Nếu Siêu hình học được phân loại như một môn khoa học thì cụm từ “siêu hình học ứng dụng” trên thực tế dường như phi lý và khó có thể mang ý nghĩa như thế.

Kế đến, đối với Aristotle triết học tự nhiên giải thích sự vật có thể nhận biết được qua các nguyên lý và nguyên nhân chủ yếu, đó là vật chất và hình thái, và giải thích cho sự phát triển của sự vật trong không gian cũng như việc các chủng loài nhân lên ngày càng nhiều. Với hai nguyên nhân sâu xa, nguyên nhân về tính hiệu quả và nguyên nhân về mục đích, triết học tự nhiên cũng giải thích về sự ra đời và sự diệt vong, sự thay đổi và thời gian. Như trường hợp Siêu hình học, Triết học Tự nhiên là một khoa học lý thuyết, theo đuổi vì chính mục đích tự thân cho dù là nó chứng minh tính hữu ích đối với nghiên cứu trừu tượng và các vấn đề đạo đức liên quan đến sự say mê và sự tự chủ [Xem *Meta.* 1071b6-10, *Eth. Nic.* 1102a18-b11]. Vì vậy, Triết học Tự nhiên có thể được phân loại như một ngành khoa học thuần nhất cũng như Siêu hình học. Sẽ có các hạn chế tương tự xét về mối quan hệ của nó đối với loại sự vật đặc thù, ấy là các thực thể tồn tại có thể nhận biết được, và xét về mặt mục đích tri thức, nó tách ra khỏi sự liên hệ của nó đối với việc kiểm soát thiên nhiên. Nếu thực thể siêu cảm giác không tồn tại, có lẽ nó là môn khoa học có vị trí cao nhất [*Meta.* 1026a27-29, 1064b9-11].

⁽¹⁰⁾ Xem *Meta.* 1026a19 (Trong sách này triết học nguyên thủy được gọi là thần học) và 1064b3 (Trong đó nó là môn thần học của các ngành khoa học lý thuyết).

Cuối cùng, dạng tổng quát thứ ba của khoa học lý thuyết Aristotle là toán học. Toán học giải quyết các sự vật hữu hình một cách trừu tượng từ đặc tính có thể nhận biết được của chính bản thân sự vật. Toán học giải thích các đặc trưng đó về mặt số lượng, kể cả số lượng liên tục lẫn số lượng rời rạc. Một khi được trừu tượng hóa từ các đặc trưng có thể nhận biết được, các khách thể nghiên cứu của toán học có thể được mở rộng vô hạn qua nhiều chiều hướng khác nhau. Các con số vô tỷ cũng có thể đã xuất hiện, và hướng nghiên cứu đã được mở ra cho hình học phi Euclid cũng như các hướng phát triển nghiên cứu khác xuất hiện rất lâu sau thời Aristotle. Trong bất cứ trường hợp nào theo cách nhìn của Aristotle thì toán học được nghiên cứu như là một khoa học thuần nhất một cách trừu tượng từ các điều kiện nhận biết được của cuộc sống hàng ngày; Aristotle cũng không do dự gì khi phân loại một cách tổng quát quan điểm của mình về toán học như là khoa học thuần nhất. Thật vậy, như Aristotle giải thích thì toán học thuần nhất đến nỗi sự suy xét vô tư của nó từ đặc tính có thể nhận biết được có thể duy trì các tiến bộ của toán học về mặt tri thức, thậm chí trong các lĩnh vực mà chính Aristotle cũng không có lấy một ý niệm mơ hồ tối thiểu.

Nhưng các ngành khoa học toán cũng được Aristotle công nhận như là thiên văn học, hòa âm học, quang học, cơ học. Như đã nhắc ở trên, Aristotle gọi ba môn học đầu tiên trong số này là “mang tính vật lý nhiều hơn của các ngành toán học”. Cơ học có thể cũng được cho là đã xuất hiện theo dạng này, cũng như các môn khoa học về tự nhiên và khoa học về đời sống ngày nay được toán học hóa một cách phổ biến và dựa trên sự phát triển của các môn khoa học hành vi. Ngày nay, trong số các môn khoa học đó thì toán học được đánh giá là có tính ứng dụng.⁽¹¹⁾ Nhưng xét theo quan điểm của Aristotle,

⁽¹¹⁾ Ví dụ trong tác phẩm *An post* 78b35-79a16. Để nghiên cứu các môn khoa học Hy Lạp này với tư cách là toán học ứng dụng tương phản với “các môn toán học thuần nhất”, hãy xem Heath 1921, i 17-18; và 1949, 58-61. Để hiểu về toán học theo hướng các môn khoa học đời sống ngày nay, hãy xem Defares và Sneddon 1964; Để tìm hiểu về các môn khoa học xã hội, xem Bishir và Drewes 1970.

các môn khoa học này có thể được nghiên cứu đơn thuần vì lợi ích tri thức mà chúng mang lại, thậm chí cho dù tri thức đó bị giới hạn ở một phạm vi nhất định và có thể được ứng dụng vào thực tế; nó vẫn mang tính lý thuyết của riêng mình. Vì thế, các môn khoa học nghiên cứu mưu cầu kiến thức như vậy được xem như là các môn khoa học lý thuyết. Aristotle [*An post.* 78b39-79a16] cũng đề cập đến các môn Khoa học Tự nhiên phi Toán học, như Thiên văn học Hàng hải và Hòa âm thính phòng. Rõ ràng là ông nghiên cứu các môn khoa học dạng này như thể chúng nằm vào loại Triết học Tự nhiên, trên cơ sở cho rằng từ tri thức đối với một dạng cụ thể của sự vật, mọi sự phát triển tự nhiên của sự vật ấy đều có thể được diễn giải ở một mức độ nhất định như tri thức về một bản kế hoạch thể hiện làm thế nào để xây một ngôi nhà.⁽¹²⁾ Các nghiên cứu bao quát về dạng này được tiến hành trong các công trình nghiên cứu sinh học của Aristotle.

Tuy nhiên, xét về quan điểm nghiên cứu hiện tại thì tình hình này hoàn toàn rõ ràng. Theo quan điểm của Aristotle thì các ngành khoa học nghiên cứu về thế giới vạn vật, cho dù ông phân loại chúng dưới hình thức toán học hay triết học tự nhiên thì chúng cũng được xem như là một loại và đơn thuần mang tính lý thuyết. Không ngành khoa học nào trong số chúng được nghiên cứu như là khoa học thực hành hay khoa học sản xuất. Dạng phân loại của chúng hoàn toàn khác với các dạng thuộc nhóm khoa học phân đôi.

Như vậy, khoa học thực tiễn của Aristotle liên quan đến những gì? Nó giải quyết vấn đề hành vi con người, nhưng theo cách hoàn toàn khác biệt với chuỗi lý thuyết khoa học xã hội của chúng ta. Nó tìm ra các nguyên tắc của mình không phải

⁽¹²⁾ "Cũng tương tự như việc xây nhà những điều này xuất hiện bởi hình thức căn nhà như thế... Và đây là cách chúng ta bàn về sự vật được giải quyết một cách tự nhiên" [*De part.* An 640a15-b4; Balme 1972, ad loc.]. Cf. Balme 1972, 86-87 và Aristotle, *De an.* 402b6-403a2.

từ những gì đối diện trước mắt mà từ chọn lựa của con người từ đó làm phát sinh hành vi. [Meta. 1025b8-24, 1064a 10-16]. Nó không tập trung vào những gì đang diễn ra mà chú trọng đến những gì được thực hiện từ sự lựa chọn của con người và lý do đúng đắn để hướng đến sự lựa chọn đó. Khoa học thực hành liên quan đến điều gì đó còn tồn tại phải giải quyết, một đối tượng không hẳn được quyết định bởi thiên nhiên. Một cách cụ thể hơn, nó liên quan đến việc cần phải chọn lựa điều gì.

Trong khi chân lý xét về mặt lý thuyết bao hàm sự phù hợp nhận xét của con người thực tế thì đối với Aristotle chân lý xét về mặt thực hành bao hàm sự phù hợp giữa nhận định của con người với thói quen đạo đức thích hợp.⁽¹³⁾ Thói quen thích hợp đòi hỏi phải có sự đào tạo và giáo dục từ những năm đầu [xem *Eth. Nic.* 1103a14-1107a2, 1179b29-1180b28]. Theo thói quen đạo đức, một người có thể nhận ra ngay điều gì là đúng và điều gì là sai, và theo cách đó người ta có được các giả thuyết về khoa học thực hành. [*Eth. Nic.* 1095a2-8, 1095b4-13]. Do vậy, tuyên bố của Aristotle, quá xa lạ và không thể chấp nhận được đối với nhiều người trong số chúng ta ngày nay, cho rằng chỉ có người trưởng thành và tốt về mặt đạo đức mới có khả năng tiến hành việc nghiên cứu đạo đức học như một môn khoa học.⁽¹⁴⁾ Hơn nữa, kết luận của lý lẽ

⁽¹³⁾ "... Chân lý trong việc bằng lòng với ước muốn đúng đắn" [*Eth. Nic.* 1139a30-31: Ross 1915 ad loc].

⁽¹⁴⁾ Xem *Eth. Nic.* 1095a2-8, 1095b4-13, 1103a14-1107a2, 1179b29-1180b28. Tất nhiên có thể có nghiên cứu mang tính lý thuyết về những điều người tốt thường làm [*Eth. Nic.* 1169b33-1170a3], và sự phỏng đoán về hành động của những người khác tương tự với việc người ta liên hệ hành động của một người với mục tiêu chọn lựa cuối cùng của người khác. Nhưng để bảo đảm tính xác thực về khoa học, theo quan điểm của Aristotle, các lý luận phải dựa trên các nguyên tắc đúng đắn mà người có đạo đức không tốt sẽ không có. Người xấu chỉ lặp lại những gì học được từ người tốt như một con vẹt, như một người say rượu đọc thuộc lòng các câu thơ của Empedocles [*Eth. Nic.* 1147b9-14]. Với các giả thuyết được chấp nhận theo cách này trên cơ sở niềm tin và căn cứ xác thực người xấu có thể xây dựng lý luận của mình dựa tương tự với thói quen của anh ta. Tuy nhiên lý luận của anh ta vì thế sẽ không trở thành chân lý khoa học. Thất bại của ông ta trong việc đánh giá cũng tương tự việc một người đang viết về âm thanh nhưng lại không phân biệt được các nốt nhạc.

thực tiễn chính là hành động được biểu hiện. Nó không phải là xác nhận khách quan thể hiện từ chủ ý [*Eth. Nic.* 1147a25-28: cf. 1095a5-6] nó được đúc kết từ hành động con người. Toàn bộ mục đích của khoa học thực hành: là nhằm mang lại cách cư xử tốt [*Eth. Nic.* 1103b26-31, 1179a35-b4: cf. 1102a7-12].

Cách nhận thức này về khoa học thực hành hiển nhiên khác biệt với cách hiểu thông thường về khoa học ngày nay. Có lẽ cách giới thiệu của Aristotle về chân lý trong trật tự thực tế quá tóm lược và nó có thể là lý do tại sao nó đã bị bỏ qua hoặc lãng quên.⁽¹⁵⁾ Nhưng trong ba tác phẩm về đạo đức học có một triết lý về đạo đức được thừa nhận là có giá trị tồn tại vĩnh cửu.⁽¹⁶⁾ Khoa học thực hành có thể và phải chắc chắn thực hiện về các khám phá khoa học lý thuyết [xem *Eth. Nic.* 1102a16-b11, *Eth. Eud.* 1216b10-19], nhưng bản thân nó không tự bao hàm ứng dụng về các khám phá đó. Về cơ bản, có lẽ quan niệm về một khoa học chính thống nghiên cứu cách cư xử thống nhất với ý chí, khao khát, tình cảm và khả năng hiểu biết đã làm cho khoa học thực hành của Aristotle không được thấu cảm và chấp nhận như một khoa học. Chắc chắn không có gì tương xứng với nó trong cách phân chia hiện đại về khoa học thuần nhất và khoa học ứng dụng.

Cuối cùng, đối với Aristotle có các môn khoa học sản xuất. Như trường hợp khoa học thực hành, điểm bắt đầu của chúng cũng từ người sản xuất. Nhưng không như những môn

⁽¹⁵⁾ Như Adler đã viết:

Rằng sự khờ khạo của Aristotle trong việc giới thiệu quan niệm hai phần về chân lý, phân biệt rõ nét giữa một bên là chân lý của các tuyên bố mang tính lý thuyết (hay mô tả), và một bên là chân lý của các tuyên bố thực tiễn (hay có tính cách quy phạm) mặc dù rất khó chấp nhận, có thể được giải thích bởi cách giải quyết vấn đề thiết yếu của ông, được đề cập ở một đoạn trong cuốn 6, chương 2, tập *Ethics* (1139a21-b31).

⁽¹⁶⁾ John Herman Randall [1960, 248] thể hiện triết học thực tiễn Aristotle có thể được khái quát hóa cho phù hợp với bất kỳ "dĩ sản văn hóa" nào.

khoa học thực hành, điểm bắt đầu của chúng là các dự kiến và kế hoạch ấn định; chúng không xuất phát từ sự chọn lựa. Khoa học sản xuất biến các dự kiến thành các chất liệu, chẳng hạn như gạch, đá và gỗ dùng cho việc xây dựng, màu dùng cho việc vẽ tranh hay đồng dùng cho việc làm tượng, hoặc các từ ngữ và hình tượng trong bài thơ hay bài diễn văn. Cũng như khoa học thực hành, khoa học sản xuất đã quá lạm dụng các tri thức lý thuyết. Nhưng các tri thức lý thuyết không thể ứng dụng bên ngoài. Theo lý thuyết tri thức, đó là một thói quen, một thói quen ngự trị bất biến trong trí óc, tinh thần và cơ bắp.⁽¹⁷⁾ Về bản chất, nó là một dạng tri thức hoàn toàn khác biệt so với tri thức lý thuyết. Nó liên quan đến việc biết làm một việc như thế nào hơn là biết việc đó là gì. Do vậy, một người có thể biết về cơ học và các quy tắc về đường bộ nhưng không biết làm thế nào để lái một chiếc xe. Kiến thức của một người về gỗ, đinh và đồ nghề mộc không quan trọng, đối với một người không phải là thợ mộc nếu anh ta chỉ thỉnh thoảng mới đóng đinh. Sự thành thạo giúp một người có thể xây dựng một ngôi nhà chính là khoa học sản xuất. Khoa học thực hành chính là sự thành thạo giúp con người có thể thao tác chính xác, vì thế khoa học sản xuất chính là những gì trang bị cho con người để tạo ra sản phẩm một cách chuyên môn, cho dù đó là nhà, xe, thơ hay nhạc. Sử dụng nhưng không cho đi kiến thức về sự vật, các ngành khoa học sản xuất và khoa học thực hành bao gồm cả việc biết rõ cách thức điều hành và tạo ra vật chất. Theo quan điểm này thì khoa học lý thuyết, khoa học thực hành và khoa học sản xuất là ba dạng khác nhau của khoa học.

⁽¹⁷⁾ Plato đã viết, "các môn nghệ thuật liên quan đến việc làm mộc và nghề thủ công nói chung là ngành khoa học cố hữu trong cách ứng dụng của nó..." [*Polit.* 258d-e; trans. H.N. Fowler 1925]. Gilbert Ryle [1949, 27] phân biệt thuật ngữ "biết" và "biết như thế nào" như kiến thức về "chân lý thế này hay thế khác" qua việc có khả năng làm một số việc nhất định". Đối với Aristotle, khoa học sản xuất là một khả năng và không chỉ có tri thức lý thuyết được ứng dụng bởi nghệ thuật. Một ví dụ điển hình đó chính là khoa học về quyền Anh.

Các đánh giá nêu trên giúp giảm đi các khó khăn gặp phải trong nỗ lực làm cho các ngành khoa học của Aristotle phù hợp với các ngành khoa học thuần nhất và khoa học ứng dụng hiện đại. Đối với vấn đề, cách phân loại khoa học thuần nhất và khoa học ứng dụng hiện đại của Aristotle là như thế nào? Câu trả lời rõ ràng là Aristotle không hề có cách phân loại như vậy. Nhưng chúng ta có thể nhìn nhận các ngành khoa học theo cách Aristotle đã phân loại chúng và thắc mắc tại sao chúng phù hợp với cách phân loại hiện đại. Từ quan điểm này, siêu hình học có thể, với một số hạn chế nhất định, được xem như là khoa học thuần nhất. Triết học tự nhiên và toán học có lẽ cũng thuộc dạng khoa học thuần nhất. Mặc dù khi các nguyên lý chung của chúng được nghiên cứu theo các lĩnh vực đặc thù, tiến trình có hơi giống với dạng khoa học ứng dụng. Khoa học thực hành của Aristotle dường như không phù hợp chút nào với các cách phân loại hiện đại bởi vì nó không thuộc khoa học thuần nhất và cũng chẳng phải là khoa học ứng dụng. Và ngày nay, các môn khoa học sản xuất của ông cũng không hề được xem như là các môn khoa học ứng dụng, mà được xem như các môn thủ công và nghệ thuật. Hơn nữa, các môn khoa học được tạo nên để hỗ trợ các môn thủ công và nghệ thuật có thể được xem xét theo quan điểm của ông như là khoa học lý thuyết, bởi vì các môn khoa học này sẽ nghiên cứu những gì tồn tại thực tế thay vì nghiên cứu những gì chưa được sản xuất. Thực tế thì các môn khoa học ứng dụng hiện tại và thuần nhất đều được Aristotle quy thành kiến thức lý thuyết. Logic học, dù Stagirite không phân loại nhưng nó được xem như là bước chuẩn bị cho các môn khoa học thuần nhất và lý thuyết, nên logic học cũng không phải là ngoại lệ [xem *Meta*.1005b2-5, 1059b14-19]; logic toán học hiển nhiên đã xuất hiện từ toán học; và mặc dù logic truyền thống liên quan đến cấu trúc tư tưởng con người nhưng cũng không liên hệ gì đến hoạt động ứng xử hay sản xuất và cũng gần với kiến thức lý thuyết. Nhưng Aristotle đã

tách logic học ra khỏi quá trình phân loại của các môn khoa học và nó được xem như là bước chuẩn bị cho các môn khoa học.

Cách phân loại hiện đại các môn khoa học theo thuật ngữ thuần nhất và ứng dụng đã chứng tỏ rất hữu dụng. Không ai mong thay thế khuôn khổ phân chia thành ba của Aristotle tới mức mà quan tâm đến các mục đích nghiên cứu có liên quan. Phép tính nhân trong tự nhiên, đời sống và khoa học xã hội sẽ loại cách phân chia thành ba khỏi thế cân bằng để đưa ra một bức tranh tổng quát về thực trạng hiện nay. Nhưng người ta cần nghiêm túc nhìn nhận cách phân chia hiện đại đối với các môn khoa học thuần nhất và ứng dụng như một sự thăng hoa hiện đại của mọi vật xứng đáng theo quan điểm của Aristotle, để dàng chấp nhận “chân lý trông có vẻ mới mẻ theo phong cách nhất thời” [Tennyson, *The Epic* 31-32]. Không, Aristotle trình bày phương pháp giải quyết hoàn toàn khác biệt với chúng ta. Quan điểm của Stagirite có thể giúp hiểu thấu đáo về các giai đoạn khác nhau về kiến thức con người nhưng thiếu cách tiếp cận hiện đại dựa trên sự phân loại các môn khoa học thuần nhất và khoa học ứng dụng. Quan điểm ấy cho phép mang lại sự cảm nhận nhạy bén từ việc nghiên cứu khoa học chính thống, giúp đi sâu vào bản chất của sự vật, giúp bảo vệ hành vi con người khỏi cách giải thích vấn đề theo thuyết tất yếu, và giúp duy trì nhân phẩm được thể hiện trong nghệ thuật và thủ công.

Ai đó có thể cho rằng chúng ta không cần hiểu tri thức khoa học của Aristotle để giữ các môn khoa học hiện đại trong phạm vi nghiên cứu của chúng. Đúng hơn, những gì mà cách giải thích của Aristotle đưa ra chính là quan điểm triết học được khái quát một cách phi thường về việc khám phá và cải tạo thế giới như là một chỉnh thể. Nó thỏa mãn ham muốn nhận thức toàn diện về vai trò của các ngành khoa học trong văn hóa và tính cách của nhân loại cũng như nhận thức về sự hỗ trợ không thể thiếu được của nó trong việc mang lại cuộc sống tốt đẹp mà vì nó nhân cách được hình thành.

KHOA HỌC THEO HỌC THUYẾT PLATO VÀ HỌC THUYẾT ARISTOTLE

ROBERT G. TURNBULL

Dự định của tôi trong bài viết này là chứng minh rằng cả Plato lẫn Aristotle đều mô tả và giải thích các quy trình nghiên cứu có thể được gọi một cách thích hợp là các quy trình khoa học, và cả hai ông đều đưa ra các cơ sở hợp lý đáng tin về các quy trình này. Qua việc gọi tên các quy trình đó là quy trình khoa học, tôi muốn xác nhận rằng dù sao chăng nữa họ là người báo trước về những phát triển sau này thực sự phải được gọi là khoa học. Bởi vì họ sử dụng việc quan sát và lý luận (theo cách riêng) và đưa ra các kết luận giải thích hiện tượng và có thể được sửa chữa một cách có chừng mực, tôi nghĩ rằng các quy trình đó mang tính khoa học thuần túy trong thực trạng riêng của chúng. Tuy nhiên, tôi phải báo trước rằng để đưa ra các khẳng định này, tôi không khẳng định rằng các kết quả sử dụng những quy trình này lại có thể được biện hộ như là một ngành khoa học đáng tin cậy.

Quy trình thu thập và phân chia của Plato và quy trình để đạt đến các trung điểm định nghĩa của Aristotle là những quy trình cơ bản mà tôi biết để đưa ra những xác nhận trên.

Tuy nhiên, các mô tả và giải thích tương ứng của họ về các quy trình đó dù được ghi trong các đoạn triết học rất hay, lại dễ cho nỗ lực giải thích và biện hộ các xác nhận được trình bày ở trên trở nên khá phức tạp và có thể gây tranh cãi. Tôi sẽ cố giảm bớt sự phức tạp và thu hẹp lĩnh vực gây tranh cãi trong chừng mực có thể trong bài bình luận sau đây. Tôi nghĩ rằng nên bắt đầu bằng một bài mô tả về các khái niệm của Plato và Aristotle.

1. Các khái niệm

Plato. Như mọi người đều biết, Plato tin rằng có những Hình thức vĩnh cửu và bất biến và các Hình thức đó tạo nên và đưa ra những tiêu chuẩn khách quan về toàn bộ sự hiểu biết. Bởi vì – đặc biệt trong các đoạn đối thoại trước đây – Plato thường sử dụng phép ẩn dụ bằng thị giác khi nói đến nhận thức về các Hình thức của chúng ta, một số dịch giả cho rằng điều mà ông nghĩ đến là loại *hiểu biết* không-nhìn-thấy-được về các Hình thức, hơi giống như “việc làm quen” với dữ-liệu-ý-thức của Russell. Tôi nghĩ rằng giả thiết này là lầm lẫn ngay cả với các tác phẩm đối thoại như *Phaedo*, và tôi tin rằng các đoạn đối thoại sau này là lầm lẫn. Từ giới thiệu ban đầu về các Hình thức trong các đoạn đối thoại, Plato đã chịu khó đối chiếu cảm giác hoặc nhận thức với biện chứng, nhấn mạnh rằng sự nhận biết của chúng ta về các Hình thức không xuất phát từ giác quan.

Nói chung, nỗ lực của các đối thoại Socrates là đi đến một loại định nghĩa nào đó – bất cứ các định nghĩa như thế nào đều là ý tưởng để mô tả cấu trúc của các Hình thức – và phê phán hoặc biện hộ các định nghĩa được đề nghị bằng một loại lý luận hoặc biện chứng nào đó. Mặc dù trong nỗ lực này có liên quan đến các ứng dụng của một định nghĩa được đề nghị, mà chúng có thể đòi hỏi sự nhận thức hoặc ký ức từ các cá nhân được mô tả đặc điểm theo một cách thức phù hợp, nhưng nỗ lực này không được hiểu một cách hợp lý như là

một khởi đầu khám phá việc chăm chú vào một Hình thức mà không-có-khái-niệm và không-thấy.

Trong các đoạn đối thoại sau, đáng chú ý khi tôi trình bày ngắn gọn, trong các tác phẩm *Cratylus* và *Parmenides*, Plato xác nhận một cách rõ ràng rằng chúng ta phải có một loại năng lực nhận thức nào đó để nhận biết các Hình thức hoặc có kiến thức về các Hình thức. Nhưng, thậm chí trong các đoạn đối thoại trước, cơ sở hợp lý của lập luận đó coi như chúng ta có thể học hỏi và việc học hỏi này có liên quan đến việc thay đổi nơi *chúng ta*. Sự thay đổi nơi Polus (trong tác phẩm *Gorgias*) trong việc nhận ra rằng tốt hơn nên chịu đựng chứ không nên làm điều bất công hoặc sự thay đổi nơi Glaucon và Adeimantus [trong tác phẩm *Republic* (*Cộng hòa*)] trong việc đi đến thừa nhận sự công bằng khi mỗi người tự thay đổi là điều mà chúng thường gọi là thay đổi *theo nhận thức* – dù người ta có nghĩ về sự thay đổi này như là sự thay đổi thâm khốc hoặc như là việc thừa nhận các hoạt động bên trong của một khái niệm được liên kết một cách thiếu hoàn hảo.

Trong tác phẩm *Cratylus*, Socrates xác nhận rằng có những Hình-thức-Tên-gọi thuộc về các Hình thức mà chúng là các Hình-thức-Tên-gọi cho các Hình thức đó.⁽¹⁾ Tôi hiểu từ “of” (của/ thuộc về) ở đây như là *πρός*, vì vậy các Hình-thức-Tên-gọi đó bám sát các Hình thức mà chúng thuộc về hơn là như cái gấp đôi bám sát với cái phân nửa hoặc nô lệ phải bám sát lấy chủ nô. (Đặc biệt, tôi ước gì *không phải* đặt giả thiết rằng từ “of” (của/ thuộc về) diễn tả cái mà chúng ta nên gọi là sự chủ tâm.) Plato chịu khó làm sáng tỏ rằng các Hình-thức-Tên-gọi không phải là những mẫu ngôn từ. Tuy nhiên, việc ông đặt tên bằng sự tưởng tượng phải biết đến

⁽¹⁾ Để biết thêm biện luận chi tiết về quy tắc phiên dịch các Hình-thức-Tên-gọi đã nêu ra trong tài liệu này, hãy xem Gold 1978.

các Hình-thức-Tên-gọi này để sáng tạo ra một ngôn ngữ phù hợp nhằm mô tả các khác nhau trong số nhiều Hình-thức-Tên-gọi. Và, Plato đã làm sáng tỏ rằng các loại ngôn ngữ tự nhiên khác nhau có thể phù hợp cho việc mô tả đó và ông đã đặt giả thiết một cách rõ ràng tương đương rằng trẻ con thật may khi được sống trong một xã hội có một loại ngôn ngữ phù hợp để mô tả điều đó.

Dĩ nhiên, một người có được loại ngôn ngữ phù hợp có một tập hợp năng lực được liên kết theo nhiều cách khác nhau với các đoạn viết, hành động, quy trình liên quan đến nhận thức, và v.v. Và, người này có thể có những năng lực này mà không biết rằng loại ngôn ngữ đó, là phương tiện vận chuyển các khả năng đã đề cập, mô tả các Hình-thức-Tên-gọi. Khi tôi nghiên cứu về Plato, các thuật ngữ và cách sử dụng chúng phản ánh việc dẫn đến sự nhận thức các Hình thức và phản ánh hơn nữa để đạt đến nhận thức các Hình-thức-Tên-gọi. Nhưng, hãy để vấn đề đó dừng lại đây.

Điều mà tôi mong muốn đoán chắc là Plato sử dụng khái niệm về các Hình-thức-Tên-gọi với ẩn ý rằng trong trường hợp này, như trong các trường hợp khác về Hình thức, chúng ta có thể nói về việc tham gia vào các Hình-thức-Tên-gọi đó. Và, tôi muốn đoán chắc rằng việc có chung một Hình-thức-Tên-gọi là có một khái niệm hoặc khả năng về khái niệm, dĩ nhiên đó là một khả năng cho biết rõ cái nào thuộc về ngôn ngữ. Vì thế, ví dụ, để có chung một Hình-thức-Tên-gọi của Tam giác là phải có khả năng nhận ra cái được nhìn nhận *như là* một tam giác; và, khi phản ánh, phải có khả năng xác định Tam giác, và vì thế, phải có một nhận thức rõ ràng về hình thức đó. Do đó, lối trình bày có khái niệm tam giác, là khả năng phân biệt các tam giác hoặc các vật có hình tam giác và khẳng định chúng là cái gì. Và, lối trình bày có suy nghĩ đúng đắn là khả năng định nghĩa và biện hộ cho suy nghĩ đó.

Trong tác phẩm *Parmenides*, Plato nói về các Hình-thức-Kiến-thức trong một ngữ cảnh đòi hỏi chúng ta phải suy nghĩ về một Hình-thức-Kiến-thức đã cho như là (theo nghĩa πρὸς τι) một Hình thức phù hợp nào đó.⁽²⁾ Do đó, việc nhận biết và nhiều loại nhận biết thuộc về những hình thức thích hợp hoặc các nhóm Hình thức. Lại nữa, như trong trường hợp của các Hình-thức-Tên-gọi, việc có chung một Hình-thức-Kiến-thức là phải có khả năng về nhận thức hoặc “nhận biết”.

Trong tác phẩm *Timaeus*, Plato đề cập đến linh hồn (nghĩa bóng là “con người”) như được “làm bằng” sự Tồn tại, tính Tương tự và Khác biệt (là các Hình thức phổ biến nhất); và trong tác phẩm *Theaetetus* 184c-185d,⁽³⁾ ông liệt kê sự Tồn tại, tính Tương tự, tính Khác biệt và Số lượng trong số các nguồn lực nhận biết các sự vật khác nhau của linh hồn/ con người như là một sự vật nào đó hoặc một sự vật khác, như là tương tự với các sự vật giống nhau, như là các sự vật khác nhau, và v.v. Tôi nghĩ rằng, nếu ta phải đi tìm một sự vật theo chủ nghĩa duy vật tương đương với những gì mà Plato đã phát biểu trong những nơi này thì ta sẽ tìm thấy nó trong xác nhận cho rằng trong bất kỳ một loại nhận thức nào, không đơn thuần chỉ có sự kích thích mà có rất nhiều tiến trình đang diễn ra. Do đó, sự tiến hóa đã thay đổi hệ thống thần kinh nguyên thủy của các bậc tiền bối của chúng ta để chúng ta “hiểu được” một thế giới sự vật và các thay đổi, chuyển động, sự tương tự, khác nhau và v.v. của nó. Dĩ nhiên,

⁽²⁾ *Parm.* 134a Tôi sẽ tạo một điểm tương đương về “of” (của/ thuộc) trong nghĩa liên quan đến tác phẩm *An. post.* II 19 của Aristotle.

⁽³⁾ Không cần phải nói, tôi đang nghĩ đến sự Tồn tại, Không-Tồn-tại, tính Giống nhau, Không-Giống-nhau, tính Tương đồng, Khác biệt và Số lượng như là những phương tiện về Khái niệm được con người sử dụng khi, như Theaetetus buộc phải cho rằng (185d7-10) “Tôi nghĩ rằng nguyên tắc đó không phải là một cơ quan đặc biệt như trong trường hợp của các nguyên tắc khác, mà con người, bằng cách thức của mình, nhận thức được những điểm chung trong mọi vật.”

tiến trình này mang tính tiên ngôn ngữ hoặc bất ngôn, và, theo cách thức này của chủ nghĩa duy vật, nó giải thích việc chúng ta có được dễ dàng những khả năng về ngôn ngữ. Dĩ nhiên, Plato không có những nguồn lý thuyết như vậy và do đó, để giải thích những khả năng về nhận thức của chúng ta, quay sang những điều mà ông chấp nhận là thiên nhiên và đặc điểm của linh hồn/con người.

Trước đây, như trong tác phẩm *Phaedo*, Plato cho rằng Socrates phụ thuộc nhiều vào sự mặc nhiên cho phép của người đối thoại đang nghiên cứu – thông thường là việc nghiên cứu hứa hẹn sẽ dẫn đến một định nghĩa đúng. Tôi tin rằng, ở đây, Plato dựa vào cách sử dụng ngôn ngữ chuẩn và sự nhận biết của người đối thoại của Socrates về cách sử dụng ngôn ngữ chuẩn này khi bị ép buộc. Sau này, khi nhận ra tính đa dạng và mối tương quan của các hình thức, Plato giới thiệu sự tập hợp và phân loại (tôi tin rằng chúng được mô tả rõ nhất trong đoạn “Prometheus” trong tác phẩm *Philebus* 16c-17a⁽⁴⁾). Với việc nhận thức này và bằng một cách rõ ràng về một/nhiều mô hình trong các trình tự loài/nhóm của các Hình thức, người ta có một quy trình theo nguyên tắc để một người đi tìm các định nghĩa. Đối với bất kỳ một thuật ngữ đã cho nào, ta đi tìm “một” (quy trình), nghĩa là, một loại mà thuật ngữ đó có thể được đặt một cách hợp lý trong đó. Khi đã xác định loại đó rồi, sau đó ta “phân chia”, nghĩa là, cố gắng xác định nhóm nào đi ngay sau nhóm đó, sử dụng một số *đặc điểm phân biệt đặc trưng* thích hợp để *nhìn qua*. Lần lượt, ta lấy một nhóm có vẻ thích hợp với thuật ngữ phải định nghĩa và chia nó lần nữa với cùng cách thức, sử dụng tính đồng dư

⁽⁴⁾ Socrates nói về tiến trình được mô tả trong đoạn “Prometheus” như sau: “Đó là một con đường không khó tìm ra lắm nhưng cực kỳ khó khăn khi sử dụng. Bởi vì nhờ đó mà có các biện pháp để soi sáng cho tất cả các khám phá về khoa học (tXPnh) [*Phil.* 16c1-4]. Xem thêm Moravcsik 1979.

phân biệt đặc trưng với nhóm đầu tiên đã được sử dụng. Và, tiếp tục cho đến khi đi đến thuật ngữ phải định nghĩa. Điểm nổi bật từ quy trình này là định nghĩa bằng loại phức tạp và *đặc điểm phân biệt đặc trưng* bằng những cái này ta có thể giải thích một số đặc tính cần thiết hoặc đặc tính khác về thuật ngữ đó hoặc Hình thức phải nghiên cứu.

Aristotle. Aristotle giới thiệu thuật ngữ “toàn diện” (τὸ καθόλου) với sự vật nào “nằm trong linh hồn”, nó chứa nhiều điều”, và cuối cùng nó phụ thuộc vào việc nhận thức và ký ức về ý thức cho “việc-hình-thành” của nó. Căn cứ vào học thuyết về linh hồn của Aristotle, toàn diện phải là một loại khả năng có được nào đó của con người, đó là một khả năng, trong số các sự vật khác, khiến cho con người nhận biết được một sự vật nào đó như là loại sự vật của nó. Dựa vào mô tả này, nhìn như đủ rõ ràng để nhận thấy rằng các tính toàn diện theo học thuyết của Aristotle là các khái niệm.

Trong tác phẩm *An. post.* ii 19, Aristotle đưa ra lời giải thích nổi tiếng của mình về việc hình-thành sự toàn diện đầu tiên trong linh hồn.⁽⁶⁾ Ông cho rằng sẽ không có sự hình-thành nào như vậy trừ khi có (a) khả năng nhận thức của ý thức, (b) khả năng về ký ức, và (c) “ký ức được lập lại của ký ức trước”. Tôi hiểu rằng “ký ức” ở đây muốn nói hoặc bao gồm khả năng nắm giữ được một nhận thức đã qua về sự vật đủ lâu để gắn nó vào một nhận thức mới về sự vật đó (hoặc một sự vật tương tự). Dựa vào các điều kiện này, ít ra con người, được phú cho khả năng về (kinh nghiệm) ἐμπειρία, cũng trải qua việc hình-thành tính toàn diện trong linh hồn (có lẽ, hoặc sau đó trở nên có khả năng về ἐμπειρία). Aristotle tiến hành để cho chúng ta một hình tượng nổi tiếng, hình tượng về quân đội rút quân. Theo tôi hiểu về ứng dụng của hình

⁽⁶⁾ Để biết chi tiết hơn, với bản dịch của đoạn viết này, hãy xem Turnbull 1976, 28-56.

tượng này, đó là điều kiện đầu tiên của một con người không có tính toàn diện nhưng đang thực hiện việc nhận thức (theo nghĩa hẹp của αἰσθησις, nghĩa là, nhận thức mà không phù hợp về nhận thức và do đó, nó khá giống như “bản sao của ý thức” của Kant) và người này giống như tình trạng rất hỗn độn trong quân đội khi hấp tấp rút quân và bị hỗn loạn hoàn toàn. Việc trở nên toàn diện đầu tiên trong linh hồn cũng giống như một người lính đơn độc quay sang rồi nắm được vị trí dừng lại. Với lượng tính toàn diện gia tăng trong linh hồn và những thông tin tổng quát cũng như các tính toàn diện cụ thể, nhiều người lính sẵn sàng chiến đấu và xuất hiện việc tổ chức quân đội theo tổ, trung đội, đoàn và v.v. Và, Aristotle giải thích rất ngắn gọn về trình tự đi lên của tính toàn diện hoặc khái niệm trong linh hồn. Tuy nhiên, trước khi phát biểu gì về việc đó, tôi muốn quay sang một vấn đề khác, vấn đề đã được Aristotle đưa ra trong chương này.

Đó là một sự *rập khuôn* cách hiểu học thuyết Aristotle chuẩn rằng tri thức là cái toàn diện và tri thức là cái riêng lẻ. Và, thực sự, đó là những gì Aristotle đã phát biểu. Nhưng, cách nhận biết thông thường đáng phê phán và phản bác. Theo cách này, vì “tính toàn diện” được hiểu như xác nhận rằng nếu một người nào đó biết được việc gì thì những gì người đó nhận thức được và biết được là toàn diện. Nhưng điều có vẻ cần thiết của sự việc này đó là *đối tượng* của trạng thái hiểu biết của một con người là cái gì đó “trong tâm hồn” hoặc một loại Hình thức theo học thuyết Plato. Lựa chọn đầu tiên thật vô lý; lựa chọn thứ hai là không thể được (bởi vì Aristotle dứt khoát bác bỏ các Hình thức theo Học thuyết Plato). Như đã ghi chú ở trên về Plato, vấn đề về ý kiến đó của Aristotle nằm trong việc xem sở hữu cách như là dấu hiệu của một loại chủ định.

Đoạn viết làm sáng tỏ nhưng lại rất ngắn gọn đó là *An. post.* 100a15-b1, đoạn này viết như sau:

“Khi một người trong số những người khó thể phân biệt đã có một chỗ đứng, thì cái toàn diện đầu tiên của nó là trong tâm hồn: bởi vì, dù người ta nhận thức được cái riêng lẻ nhưng nhận thức này mang tính toàn diện; ví dụ, chính là nhận thức về con người, chứ không phải về một người, Callias”.

Theo tôi, đoạn này có nghĩa là:

“Trước khi cái toàn diện đầu tiên hiện diện trong tâm hồn, không có sự phân biệt về cái gì được biểu thị theo giác quan. Với một cái toàn diện trong tâm hồn, một người có thể thừa nhận như đang nổi bật lên dựa vào sự mơ hồ một sự riêng biệt thuộc một giống. Do đó, người ta có thể thừa nhận năng lực tri giác một sự riêng biệt như là một con người”.

Ngoài tri giác cho biết một cách khái niệm ra thì không có điều gì sản sinh ra sự phân biệt thiết yếu đối với việc thừa nhận một cá nhân. Theo lời giải thích này, cách sở hữu của con người là thường định phẩm chất loại nhận thức, người ta có thể có nếu như người ta có khái niệm con người trong sự minh họa, một nhận thức của một con người về năng lực tri giác đối tượng (trong khi ngăn cản *αἰσθησις* là nhầm lẫn về sự nhận thức riêng biệt).

Từ Athens Hy Lạp không phải chia tách các thuật ngữ phân biệt tri giác chỉ là giác quan, và do đó, thuật ngữ đơn thuần, *αἰσθησις* trượt qua giữa hai thuật ngữ. Vài sự chính xác song song, các từ Anh ngữ xử lý tri giác như yêu cầu giác quan thêm vài loại chiếm hữu khái niệm và giác quan như không phải yêu cầu điển hình như sự chiếm hữu. Các cảm giác quả thực là riêng rẽ và có thể đạt được một cách khó khăn như “Nắm giữ đối với nhiều”. Tất nhiên, yếu tố khái niệm theo tri giác, nắm giữ đối với nhiều và có thể thực hiện được kiến thức về vài điều gì như là một loại.

Với sự hiểu biết này về *An.post* ii. 19, cái toàn diện trong linh hồn không phải là một đối tượng mà khá hơn như một

công cụ số đông, đó là, một phương tiện về phía các điều gì có thể công nhận được như là một loại. Sự hòa hợp này với trí tuệ theo thời Trung Cổ về ý thức hệ có chủ tâm và với lý tưởng thời Trung Cổ về ý thức hệ thứ yếu có chủ tâm như sự nhận thức về “các nội dung” của các khái niệm, nói lên không có gì là tầm thường về trí tuệ thời Trung Cổ của các khái niệm như những công cụ chơi chữ.

Nhưng nay hãy trở lại câu chuyện một đội quân theo hiệu lệnh rút lui với các binh sĩ nắm được vị trí dừng lại của họ, một cách riêng rẽ trước tiên và từ đó như những đoàn quân tuân lệnh của các cá nhân. Với ý tưởng về các cái toàn diện như những khái niệm, người ta có thể hiểu biết vấn đề này như tính tương tự khái niệm về kế hoạch khẳng định của Categories (các qui trình). Do đó, thậm chí như các khái niệm, con người, động vật có vú, động vật và sinh vật, có thể khẳng định chính xác cùng một thứ, (Lời nói của Callia) và minh họa một thứ bậc giống/loại, như thế người ta có thể có về con người, động vật có vú, động vật và sinh vật theo kiến thức khái niệm về cùng một thứ. Và, đương nhiên, trong quá trình dành được các khái niệm ở mức độ cao hơn, người ta cũng có thể liên kết các loại về các thứ chung và không có các thứ riêng trần trụi đơn thuần.

Bằng cách mô tả quá trình này về sự dành lại được mức độ cao hơn của các vạn vật hoặc các khái niệm, Aristotle sử dụng từ ngữ *ἐκταγωγή* một thuật ngữ thông thường được phiên dịch là “phương pháp quy nạp”⁽⁶⁾. Bản dịch này là hoàn toàn làm mê muội, một cách đặc biệt, từ khi nó gây hứng cho các nhà văn thuộc “Vấn đề phương pháp Quy nạp” hiện đại. Một bản phiên dịch minh bạch hơn là “sự tập hợp”, đối với cái gì mà Aristotle mô tả là sự tập hợp về các loại theo một loại, một loại cao hơn, và v.v.. Nói chính xác ngắn gọn, tất nhiên,

⁽⁶⁾ Đối với một đề tài thảo luận về các sử dụng trong từ ngữ trong tác phẩm *Analytics* của Aristotle – Xem Mc Kirahan 1983.

ἐπαγωγή là sự tập hợp về những khái niệm hiển nhiên theo khái niệm hiển nhiên cao hơn. Aristotle nghĩ rằng chúng ta có thể bằng cách cất ra cho dễ hiểu những biến đổi và cải tiến hiển nhiên theo các khái niệm của chúng ta (mặc dù chúng ta khó khăn cải tiến các loại mục tiêu và giống loại. Và, tất nhiên, loại mục tiêu và giống loại mong muốn dẫn đến khép kín một cách nguy hiểm là các Hình thức của Plato.

Physics i-1 là một chìa khóa chủ yếu để hiểu các ý tưởng của Aristotle về khả năng tiến bộ theo các khái niệm của chúng ta (Xem Turnbull 1976). Là một trong các đoạn chuyển qua nơi mà Aristotle phân biệt giữa cái gì là hiển nhiên và sáng sủa đối với chúng ta và cái gì là hiển nhiên và sáng sủa trong thiên nhiên. Tất nhiên, sự cải tiến về các khái niệm của chúng ta là sự chuyển động từ cái trước đến cái sau. Trong cùng mỗi chương sách, Aristotle tuyên bố về những khái niệm nguyên thủy của chúng ta (nếu quý bạn hài lòng, về các vạn vật đầu tiên trong tâm hồn) là các khái niệm khép kín đến giác quan và thực là bối rối. Và Aristotle minh họa sự chuyển động từ cái gì là hiển nhiên đến chúng ta và cái gì là sáng sủa đến thiên nhiên với sự chuyển động từ một khái niệm nhầm lẫn (và căng thẳng) về hình tam giác (a) đến một sự tuần hoàn khái niệm kết hợp vào định nghĩa của hình tam giác (a).

Các sự tính toán của *An.post* ii 19 và *Physics* i-1 chúng ta đạt được lân cận thủ tục của Plato về sự tập hợp và phân chia. Và, thực thế, Aristotle có kiến thức tốt trong tác phẩm *Posterior Analytics* mà qui trình mà Aristotle đang làm rõ và đang bảo vệ rất khép kín theo Plato.

Như thế, tôi quay lại từ kiến thức này nhanh hơn sự tính toán về các khái niệm theo Plato và theo Aristotle đi đến các cố gắng trong cả hai để cải tiến các khái niệm của chúng ta và do đó, khả năng của chúng ta cố gắng hiển những lời giải thích, những bài giải thích mà tôi nghĩ rằng có thể là lý tưởng như khoa học.

2. Các kiểu giải thích:

Trong tác phẩm *Posterior Analytics*, Aristotle khá khó nhọc khi phân biệt qui trình của ông đối với việc tiến đến cách giải thích “trung điểm” có thể chấp nhận được từ qui trình của Plato về tập hợp và phân chia. Tôi sẽ đạt được trong phần sau của bài viết. Ở đây, tôi sẽ phải nhấn mạnh sự giống nhau giữa các qui trình của Aristotle và Plato.

Kiểu giải thích mà cả hai ông tán thành là kiểu giải thích bằng các phương cách của những định nghĩa. Do đó, sẽ cần thiết để người ta mong muốn kiểu giải thích là X's là F, mà người ta tìm thấy nó theo định nghĩa của X, một định nghĩa mà trong các trường hợp nơi đó có mô hình giải thích khoa học, sẽ bao gồm F. Từ định nghĩa, người ta có thể nhìn thấy, ví dụ như sự cần thiết của một hình tam giác (hoặc định nghĩa này) là có ba cạnh. Và người ta cũng có thể có khả năng để giải thích: Thế nào đó là có thể là một động vật (mà những thuật ngữ của Aristotle, là *δεκτικός*) khỏe hoặc yếu.

Tính chất nhất định của Plato trong đoạn văn “Prometheus” trong tác phẩm *Phil.* 16c – 17a là trong phép chia, mà người ta xác định chính xác là bao nhiêu các điều trước hết phép *ἀπειρον* phải tuân theo là một tính chất nhất định mà người ta xác định chính xác là bao nhiêu giống và loại tham gia vào, có giữa đối tượng nghiên cứu và về câu hỏi và “Một” đã chọn như một loại theo đối tượng nào rơi vào. Đã đề ra là đã được xác định đúng là bao nhiêu đối tượng về nghiên cứu là, có bởi bản thân điều đó đã được xác định khái niệm nào là, quả thực, tất cả và hầu hết các khái niệm tham gia vào phái và các loại. Do đó, Socrates tuyên bố là qui trình cổ xưa (ví dụ có thể đoán chừng là về *Phaedo*) tiến lên trực tiếp từ hình thức đến xã hội trở nên thực sự không giải thích được bất cứ điều gì. Cái gì *Phaedo* có trong tâm trí là, tất nhiên, đường lối cổ điển về sự giải thích của Helen là đẹp về sự tuyên bố là bà

có một sự góp phần về cái đẹp chính bản thân của mình. Nhưng thủ tục mới của tác phẩm *Philebus* (và các đối thoại về phối hợp và phép chia) cung cấp một đề tài giải thích của X”s là F bằng các phương cách về khái niệm của X (và đó là bao gồm khái niệm của F).

Đang được hài lòng nhấn mạnh là kiểu mẫu giải thích này (Giải thích tại sao X là cần thiết hoặc là Koθ’ αὐτό F) mặc dù có thể áp dụng được theo các mục tiêu vạn vật, không làm các mục tiêu riêng rẽ theo sự đòi hỏi cần thiết tùy thuộc trên các mục tiêu vạn vật. Đã dễ ra là khái niệm về X bao gồm F, “Mục tiêu X này là F” như có nhiều hoặc ít sự cần thiết “tất cả Xs là F”. Gánh nặng của sự cần thiết được xúc tiến qua bằng từ chủ đề và khái niệm của nó, hoàn toàn ở một bên từ sự xác định số lượng. Nếu một số lượng bao gồm theo các thiên hướng và các tiềm năng trong khái niệm (và chẳng trực tiếp như thế hoặc như là một kết quả về sự phân loại cao hơn), rồi thì một lần nữa không chú ý đến sự xác định số lượng, người ta có thể đòi hỏi là số lượng X này là có khả năng của F, ví dụ: đó là δεκλκός ⁽⁷⁾.

Các ý nghĩa về “sự cần thiết” và “khả năng” đã giải thích như thế, là hoàn toàn khác biệt từ các giải thích đó bao hàm trong kiểu mẫu logic nhất thời. Và tôi tin rằng là một sự sai lầm để phiên dịch lại theo sử dụng của Aristotle về điển hình các từ kiểu mẫu nào sử dụng đơn giản các nguồn logic nhất thời. Tôi nghĩ cũng là một sự sai lầm để giải thích theo hình thức tam đoạn luận của Aristotle bằng cách đối diện theo logic Boolean với lời chú thích chức năng của nó.

⁽⁷⁾ Như trong đoạn văn gợi ý này, tôi chuẩn bị để thuyết minh là đối với “khả năng” Aristotle sử dụng δεκλκός (tiếp thu). Do đó, một động vật là có thể (δεκλκός) khỏe hoặc đau yếu; nhưng tăng đá thì không thể hoặc thế này hoặc thế kia. Xem Cat. 13b13-19, nơi nào được ghi chú chỉ là nếu vài điều gì là δεκλκός có thể là một hoặc khác của một cặp trái phản nghĩa giữ cho nó – Nói cách khác mà cũng không có thể.

Không có sự cố gắng chứng minh đầy đủ cán cân về các sự đòi hỏi này mà cố gắng giải thích về chúng. Tôi sẽ ghi chú nhanh cái gì tôi nắm được là hình thức thích hợp về chuẩn mực phép tam đoạn luận Aristotle trong Barbara, bằng cách thực hiện như thế, hy vọng thực hiện rõ ràng phân kỳ từ phép tam đoạn luận của Boolean⁽⁶⁾.

Tiêu chuẩn phép tam đoạn luận Aristotle trong Barbara có hình thức:

C chứa đựng trong B chứa đựng trong A

Do đó, ví dụ: “Ba cạnh” chứa đựng trong một mặt phẳng giới hạn bởi ba đường thẳng, và “mặt phẳng được giới hạn bởi ba đường thẳng” chứa đựng trong hình tam giác. Thuật ngữ trung gian, một công thức định nghĩa, giải thích A’s là C (hoặc C’s chứa đựng trong A). Ít nguyên tắc hiển nhiên về các trung gian định nghĩa có thể giải thích được, ví dụ: tại sao “có một xương sống” chứa đựng trong một động vật có vú.

Và, tất nhiên, “nếu tiếp nhận bệnh tật” chứa đựng trong con người (hoặc bất cứ động vật khác), thì một con người có thể bị bệnh (mặc dù có thể đoán trước được một hòn đá không có một khả năng như thế).. Không thể nói rằng Barbara là hình thức chuẩn mực của Aristotle về việc chứng minh phép tam đoạn luận, nghĩa là phép tam đoạn luận được sử dụng trong giải thích khoa học.

Mặc dù, Plato không sử dụng các thuật ngữ của Aristotle (trong đoạn văn “Prometheus” hoặc đoạn văn khác), tôi nghĩ rằng Aristotle, trong tác phẩm *Posterior Analytics*, là theo cách riêng của Aristotle trong trình bày tỉ mỉ kiểu giải thích của Plato trong *Philebus*. Và tôi không tin rằng sự loại bỏ dứt khoát của Aristotle đối với các Hình thức Plato trong tác phẩm *Analytics* thực hiện bất cứ sự khác biệt nào đối với lập luận của

⁽⁶⁾ Xem Corcoran 1972, đối với một sự xử lý hình thức về sự trệch quan trọng

tôi trong bài viết này. Căn cứ vào cả hai học thuyết Plato và Aristotle về các khái niệm (có thể thực hiện sự nhận thức về các điều như học thuyết nào là hoặc có đủ khả năng theo các cách khác nhau), và Aristotle có thể dễ dàng xác nhận không có nhu cầu giải thích về các Hình thức tách rời Plato.

Tự bản chất, Plato cần thể giới các hình thức để chỉ ra tính hợp pháp đối với tiến trình tập hợp và phân chia với sự thực hiện của nó về khả năng nhận thức. Và tự bản chất, Aristotle cần sự đồng nhất hóa *De anima* (bản ngã cá nhân) của hình thức trong linh hồn và hình thức trong sự vật (và, có lẽ, khả năng đáng chú ý của $\psi\upsilon\lambda\lambda\omicron\varsigma$ $\mu\omicron\lambda\eta\tau\iota\kappa\omicron\varsigma$) vì lý lẽ giống như vậy.⁽⁹⁾ Như thế, người ta có thể phản đối cho là không chính đáng việc Aristotle loại bỏ nhanh chóng các Hình thức Plato trong tác phẩm *Analytics*. Nhưng sự quản lý nghiên cứu không có dẫn chứng của hệ thống hoặc các hệ thống tạo nên nó và các kết quả của nó hoàn toàn chính thống hóa.

3. Sự cải tiến nhận thức: Từ “hiển nhiên với chúng ta” - đến “hiển nhiên trong thiên nhiên”.

Tôi hy vọng để chứng minh cái gì trong tiết này, đó là các qui trình Plato về sự tập hợp và phân chia và các qui trình của Aristotle đi đến việc giải thích các trung điểm trong các phương pháp khác nhau không đáng kể, các qui trình về việc cải tiến nhận thức của chúng ta (hoặc, nếu bạn vui lòng về việc cải tiến sự sáng sủa và sự chắc chắn của các khái

⁽⁹⁾ Cái gì mà tôi có trong tâm trí, tất nhiên, là nền tảng của các khái niệm in return natura (trở lại với thiên nhiên), nếu tôi hiểu đúng *Cratylus* và *Parmenides*, thì Plato đã tìm thấy trong sự tập hợp và sự phân chia một phương tiện liên kết các khái niệm với thể giới của các hình thức, nghĩa là bởi phần cốt lõi trong các khái niệm trong đó có những Hình thức thích hợp cho Tên gọi và Tri thức. Mặc dù Aristotle phủ nhận triết học Plato “tách rời” ra các hình thức, ông nhấn mạnh là có các hình thức trong các sự vật và có các thể giới trong linh hồn (các khái niệm) có thể phù hợp với chúng.

niệm, mà chúng ta có). Cả hai qui trình theo một ý nghĩa được giải thích, theo kinh nghiệm và cả hai qui trình ấy cho phép một loại thử thách thích hợp của công thức được đề xuất. Trong tiết 4 tôi sẽ tham khảo ngắn gọn các nhà Duy lý (đặc biệt là Leibniz) sử dụng phân tích và tổng hợp và cố gắng chứng minh đặc điểm giống nhau của việc sử dụng đó đối với các qui trình được qui cho Plato và Aristotle.

Plato. Theo câu truyện của tôi đến mức độ như thế, Plato cho rằng tiếng Athen Hy Lạp là một ngôn ngữ dễ hiểu (ví dụ như: người ta sinh ra do một Người cho Tên mà người này đã đặt tên cho phù hợp với những Hình thức Tên) và người Athen học tiếng Athen theo nhận thức chuẩn và các văn cảnh đối thoại nói chung có khả năng công nhận một sự biến đổi của các sự vật chung quanh như những gì mà họ được và như được tạo thành đặc trưng. Tuy nhiên họ có thể có được khả năng đó và chưa bao giờ phản ánh trong việc sử dụng các từ đó, ít hơn là cố gắng để xác định hoặc phát hiện những định nghĩa chính xác. Qui trình về sự tập hợp và phân chia dường như rõ ràng là một sự yểm trợ đáng kể đến việc phản ánh, xác định và phát hiện như thế.

Người ta khởi động với một từ cho sẵn, tuyên bố X giả sử đối với mục đích của việc nghiên cứu A (một từ khác) là như thế mà bất cứ điều mà X phải chắc chắn là A. Nhưng nếu, sau một lúc suy nghĩ, người ta cho một X có thể không thể là A, người ta phải cố gắng lại. Hãy cho phép chúng tôi lưu lại với A. Rồi thì, người ta cố gắng để xác định các loại nào “trực tiếp” của A có, tuyên bố A_1 , A_2 và A_3 . Một lần nữa, người ta có thể chắc chắn là bất cứ điều gì mà là X phải là một hoặc là một cái khác của chúng, tuyên bố là A_1 . Cho là đặc trưng f đó, f phải là, như đã là một loại đặc trưng, các loại mà làm đặc trưng A_1 , A_2 và A_3 và đặc trưng nào cùng với, làm rõ các loại trực tiếp về f. Hãy triệu tập chúng về f_1 , f_2 và f_3 . Sự khác biệt thích đáng coi như là về A, do đó là f, các loại về sự khác biệt nào

làm đặc trưng cho các loại khác biệt về A, X, khái niệm của ai đã tìm thấy, phải là điển hình khác biệt làm đặc trưng là bất cứ sự khác biệt nào là X phải là A, cũng như là f (và do đó một trong hai là f_1 , f_2 , hoặc f_3) và A_1 . A_1 hoàn toàn đúng là không cần thiết đối với là A_1 là đơn giản hóa là A mà là f_1 .

Phải lưu ý là có một trắc nghiệm “theo lối kinh nghiệm” cho mỗi sự chuyển dịch này, liệu người ta có thể hình dung về bất cứ vật gì được xếp vào loại khái niệm X mà không đủ để xếp vào loại khái niệm về A hay không? Người ta có thể trả lời câu hỏi “phát hiện ra” rằng người ta không hiểu rõ lắm về A và người ta điều chỉnh khái niệm nhất thời hay thường xuyên. Hoặc là, trong sự nghiên cứu về cái gì có thể thực hiện công việc về A, người ta có thể điều chỉnh nhất thời hoặc thường xuyên khái niệm của một người về X liệu người ta có thể hình dung bất cứ điều gì được xếp vào loại X mà không được xếp vào loại f_1 không? Ngoài ra, những sự điều chỉnh có thể cần thiết vào thời điểm này trong khái niệm về f hoặc về A hoặc về X. Và người ta không thể hình dung một cách đơn giản. Nếu như khái niệm về X, thuộc một giống loại tự nhiên, thì người ta có thể, vào bất cứ giai đoạn nào, đi ra ngoài, xem xét hoặc sờ mó, lắng nghe các sự vật mà người ta nắm được về giống loại đó. Ở bất cứ giai đoạn nào trong việc phân chia, người ta có thể, ví dụ cho đi ra, tìm kiếm và phát hiện rằng khái niệm của người ta về con sóc làm lẫn lộn giữa sóc và sóc chuột. Nếu X là một khái niệm về ảnh hưởng xã hội, tuyên bố, nói dối, người ta có thể phát hiện bằng cách điều tra nghiên cứu mà khái niệm của người ta làm lẫn lộn tuyên bố cái gì không đúng với sự lừa dối có cân nhắc trong cách nói. Dĩ nhiên quan điểm của tôi là, cái qui trình Plato đủ bảo đảm nghiêm túc, rất thích hợp để điều tra nghiên cứu theo kinh nghiệm và do đó, lưu ý đến các tính tương tự và các tính khác biệt với cách điều chỉnh hợp lý đối với kế hoạch giải thích đã được đề ra của sự phân loại.

Ngay cả trong đoạn văn đối thoại ban đầu, Socrates trình bày như là kiểm tra những định nghĩa đã được đề ra bằng sự tham khảo cái gì sẽ được xếp vào loại một định nghĩa đã được đề ra. Trong định nghĩa ban đầu nổi tiếng về tác phẩm *Euthyphro*, nếu lòng trung thành sẽ được các thần quý mến, người ta và các cử chỉ giống nhau có thể có cả ngoan đạo lẫn không ngoan đạo. Trong tác phẩm *Meno*, nếu đức hạnh có thể giáo huấn, thì cần phải có các thầy giáo dạy đức hạnh. Nhưng sau khi quan sát sơ bộ, kết luận là không có các thầy giáo dạy đức hạnh. Trong tác phẩm *Phaedo*, nếu linh hồn là sự hòa hợp của những phần thể xác, thì nó không thể là người khởi xướng các sự thay đổi trong thể xác. Nhưng chúng tôi quan sát (và quy cho linh hồn) bất cứ con số nào của sự khởi xướng như thế về các thay đổi thể xác. Có rất nhiều ví dụ. Đừng bận tâm một vài khái niệm không xuất hiện như là “kinh nghiệm” và đừng bận tâm một số ví dụ riêng của Plato, đặc biệt là các ví dụ đó trong tác phẩm *Statesman* (chính khách) dường như khá gượng gạo và xa lạ với sự trải nghiệm theo lối kinh nghiệm. Trước sau qui trình của sự tập hợp và phân chia, với sự thực hiện các điều chỉnh khái niệm thích hợp, ít nhất, trên nguyên lý yêu cầu sự áp dụng các khái niệm liên quan và, với gia tăng việc sử dụng qui trình trong các khung cảnh khác biệt, một bản vẽ thực tế về thế giới nhận thức.

Trở lại ví dụ về ứng dụng việc tập hợp và phân chia X và “một” của nó gọi là A, sẽ phải rõ ràng mà tiến trình phân chia có thể tiếp tục theo cách đã sử dụng f (và các loại của nó) như tính khác biệt của A. Dĩ nhiên sự chọn lựa tính khác biệt đối với A hơi xác định một chút bởi sự chọn lựa về f đối với A. (Phương cách này là cái mà tôi đạt được theo sự tham khảo trong những tiết đầu đối với tính khác biệt “phù hợp” Nếu người ta chọn, ví dụ “tính chất đường kẻ” như tính khác biệt đối với mặt phẳng, các loại sẽ thẳng và cong. Đối với mặt phẳng, tính khác biệt phù hợp có thể sẽ là cạnh và các loại

sẽ phân ra ba cạnh, bốn cạnh và v.v... (không nói đến màu sắc); đối với một cạnh chia hình ảnh mặt phẳng, và hình ảnh mặt phẳng không có màu hoặc có màu. Và, trở lại định nghĩa về X, sẽ được giới thiệu một lần nữa với tính khác biệt về A_1 , trước và sau kiểm tra, thì bây giờ với A_1 , tính khác biệt gợi ý của nó, và X.

Nếu như người ta giả định sự hoàn thành của tiến trình, đạt được cái gì là một kiểu giải thích, một kiểu giải thích tại sao vật gì là X thì phải là f_1 hoặc đối với bất cứ vật gì. Và với sự nguy hiểm thích đáng, kiểu mẫu cung cấp các phương tiện giải thích tại sao X có thể làm đặc trưng trong một số cách này hoặc cách khác (hoặc là *pari passu*, tại sao chính nó có thể là X làm đặc trưng trong một số cách này hoặc cách khác).

Tất nhiên, Plato quan tâm theo khả năng của chúng ta để nhận thức rõ bố cục theo mô hình về các Hình thức không thay đổi và vô thời hạn của nó, không đơn giản với sự cải tiến đời sống nhận thức của chúng ta bằng cách duyệt lại và điều chỉnh khái niệm của chúng ta để phù hợp với trình tự khái niệm nào đó. Mà, như chúng ta đã được lưu ý, Plato không lôi cuốn chúng ta bằng vài loại hình thức không thấy được. Plato nhất định cho rằng nhận thức của chúng ta về cấu trúc của các hình thức là sản phẩm của $\delta\lambda\alpha\kappa\tau\lambda\kappa\eta$. Ông nghĩ rằng thực hành việc tập hợp và phân chia dẫn đến sự nhận thức sâu sắc về cấu trúc của các Hình thức. Và Plato nghĩ rằng phô bày cấu trúc về ngôn ngữ và vì thế thì cải tiến của đời sống tư duy của chúng ta dẫn đến được việc góp phần cải tiến cấu trúc những hình thức tên gọi và do đó, trong việc phản ánh, nhận thức về các Hình thức Tên gọi thuộc về cái gì.

Aristotle. Trong tác phẩm *Posterior Analytics*, mục đích thông báo của Aristotle là phát biểu, giải thích và bảo vệ một lợi ích của chứng minh nơi mà chứng minh là phép tam đoạn luận, mà tiền đề là hiển nhiên (hoặc, theo bất cứ tỷ lệ nào, chắc chắn là cần thiết). Và Aristotle chú tâm đến các

kết quả chứng minh (đã chứng minh) như là khoa học (ἐπιστήμη) được hình thành. Nghiên cứu các tiền đề bằng chứng minh như thế, là một nghiên cứu về các trung điểm. (Do đó, khoa học là kiến thức “trung điểm”). Như đã lưu ý ban đầu, các trung tâm đáng mong muốn là công thức xác định, bảo đảm là C phải được lấp vào A, căn cứ rằng B là công thức xác định đối với A, và C nằm trong B.

Aristotle là làm một đoạn ngắn đăm mê bằng bài toán về đoạn nào bảo đảm là một chuỗi các từ thành lập công thức xác định là một (duy nhất) và không đơn thuần là một chuỗi (giống như *Iliad*).⁽¹⁰⁾ Trong chú đề phiên dịch, Aristotle tìm thấy sự liên hợp οὐτως-πῶς để thành lập một λόγος, đã cung cấp mà cũng không có về các mục nào liên kết công khai hoặc công khai chứng minh từ ghép. (Nếu một trong chúng sẽ phải là, rồi thì có nhiều hơn một λόγος liên kết bởi “nếu dường như”. Nhưng cái gì làm một định nghĩa hoặc công thức xác định duy nhất? Không phải đi vào chi tiết của Analytics. Tôi nghĩ rằng Aristotle tìm thấy mảnh đất cho sự tồn tại công thức duy nhất trong hình thức, kể cả loại khác biệt và Aristotle nắm được công thức này như là một duy nhất thực hiện như công thức ὅσοις đối với πῶς cho các câu đơn thuần. Do đó, công thức xác định có thể làm chức năng như những từ đơn lẻ thành lập các trung tâm theo phép tam đoạn luận chỉ định.

Qui trình của Aristotle để đạt tới các trung điểm như thế, hiển nhiên, rất gần với qui trình của Plato về sự tập hợp và phân chia; và tôi sẽ bỏ đi những chi tiết nào mà Aristotle khác biệt so với qui trình của Plato về các mục tiêu hiện tại. Như đã lưu ý liên quan đến đoạn viết An.post ii 19, Aristotle cho rằng chúng ta đạt được thế giới ban đầu của

⁽¹⁰⁾ Xem Cohen 1981, 29-240 đối với một sự tính toán về đơn vị định nghĩa theo các thuật ngữ chung được thừa nhận ở đây.

chúng ta như một kết quả của kinh nghiệm giác quan và ký ức. Aristotle cũng cho rằng chúng ta có khả năng về *ἐπαγωγή* (tập hợp) và như thế có thể dịch chuyển từ các thể giới giác quan gốc đến các loại “cao hơn” và các thể giới loại. Và, như đã lưu ý, sự dịch chuyển này song song với tính áp dụng gia tăng của: các khái niệm, con người, động vật, sinh vật v.v... đến người và vật tương tự mà Aristotle đề cập đến trong tác phẩm *Categories*.

Đoạn viết *Physic* i-1, đề cập đến thể giới tri giác gốc như thể làm mờ đi cùng với một số các thành phần, (ngay cả các nguyên lý: *ἀρχαί*) chỉ được tách ra muộn hơn, “muộn hơn” dường như nghĩa là “sau khi điều tra thích hợp”. Tôi nghĩ đủ rõ rằng thể giới tri giác là đối với thể giới đó đã nói lên như “rõ ràng và sáng sủa với chúng ta” và đúc kết từ sự khảo sát nghiêm túc là hoặc có thể là “rõ ràng và sáng sủa trong thiên nhiên”. Tuy nhiên, cần phải lưu ý rằng trong thực tiễn Aristotle hoàn toàn khiêm tốn trong việc đòi hỏi bất cứ loại nào không thể nghi ngờ cho những kết quả về điều tra. Tuy nhiên, Aristotle không khiêm tốn như thế, trong các đòi hỏi của mình liên quan đến một trong hai chứng minh khoa học nào phải là hoặc phải tiến hành như thế nào nhằm đạt tới định nghĩa những trung điểm.

Qui trình thực sự về khảo sát, sử dụng *ἐπαγωγή* trong công việc từ thể giới tri giác, trong việc đạt được điểm về những khác biệt và trong sự cố gắng giải thích các kiểu mẫu về quy cách, ít khác biệt với mô tả của Plato trong tác phẩm *Philebus*. Theo ví dụ hệ thống hóa, sử dụng bằng cách thảo luận triết học Plato, cần cái gì trong việc giải thích X's là F. Về việc giải thích, Aristotle cần một định nghĩa về X bao gồm F, và để đạt được cái mà Aristotle có thể phải tìm kiếm một định nghĩa “duy nhất” giống như A trong ví dụ được dịch chuyển từ X (và do đó, yêu cầu khá nhiều phép chia tốt). Và, trong quá trình khảo sát, có thể có nhiều điều mà tôi gọi là

“sau và trước” trong thảo luận Plato. Do đó, một trong hai sẽ thay đổi quan niệm hoặc là nối ráp kỹ lưỡng các nội dung khái niệm trong tiến trình, và phần lớn trong số đó sẽ xứng đáng được dùng trong công việc “kinh nghiệm” các sự vật để nhận thấy thực hiện bằng việc sử dụng những khái niệm ước thử hoặc vĩnh cửu.⁽¹¹⁾

4. Diễn giải kết luận:

Tôi hy vọng rằng các nhận định trên đây dù tất cả là quá ngắn gọn đối với các vấn đề bao hàm phức tạp, song cũng đủ làm sáng tỏ những gì mà cả Plato và Aristotle đều biết rõ và các qui trình giải thích dễ hiểu và sự giải thích các qui trình đó cho phép kiểm tra các định nghĩa đã đề ra và chỉnh sửa sai sót hoặc các bước bị bỏ sót trong các biểu đồ hình cây về loại giống. Có ba bài phê bình còn lại mà tôi tin rằng sẽ giúp gạt bỏ về các qui trình đó. Hai bài bình luận sau cùng, mặc dù, làm rõ, giới thiệu các sự thảo luận phức tạp và khó khăn mà chỉ có thể là gợi ý trong bài viết này.

Thứ nhất, tôi phải lưu ý rằng các triết gia sử dụng bộ máy logic đương thời là thiên về sự cần thiết định vị trong các tổ hợp. Và họ có thiên hướng ngang nhau để tìm kiếm sự giải thích khoa học theo các phép tam đoạn luận bao gồm một số lượng vạn vật, “nếu/như thế thì” mệnh đề (tiền đề chủ yếu), và một xác định số lượng tồn tại (hoặc cá thể), mệnh đề (tiền đề thứ yếu), và một xác định số lượng tồn tại (hoặc cá thể), mệnh đề (kết luận). Trong các kiểu để giảng giải như thế, các thuật ngữ về các cá thể có hình thức của các tên gọi thích hợp và các hình ảnh cá thể như thế trong giải thích chỉ có vài đặc tính hoặc khác hơn và chúng không phải là các cá thể.

⁽¹¹⁾ Tôi không ràng buộc đối với tinh thần chung và vài chi tiết về sự giải thích của tôi về qui trình của Aristotle đi đến các định nghĩa mà có thể được sử dụng trong các giải thích khoa học theo Bolton 1976.

Theo sự hiểu biết mà tôi đọc được của Plato và Aristotle, các cá thể không chỉ “ngăn cản” nhưng nếu vui lòng, bạn “có thể phân loại” xác định số lượng hoặc “có bản chất”, như trong ví dụ trích dẫn của Aristotle, con người, Callias. Những cá thể như thế, bằng công dụng gì mà họ tồn tại (tức là đã đạt được bằng công thức sau cùng) là sự cần thiết (Καθ' αὐτό) xác định số lượng trong những cách thức khác nhau. Đặc tính hóa cá thể rõ ràng về loại này yểm trợ ngang nhau định lượng hóa vạn vật. Nghĩa là, nếu hình tam giác này cần thiết (Καθ' αὐτό) có ba cạnh, thì tất cả các hình tam giác cần thiết có ba cạnh. Nhưng không có khái niệm rằng trong hình tam giác này các mệnh đề xác định số lượng phổ biến của loại này có thể đơn giản bị sai bởi nhận thấy rằng vài sự sai đặc biệt “ngăn cản” được xác định số lượng chiếm hữu. Thậm chí vì thế, khi tôi đã cố gắng để chứng minh như trên, có một yếu tố theo kinh nghiệm trong sự phát triển của giản đồ sắp xếp, và cũng không phải Aristotle cả Plato được xử lý để cho rằng giản đồ như thế không phải là chủ đề cải tiến.

Thứ nhì: Tôi đã sớm lưu ý từ ban đầu là trong các qui trình của Plato và Aristotle có sự tương tự nào đó với những gì mà những người duy lý, nói về phân tích và sự tổng hợp, đặc biệt là Leibniz. Phân tích đối với Leibniz là cố gắng để gạn lọc một “ý tưởng”, để được bảo đảm về khả năng của nó, và để đi đến một định nghĩa. Aristotle phân biệt vài loại định nghĩa: danh pháp, thực đơn thuần, thực và ngẫu nhiên. Các định nghĩa thực và ngẫu nhiên thể hiện theo các kiểu giải thích ở mức độ cao nhất. Các định nghĩa đã đi đến bằng một vài điều gì hơi giống với cái phía sau và phía trước mà tôi đã nhắc lại ở trên về những định nghĩa có thể kiểm tra tương phản trong các biểu đồ hình cây về giống/ các loại thích hợp của họ, các sự cung cấp các giải thích dứt khoát của họ rõ ràng, và gắn bó theo một kiểu cho phép vượt qua không có các bước nhảy của họ. Tổng hợp trong thực tiễn của Leibniz

về tiến trình xác định vị trí của một định nghĩa theo một kiểu giải thích. Theo quan điểm của Leibniz, cả phân tích và tổng hợp bao hàm việc điều tra nghiên cứu khoa học nghiêm túc. Với châm ngôn bổ sung, *prædicatum inest subjectis* (chủ đề trong điều khẳng định), Leibniz chuẩn bị để đưa ra nguyên lý về καθ' αὐτό, sự khẳng định ngoài tầm tiêu chuẩn sử dụng theo Aristotle (mặc dù các trí tuệ hạn chế của chúng ta là không có khả năng xác định nội dung của các khái niệm cá nhân). Việc sử dụng các định nghĩa và công thức sau cùng trong giải thích khoa học đã phổ biến rộng rãi trong các thế kỷ thứ 17 và 18, ngay cả trong số các nhà triết học bác bỏ chủ nghĩa Aristotle một cách quyết liệt.

Thứ ba: với sự tuyên dương của Leibniz cùng với phân tách và tổng hợp, không khó để nói lên một điều gì đó về các tiên đề và các định lý. Trong chương đầu sách *Physics* (mà tôi đã chú trọng từ ban đầu), Aristotle liên kết các nguyên lý (ἀρχαί), căn nguyên (αἰτίαι), và các yếu tố (στοιχεῖα) với nhau với gợi ý rằng thực ra chúng ta đã biết được một điều gì đó khi chúng ta theo đuổi “các yếu tố”. Khái niệm về một yếu tố ở đây là khái niệm về bất cứ một hình ảnh nào còn mơ hồ trong định nghĩa (và giải thích) của giống và các loại thuộc một vấn đề chủ thể. Aristotle minh họa cái nào mà ông ghi nhớ trong *Physics* i bằng cách đặt tới các nguyên lý (ἀρχαί) cần dùng cho khoa học vật lý tổng quát, đó là, loại vấn đề nào đó đang tiếp tục hoặc cơ sở còn lại thông qua một sự thay đổi và sự đi đến một sự đầy đủ hoặc một sự thiếu sót.⁽¹²⁾ Nhưng điều mà tôi mong muốn là tập trung vào khái niệm về các yếu tố (στοιχεῖα).

Tác phẩm *Elements* của Euclid (cùng thuật ngữ) là một mô hình về việc sử dụng các thuật ngữ nguyên thủy theo các

⁽¹²⁾ Đối với một sự bảo vệ (đối với Barrington Jones) đặt được về vấn đề như kiên trì xuyên qua tình hình thay đổi - Xem Code 1976.

tiên đề, các định nghĩa nào đó và các khái niệm thông thường nào đó bằng cách chứng minh một sự tập hợp các định lý và các hệ luận về một vấn đề chủ đạo. Phớt lờ mục đích hiện tại các bài toán (nếu chúng là như thế) về chứng minh dựng hình, tôi mong muốn chỉ ra rằng việc sử dụng *στοιχεία* bằng cả hai người (trong sách *Physics*) Aristotle và Euclid là không phải ngẫu nhiên. Việc sử dụng của Aristotle gợi chú ý các thuật ngữ cơ bản sử dụng trong các chứng minh của loại bài viết thảo luận này, và việc sử dụng của Euclid cung cấp các thuật ngữ đó bằng các biện pháp mà nhờ đó một tập hợp thành công và gắn bó của các chứng minh có thể thực hiện được. Mặc dù, các qui trình được mô tả trong bài viết này không có hình thức của các chứng minh từ các tiên đề, *στοιχεία* đã đề ra vấn đề chủ đạo cung cấp các kiểu giống và các loại có thể thực hiện các loại chứng minh, mà tôi gọi là “các giải thích”. Thực vậy, tôi chuẩn bị để lập luận rằng qui trình của giải thích được bảo vệ trong *An.post* ii và qui trình tiên đề hóa là tương đương về mặt hình thức. Qui trình đi đến công thức xác định đối với việc sử dụng như những trung điểm trong các chứng minh mong muốn, trong hình thức đề ra bởi Aristotle và Plato, nhưng mối quan hệ giữa các “yếu tố” và các giải thích hoặc các chứng minh chủ yếu giống nhau. Tuy nhiên, lập luận để chứng minh theo tương quan hình thức của chúng, vượt quá phạm vi của bài viết này.

VỀ KHÁI NIỆM CỦA ĐIỂM KHỞI ĐẦU TOÁN HỌC THEO PLATO, ARISTOTLE VÀ EUCLID

IAN MUELLER

Trong thuyết trình này, tôi muốn thảo luận vấn đề vị trí của những điểm khởi đầu toán học trong triết học Plato, Aristotle cũng như trong tác phẩm *Elements* của nhà toán học Euclid⁽¹⁾. Tôi sẽ quan tâm chủ yếu tới Aristotle vì Aristotle đề cập đến vấn đề này nhiều hơn Plato còn đối với nhà toán học Euclid, thì chúng tôi chỉ giải thích qua thực hành của ông ta. Để có một mô hình hữu ích cho việc thảo luận một số khái niệm hiện đại về những điểm khởi đầu toán học. Ở đây, tôi xin trình bày một cách tóm tắt; phác họa để làm thích nghi tranh luận của những tác giả cổ điển. Chúng ta có thể bắt đầu việc phân chia những điểm khởi đầu

⁽¹⁾ Tôi sử dụng từ thời kỳ với "điểm khởi đầu" như một thời đại chung để bảo đảm một tổng số điển đại của Hy Lạp. Tôi không sử dụng từ ngữ "nguyên lý" mà các học giả thường dùng theo đường lối. Tôi đang sử dụng "điểm khởi đầu", theo trình tự để tránh khỏi sự diễn đạt mà tôi đang thảo luận từ ngữ Hy Lạp *ἀρχή*. Trong những yếu tố phân tử của những điểm khởi đầu là những gợi ý các khái niệm chiều đề của nhà toán học (ᾠποι) đặt thành định đề và là những khái niệm chung. Trong trường của Triết học Plato, tôi sẽ liên tục giao dịch sơ khởi với sự chuyển vị trí loại toán học trong đó theo môn đồ của xứ sở Sô-Crát kể về những giả thuyết của các học giả toán Aristotle nào, họ gọi là sử dụng một cách biến đổi những thời kỳ theo sử kết nối này, khi sẽ nhìn thấy được trong phần 2.

thành các thuật ngữ, các sự khẳng định và các nguyên tắc, và việc phân chia bổ sung với logic và vật chất. Tôi minh họa sơ bộ một phạm trù trong sáu phạm trù:

- Thuật ngữ logic nguyên thủy: không ($\neg$)
- Thuật ngữ vật chất nguyên thủy: điểm
- Sự khẳng định logic nguyên thủy

Đối với bất kỳ khẳng định P nào, $\neg$ cả P và $\neg P$ (quy luật không mâu thuẫn)

- Sự khẳng định vật chất nguyên thủy.

Nếu a và b là những điểm phân biệt, thì tồn tại một điểm thứ ba c giữa a và b .

- Quy tắc logic nguyên thủy.

Nếu giả định P dẫn đến mâu thuẫn, thì bạn có thể lấy $\neg P$ là đúng (quy tắc rút gọn); nếu bạn đã chứng minh P và nếu P rồi Q bạn có thể nói bạn đã chứng minh Q (*modus ponens*).

- Quy tắc vật chất nguyên thủy.

Nếu bạn đã chứng minh A và B tương đương với C , bạn có thể lấy A tương đương với B .⁽²⁾

Thường thường, sự phân biệt giữa những điểm khởi đầu logic và những điểm khởi đầu vật chất được thực hiện bằng

⁽²⁾ Gọi là tính từ “nguyên thủy” chỉ định cái gì gọi một điểm khởi đầu.

Theo các tính toán chuẩn thì chỉ là các vai trò nguyên thủy sẽ là trong những vai trò cho phép biến đổi các khẳng định đáp ứng vào các khẳng định khác trên cơ bản của các sự kiện hữu hình, điển hình như là sự phù hợp đó là sự chuyển qua. Những sự khẳng định hữu hình nguyên thủy là một phái vai trò chính của chúng, từ lúc chúng cho phép người ta thực hiện những sự khẳng định trên cơ bản không thuộc người nào cả trước đây. Trong những yếu tố phân tử của 3 yếu tố định đề đầu tiên là những vai trò hữu hình của một phái hoàn toàn không giống nhau trong bất cứ các lý thuyết chuẩn hiện đại nào, từ khi những định đề này cho phép xây dựng những đối tượng mới khá hơn sự loại trừ của những khẳng định mới.

những thuật ngữ nào đó như là logic và một điều kiện cần thiết cho một điều nào đó là một sự khẳng định logic hoặc quy tắc mà chỉ dùng cho những thuật ngữ logic. Sự phân biệt giữa logic và vật chất đã được lập luận tùy tiện hoặc ít nhất là bất công; nhưng những lập luận này không liên quan ở đây. Tôi sẽ đơn giản cho rằng chúng ta phải thực hiện một sự phân chia điều gì mà chúng ta có thể thỏa thuận tất cả, và cho rằng những thuật ngữ logic nguyên thủy bao gồm những cái mà một công thức chuẩn của phép tính đã được xác định. Tôi cũng sẽ cho rằng tất cả những lý thuyết sử dụng những thuật ngữ logic nguyên thủy, những khẳng định và những quy tắc giống nhau vì nếu làm khác thì thảo luận phức tạp một cách vô ích. Tuy nhiên, sẽ rất cần thiết để trở lại một cách phù hợp sự phân biệt giữa logic và vật chất trong thảo luận về triết học Aristotle.

Tôi cũng sẽ không có gì để nói nhiều hơn về khái niệm của quy tắc vật chất nguyên thủy cho đến khi tôi nói đến Euclid trong tiết tiếp theo sau, vì một trong những đặc điểm làm đơn giản những quy định chuẩn của logic là thực hiện những vai trò vật chất không cần thiết. Vì thế, ví dụ, các quy định chuẩn của logic sẽ cho phép người ta suy ra A là tương đẳng với B, từ "A tương đẳng với C" - "B tương đẳng với C", và sự khẳng định vật chất "Nếu A và B tương đẳng với C, thì A tương đẳng với B". Do đó, ví dụ của một quy tắc vật chất đã quy định đúng có thể được thay thế bằng sự khẳng định này như một điểm khởi đầu. Vì vậy, chúng ta có thể cho là những nguyên tắc vật chất thiếu một lý thuyết đặc thù.

Tôi cũng sẽ cho là những quy tắc logic nguyên thủy của chúng ta và những khẳng định vật chất nguyên thủy của chúng ta là rất nhỏ bé theo cái nghĩa mà chúng ta đã không thể chứng minh được tập hợp giống nhau của những khẳng định sử dụng một tập hợp phụ thích hợp của những điểm khởi đầu.

Và cũng như tôi sẽ cho là tập hợp những thuật ngữ vật chất nguyên thủy là rất nhỏ bé mặc dù diễn đạt một cách

xác định cái có ý nghĩa quá phức tạp để xứng đáng thời giờ là cái gì ⁽³⁾. Ý tưởng phác thảo là những khẳng định lý thuyết có thể chứng minh không bao gồm một “định nghĩa” của bất kỳ cái gì thuộc thuật ngữ vật chất nguyên thủy về lý thuyết, điển hình như, một sự khẳng định làm cho người ta có khả năng để chuyển dịch mọi sự khẳng định P của lý thuyết trở thành một khẳng định P' không chứa đựng một thuật ngữ nguyên thủy t và P đó có thể chứng minh được, nếu và chỉ nếu P có thể chứng minh được. Tôi thực hiện một giả định tương tự đối với các thuật ngữ logic nguyên thủy, nhưng chỉ vì có thể tôi nói lên một cách phù hợp như sau:

Tôi gọi một lý thuyết những điểm khởi đầu là tiểu số, tiểu số. Sau đó, trừ phi tôi sử dụng từ hạn định “logic”, những thuật ngữ phải được hiểu là những thuật ngữ vật chất.

Có 2 điểm bổ sung mà tôi muốn thực hiện về những điểm khởi đầu của một lý thuyết. Thứ nhất là một lý thuyết chuẩn có thể không có những khẳng định logic, mà không thể đạt được bởi không có ít nhất một quy tắc logic. Tuy nhiên, cái đó thuộc về ý nghĩa nào đó, ít nhất về lịch sử, là ý nghĩa nào đó, có một sự khẳng định logic phù hợp với bất cứ quy tắc nào, một nguyên tắc nào đó thúc đẩy nói lên sự thừa nhận thực hiện bởi người sử dụng quy tắc. Người ta có thể nghĩ là quy luật không mâu thuẫn như một sự biểu lộ quy tắc thu nhỏ (*reducio*) và của sự khẳng định “Nếu cả P và nếu P, rồi P, rồi Q rồi Q'” như một sự biểu lộ của *modus ponens*. Tuy nhiên, điểm triết học quan trọng hơn là điểm, ngay cả nếu có thể thay thế bất cứ quy tắc logic riêng biệt nào bằng một mệnh đề logic, không lý lẽ nào có thể tiến hành mà không phải có những quy tắc nào đó. Nói chung, xoay trước xoay sau

⁽³⁾ Xuyên qua toàn bộ loại thiếu thảo luận này, tôi vượt qua tất cả những hình thức sự phức tạp mắc mứu trong việc xử lý ý nghĩa bởi vì nói lên chúng vào sự tính toán mong muốn không tác động những kết quả mà tôi xử lý.

giữa những quy tắc và sự diễn đạt mệnh đề của chúng làm khó hiểu các vấn đề và dường như tốt nhất là hình dung rằng sự phân biệt giữa hai vấn đề được ổn định đối với bất cứ lý thuyết cá biệt nào.

Điểm bổ sung thứ hai liên quan đến những định nghĩa. Theo những thảo luận hiện đại định nghĩa không được xem như những điểm khởi đầu. Các định nghĩa đơn giản là các tóm tắt của những diễn đạt phức tạp được đưa ra để thực hiện những sự khẳng định phức tạp giúp cho chúng ta dễ hiểu hơn, ví như cho phép chúng ta nói “28 là hoàn chỉnh” hơn là nói “28 là tổng số của tất cả các thừa số của nó nhỏ hơn nó, kể cả 1”. Chỉ có những thuật ngữ là những điểm khởi đầu là những thuật ngữ nguyên thủy.

Tuy nhiên, Aristotle dường như cho rằng những định nghĩa là những điểm khởi đầu, và những định nghĩa là loại điểm khởi đầu phổ biến nhất trong tác phẩm *Elements*.

Có lẽ, cách đơn giản nhất để điều tiết sự không thống nhất này là bổ sung cho những điểm khởi đầu của một lý thuyết tiểu số, một tập hợp của các thuật ngữ xác định và một tập hợp các định nghĩa, nơi mà vì tính đơn giản người ta cho rằng định nghĩa một thuật ngữ xác định chỉ bao gồm những từ ngữ gốc.

Vì tôi muốn sử dụng từ ngữ “định nghĩa” trong thảo luận của tôi về các tác giả Hy Lạp, nên tôi sẽ gọi lại những thuật ngữ xác định không phải là từ gốc và những định nghĩa tóm tắt rút gọn. Phớt lờ những thuật ngữ logic, chúng ta có thể nói rằng là những điểm khởi đầu của một lý thuyết tiểu số với những rút gọn bao gồm như sau:

- Thành phần vật chất:

Thuật ngữ nguyên thủy

Thuật ngữ không nguyên thủy

Các khẳng định vật chất nguyên thủy

Các sự rút gọn

- Thành phần Logic (đồng nhất hóa toàn bộ các lý thuyết)...

Các khẳng định logic nguyên thủy (có thể rỗng)

Các quy tắc logic nguyên thủy.

1. Tác phẩm *Elements* của Euclid:

Elements của Euclid phân bố như sau:

a. Tập 1-4 - Hình học phẳng

b. Tập 5 - Lý thuyết Tỷ lệ thức

c. Tập 6 - Hình học phẳng, lý thuyết Tỷ lệ thức bao hàm

d. Tập 7-8 - Lý thuyết số

e. Tập 10 - Lý thuyết tỷ lệ thức bao hàm hình học phẳng và lý thuyết Số.

f. Tập 10-13 - Hình học phẳng bao hàm hình học lập thể, lý thuyết Tỷ lệ thức và lý thuyết Số (thông qua tập 10).

Tôi lập công thức mô tả để nhấn mạnh ý nghĩa trong sách *Elements* xây dựng trên những lý thuyết phát triển trước đây, thậm chí rõ ràng Euclid phát triển những lý thuyết xa hơn nhiều đối với những áp dụng chúng xảy ra sau, theo yêu cầu⁽⁴⁾.

Tuy nhiên, dù sự xây dựng này cũng là trường hợp mà những lý thuyết mới được giới thiệu trong các tập 5, 7 và 11,

⁽⁴⁾ Chỉ trường hợp có thể xây dựng mà tôi không kể đến tỷ lệ thức lý thuyết xem là được sử dụng trong số lý thuyết. Tôi đã bỏ sót lý thuyết này vì tôi tin tưởng Euclid diễn đạt trong quyển 5 như một lý thuyết tỷ lệ thức hình học, đã loại thiếu một lý thuyết của những tỷ lệ thức cho những số trong quyển 7, và từ đó đã nắm được đối với những sự tương quan ban cấp giữa 2 lý thuyết trong quyển 10. Tuy nhiên, không có gì tôi nói lên nơi đây là được thay đổi bởi giả sử là số lý thuyết của Euclid hàm ý tỷ lệ thức lý thuyết của quyển 5. Đối với lý thuyết này và những sự yêu cầu khác về những yếu tố phân tử, xin xem Mueller 1981.

có nghĩa là muốn nói đến những lý thuyết với những thuật ngữ vật chất nguyên thủy và những khẳng định không được sử dụng trước đây. Hiển nhiên tôi xem xét từ một bối cảnh hiện đại; và tôi muốn nói rằng nếu chúng ta được phép giới thiệu tác phẩm *Elements* như một lý thuyết hình thức phù hợp chặt chẽ như lý thuyết gốc thì chúng ta phải mạnh dạn giới thiệu những từ ngữ gốc mới theo các điểm đó. Tuy nhiên, nếu chúng ta xem *Elements*, mặc dù chúng ta tìm thấy ở phần đầu tập 1 những định nghĩa, các định đề và những khái niệm chung - các định đề phù hợp theo trình tự với những khẳng định vật chất nguyên thủy hoặc những khẳng định logic nguyên thủy thì ở phần đầu của những tập sách còn lại, chúng ta chỉ tìm thấy những định nghĩa. Tôi tin rằng có hai suy luận liên quan mà chúng ta có thể rút ra từ đây:

(1) Euclid đã không tin là lý thuyết Tỷ lệ thức, lý thuyết Số, hoặc Hình học lập thể đòi hỏi các định đề riêng của nó;

(2) Vào cuối thế kỷ thứ 4 trước CN, đã không có những bài giới thiệu chấp nhận được về các lý thuyết này bao gồm những định đề, và hầu như chắc chắn là không có những bài giới thiệu như thế, có lẽ vì không có nhà toán học nào thừa nhận nhu cầu của chúng. Một suy luận bổ sung mà tôi rút ra là ý tưởng của những bài giới thiệu như thế của bất cứ lý thuyết toán học nào tương đối mới vào thời của Euclid, điển hình như đã không đứng trước tính chín chắn của Plato. Tôi tin chúng có cho biết là chính Euclid chịu trách nhiệm đối với các định đề, song vào bất cứ lúc nào tôi chỉ cho rằng ngay cả nếu các định đề được đề lùi ngày tháng tức là lùi trở lại ngày tháng của tác phẩm *Republic* của Plato, thì các định đề ấy vẫn được coi như là ngoại lệ hơn là quy tắc vào thời của Euclid.

Tôi cho rằng quy tắc trong tác phẩm *Elements* là một lý thuyết đầu tiên trong lịch sử toán học Hy Lạp, những điểm khởi đầu rõ ràng nhất của nó là những định nghĩa. Phần chủ yếu nhất của những định nghĩa này cũng là các giải thích, có

lẽ gạn lọc ý nghĩa của một thuật ngữ cho độc giả, mà không đóng vai trò hình thức trong lập luận theo sau, hoặc những tóm lược theo bút pháp hiện đại. Các ví dụ ở phần trước là “Một điểm, là cái không có phần” và “Một đơn vị là công dụng của mỗi một vật gì được gọi là duy nhất”; một ví dụ của phần sau là “Một góc tù là một góc lớn hơn một góc vuông”. Thỉnh thoảng, một khẳng định theo cách của nó lên vào một định nghĩa như khi Euclid bổ sung vào định nghĩa đường kính của một hình tròn là đường cắt đôi hình tròn; nhưng những ngoại lệ này có thể, tôi nghĩ, không được để ý đến như những biểu lộ của những gì mà Euclid nghĩ là ông đang làm; và trong bất cứ trường hợp nào, những khẳng định làm xuất hiện sau tập 1 trong tác phẩm *Elements* đến không có nơi nào khép kín để vượt qua sự thiếu vắng các định đề. Trong thực hành của Euclid các thuật ngữ được giải thích như vai trò của những thuật ngữ nguyên thủy trong những lý thuyết hiện đại, nhưng, ngoại trừ, trong thực hành của ông, Euclid không chứng minh ý nghĩa phân biệt giữa những tóm lược, mà có thể đóng một vai trò tranh luận và những giải thích không hiểu được hoặc hiểu được một cách khó khăn. Hơn nữa, việc so sánh những thuật ngữ nguyên thủy rất bị giới hạn, vì theo một bài giới thiệu hiện đại, người ta mong muốn tất cả và chỉ những thuật ngữ nguyên thủy xảy ra trong số những thuật ngữ vật chất của những khẳng định nguyên thủy theo hình thức không thể rút gọn của chúng, ngược lại trong tập 1 Euclid không tính đến (thậm chí hàm ý) tất cả những thuật ngữ được giải thích trong những định đề và trong những khái niệm chung, và Euclid sử dụng quá nhiều thuật ngữ hơn bất cứ ai về khái niệm nào đó của phương pháp tiên đề hiện đại có thể hy vọng có khả năng mô tả đặc điểm một cách thỏa đáng trong 5 mệnh đề. Ấn tượng người ta có được từ sự hiểu biết tổng quát tác phẩm *Elements* là khái niệm thực hành cơ bản của một điểm khởi đầu vật chất là một định nghĩa. Người ta định nghĩa những sự việc mà người ta sẽ bàn đến

để đảm bảo cho người khác hiểu cái gì người ta đang thảo luận; một vài định nghĩa này là những rút gọn có thể sử dụng được một cách hình thức; những định nghĩa khác chỉ dùng để giúp độc giả thấu hiểu những gì được bàn đến⁽⁶⁾.

Chúng ta biết rằng câu hỏi của các định đề thích hợp và những khái niệm phổ biến trong tập 1 là một vấn đề của nhiều cuộc thảo luận thời xưa và chúng ta biết rằng bản thảo của sách *Elements* chịu ảnh hưởng của các cuộc thảo luận đó. Chúng ta không chắc danh sách của Euclid bao gồm những gì, nhưng tiến trình có vẻ hợp lý nhất dường như theo Heiberg và Proclus, và chấp nhận như sau:

Định đề

1. Hãy vẽ một đường thẳng từ điểm bất kỳ đến điểm bất kỳ.
2. Kéo dài một đường thẳng giới hạn trong một đường thẳng.
3. Mô tả một vòng tròn với tâm bất kỳ và bán kính bất kỳ.
4. Tất cả các góc vuông đều bằng nhau.
5. Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng tạo thành các góc trong cùng hướng thì nhỏ hơn hai góc vuông. Hai đường thẳng, nếu kéo dài vô tận, cắt một đường thẳng khác cùng hướng đó, thì những góc trong đó nhỏ hơn hai góc vuông.

Những khái niệm chung

1. Các vật bằng với vật tương tự thì cũng bằng với nhau.
2. Nếu những vật bằng nhau cộng với những vật bằng nhau thì bằng tổng số.
3. Nếu những vật bằng nhau trừ đi những vật bằng nhau thì bằng hiệu số.
4. Những vật trùng khớp lẫn nhau thì bằng với nhau.

⁽⁶⁾ Đối với thảo luận chi tiết của vài tài liệu trong đoạn văn này, xin xem Tạp chí Fritz 1971, 383-414.

5. Tổng số thì lớn hơn phần tử.

Việc đầu tiên, tôi muốn vạch ra là các định đề bao gồm cả các khẳng định lẫn các quy tắc. Phù hợp với phép chia này không chỉ là sự phân biệt giữa các định lý và các bài toán, các bài toán là cái mà chúng ta cần đến các cách giải, nhưng cũng phân biệt giữa phần lý luận của một chứng minh (ἀπόδειξις trong thuật ngữ học của Proclus) và cách giải (κατασκευή). Lập luận hình học của Euclid được cấu trúc rất cao theo cách này; và tôi thấy không có lý do gì để ngờ vực môn hình học Hy Lạp luôn luôn được cấu trúc rất cao. Tuy nhiên, ngay cả khi khía cạnh lý luận hình học này được công nhận, có một khuynh hướng là tập trung những khẳng định và những chứng minh hơn những quy tắc và cấu trúc và đặc biệt để nói lên hình học như một vấn đề của những khẳng định chứng minh từ những khẳng định giả sử. Khuynh hướng này có thể trình bày một thành kiến triết học, nhưng, ít nhất vì Aristotle cho là lập luận có tiêu điểm chuẩn về các qui trình bằng các khẳng định nào biến đổi thành các khẳng định khác và không tiêu điểm chuẩn về các qui trình bằng các cách giải nào tạo nên các cách giải khác. Aristotle không thừa nhận phép dựng hình nguyên thủy mặc dù chứng minh một cách tỉ mỉ như những điểm khởi đầu của hình học, sự thật là không tìm thấy các phép dựng hình nguyên thủy trong các bài giới thiệu về hình học ảnh hưởng đến ông. Vì dường như cũng có lẽ đúng là các định đề khẳng định 4 và 5 không sớm hơn của 3 định đề khẳng định khác, có lý do nào đó để cho là không có gì giống như các định đề của Euclid đã được biết trước thời Aristotle (đối chiếu Heath 1956, i 202).⁽⁶⁾ Đây là một điểm mà tôi sẽ tiếp tục ở phần cuối thảo luận của tôi về Aristotle.

Các khái niệm phổ biến hình như có những khẳng định liên quan đến lập luận về định lượng. Mỗi định lượng

⁽⁶⁾ Định đề thứ 4 khó giải thích nhất, Heath[1956, i201] biện hộ cho sự liên kết mệnh đề thứ 5, nhưng xem Mueller 1981, 29-30.

đã có thể biến đổi thành một quy tắc cho lập luận như thế, ví dụ khái niệm phổ biến (5): cho phép người ta đi từ “a là thành phần của b” đến “b lớn hơn a”. Tính công thức hóa của Euclid đối với chúng như những khẳng định, có lẽ là một phản ánh khác của khuynh hướng để xét đến những quy tắc khi căn cứ vào các khẳng định. Trong bất cứ trường hợp nào, danh sách của Euclid hoàn toàn không tương xứng theo lập luận định lượng mà thực sự Euclid áp dụng; và là không tương ứng một cách đầy đủ khiến tôi tin tưởng là Euclid không có ý muốn công thức hóa một bảng kê/danh sách đầy đủ, mà là để dùng những nguyên lý nổi bật nhất. Có lẽ, vấn đề được quan tâm nhiều hơn cả là Euclid xét đến những khái niệm phổ biến hoặc là logic hoặc là vật chất. Từ quan điểm logic đã được khẳng định là chuẩn, không có vấn đề những khái niệm phổ biến là vật thể; nhưng tôi biết rõ không có lập luận làm thỏa mãn đầy đủ đối với việc phủ nhận lập luận về sự ngang bằng, phép cộng, phép trừ và sự tương hợp, những thành phần và tổng số, vị trí của lập luận logic. Ở đây, như trong trường hợp của lý thuyết tập hợp, phép chia giữa logic và phi logic có thể tùy ý. Tuy nhiên, trong trường hợp của Euclid, vấn đề có thể được thanh lọc bằng cách yêu cầu và chẳng Euclid có một khái niệm về các quy tắc lập luận phù hợp với sự tính toán khẳng định của chúng ta. (hoặc tam đoạn luận của Aristotle). Để rõ ràng dứt khoát hơn chúng ta biết rằng Euclid tuân theo các quy tắc như thế và chúng ta biết rằng Euclid không cố gắng để công thức hóa các quy tắc. Nên chẳng, chúng ta cho rằng thiếu một cố gắng như thế phản ánh thiếu tự ý thức về những quy tắc này, và, vì thế, ít nhất phải có lòng tin ngấm ngấm mà các nguyên lý định lượng là nguyên tắc hạn chế nhất để đi đến những nguyên lý logic? Hoặc nên chẳng chúng ta, giả định rằng Euclid đã nhận thức việc sử dụng các nguyên lý logic, nhưng đã không xem xét chúng là mối quan tâm của ông? Đề tài

không cho phép chúng ta quyết định giữa những sự lựa chọn này và khoảng rộng yểm trợ cho cái đầu tiên⁽⁷⁾.

Tôi kết thúc tiết này với một tóm tắt. Những điểm khởi đầu rõ ràng trong tác phẩm *Elements* là những định nghĩa, những định đề và những khái niệm phổ biến. Theo những định nghĩa này hoặc là phù hợp với những tóm tắt hoặc là chúng là cái gì tôi nhắc đến những giải thích. Trong suy nghĩ về những điểm khởi đầu trong tác phẩm *Elements* và, vì thế, trong suy nghĩ về chúng trong toán học Hy Lạp, chúng ta nên suy nghĩ sơ khởi về những định nghĩa này, mặc dù các giải thích không chính thức đóng vai trò trong những lý thuyết và những tóm tắt hiện đại là những điểm khởi đầu chỉ do ưu đãi. Trong tập 1, Euclid bổ sung những định nghĩa đầu tiên cho các định đề hình học phẳng và những khái niệm phổ biến. Các định đề phù hợp với các quy tắc và những khẳng định vật chất sơ khởi. Các khái niệm phổ biến là các sự thật tổng quát về số lượng hầu hết đã được dự tính một cách chần chừ để áp dụng cho các môn số học cũng như các môn hình học. Những khẳng định này có thể đã trở thành những quy tắc mặc dù không làm biến đổi đặc tính của tác phẩm *Elements*. Những vấn đề hoặc chúng là những điểm khởi đầu logic hoặc chúng là những điểm khởi đầu vật chất và hoặc chúng là những nguyên lý lập luận tổng quát nhất được Euclid thừa nhận mà không chứa đựng một câu trả lời rõ ràng. Chắc chắn, Euclid sử dụng những nguyên lý logic tổng quát, đúng như ông sử dụng những quy tắc và những khẳng định định lượng và vật chất nguyên thủy mà Euclid đã không thực hiện dứt khoát. Nhưng bằng việc sử dụng các nguyên lý như thế không tạo nên việc thừa nhận chúng. Từ đó, theo sau là danh sách/bảng kê của tôi về những điểm khởi đầu nhận thức được trong tác phẩm *Elements*: các giải

⁽⁷⁾ Điều đó có nghĩa là sự vắng mặt của một sự phân biệt theo một tác giả là *Prima facie* (nhưng chỉ là *Prima facie*) chứng cứ mà tác giả đã không thực hiện được nó.

thích, các tóm tắt, các quy tắc vật chất, các khẳng định vật chất, các khẳng định định lượng.

2. Aristotle:

Những điểm khởi đầu toán học theo khái niệm của Aristotle đã được các nhà sử gia về toán học, và các sử gia về triết học thảo luận nhiều. Đại khái, những đoạn văn chủ yếu đã được xem xét quá kỹ, nhưng dường như nổi lên sự không nhất trí về một sự giải thích tổng quát về chúng. Trong tiết này tôi sẽ xem xét tỉ mỉ những đoạn văn theo trình tự làm cho tiện lợi cái gì tôi nghĩ là thể hiện đúng của chúng. Tôi tin tưởng có thể tìm thấy một sự gắn bó liên quan và một tầm nhìn giống nhau về những điểm khởi đầu toán học trong Aristotle và các tính toán chuẩn đó của mối quan hệ giữa tầm nhìn này và thực tiễn toán học Hy Lạp không được biện hộ. Rất tiếc, nội dung của những đoạn văn liên quan chồng chéo và đi trệch những cách mà cần phải thảo luận một sự biến đổi của những chủ đề từng phần cho đến, nếu tất cả vượt qua tốt, một hình ảnh toàn bộ nổi lên.

Khi Aristotle đề ra trong *An.post* i 7 để đưa ra điều nào đó không thể chứng minh bằng cách áp dụng một chứng minh của loại này cho loại khác, Aristotle tuyên bố rằng có ba việc bao hàm trong các chứng minh:

“Thứ nhất là chứng minh cái gì kết luận (đây là một vấn đề thuộc loại nào đó tự bản thân nó...), thứ hai là các tiên đề (các tiên đề từ đó), và thứ ba là loại chủ đề, các sở hữu và tự bản thân nó quy cho cái nào được thực hiện rõ ràng bằng chứng minh”.⁽⁶⁾ (*An.post.*75a39-b2)

⁽⁶⁾ Các bản dịch của tôi luôn luôn không theo nghĩa đen. Các bản dịch chỉ định để làm cho thuận lợi bản tranh luận của tôi, nhưng chỉ bằng cách thừa nhận cái gì tôi suy luận liên quan đến những bản tường thuật không gây ra tranh luận.

Tôi sẽ tham khảo đến bộ ba này như những yếu tố của khoa học suy diễn và tôi sẽ cố gắng nêu ra một cách hợp lý cái quan điểm mà những yếu tố này cũng trình bày theo khái niệm cơ bản của Aristotle về những điểm khởi đầu của một ngành khoa học. Aristotle đưa ra những bản giải thích khác về bộ ba trong những chỗ khác.⁽⁹⁾ Ví dụ, trong *An.post.* i 10 Aristotle viết:

“Mọi ngành khoa học chứng minh liên quan đến 3 điều: những điều đưa ra một giả thuyết (các điều này tạo thành loại mà những sở hữu tự bản thân nghiên cứu về nó...) cái gọi là những tiên đề phổ biến mà nhờ đó chứng minh các điều đầu tiên và thứ ba, các thuộc tính mà thừa nhận nó thì mỗi điều biểu hiện gì”. [*An.post.* 76b 11-16]

Sau một phần phụ lục ngắn gọn mà trong đó Aristotle vạch ra rằng thỉnh thoảng người này hoặc người khác của những điều này không đề ra một giả thuyết dứt khoát, Aristotle nhấn mạnh rằng phù hợp với tự nhiên có 3 điều - điều mà người ta chứng minh, những điều mà trong người ta chứng minh và những điều một mà từ đó người ta, sự kiện chứng minh: (περ ὅ τε δείκνυσι καὶ ἀδείκνυσι ἐξων) ⁽¹⁰⁾. Trong *Meta B2* Aristotle viết:

“Nếu có một ngành khoa học chứng minh của chúng, ở đó sẽ có loại chủ đề nào đó và vài nguyên lý sẽ phải là các sở hữu, và các tiên đề nào đó...; đối với sự cần thiết để chứng minh là từ những điều nào đó, về điều nào đó và của những điều nào đó” (*Meta.* 997a5-9).

⁽⁹⁾ Trong bổ sung cho đoạn văn trích dẫn trong đề tài, nói chung theo sau một đề tài là tư duy để diễn tả học thuyết giống nhau.

⁽¹⁰⁾ Xin cũng xem *An Post* 77a27-29. Tôi gọi chung những sự kiện toàn thể các ngành khoa học sử dụng theo ý nghĩa chứng minh từ chúng, nhưng không phải về cái mà chúng trình bày các sự kiện hoặc sự kiện chúng trình bày.

Trên cơ sở của những đoạn văn này và các đoạn văn khác dường như với tôi hợp lý để cho là đối với Aristotle các yếu tố của một ngành khoa học chứng minh là những tiên đề phổ biến, các loại chủ đề, và các sở hữu được kết hợp với các loại. Nhưng có vài điều để báo trước về sự biểu thị đặc điểm của Aristotle. Trước tiên, những tiên đề được nghĩ đến như tiên đề chứng minh khoa học, những điều mà từ đó người ta chứng minh⁽¹⁾. Nhưng các loại và các sở hữu rõ ràng không tư duy theo cách này. Thứ hai, Aristotle có thể đề cập đến loại theo số ít hoặc theo số nhiều, nhưng có thể đoán chừng khi Aristotle đề cập đến một giả thuyết sự tồn tại của các loại, có nghĩa là Aristotle đưa ra một giả thuyết sự hiện hữu của loại là ông muốn nói việc đưa ra giả thuyết sự hiện hữu của các điều trong các loại. Tuy nhiên, quan trọng để nhận ra rằng ngay cả nếu Aristotle có nhớ việc đưa ra một giả thuyết rằng số hoặc các số hiện hữu thì Aristotle không có vẻ nghĩ đến việc đưa ra giả thuyết như một tiên đề của lập luận toán học. Theo ý nghĩa này, không có vấn đề liệu người ta đề cập đến việc đưa ra giả thuyết của các loại hoặc đưa ra giả thuyết về sự hiện hữu của nó. Tương tự, dường như để thực hiện không khác đối với Aristotle, liệu người ta đề cập đến yếu tố thứ ba theo khoa học chứng minh như những kết luận hoặc những sở hữu đã chứng minh trong những kết luận để giữ lấy các chủ thể trong các loại, nhưng việc làm thành công thức mới đây thì khá tiêu biểu. Sau hết, Aristotle đề cập đến việc thừa nhận các sở hữu nào có ý nghĩa, và dấu cho hầu hết sở hữu này chắc chắn liên quan đến các định nghĩa, các định nghĩa

⁽¹⁾ Tôi nhấn mạnh là đối với Aristotle các nguyên lý phổ biến là những khẳng định (πράξεις), các điều mà từ các chứng minh, các tiên đề và không phải là các quy tắc. Ross (1949-531) nhấn mạnh trên 2 đoạn văn, *An Post.* 76b9-11 và 88b-3, trong đó Aristotle tiếp tục chung minh qua (dấu) những điều phổ biến; nhưng tôi đồng ý với Barnes (1975a, 135) rằng không có ý nghĩa to lớn nào sẽ được gán cho giới từ này.

đến lượt nó có vẻ không rõ ràng như những tiền đề của lập luận. Hình ảnh này người ta đạt được của một ngành khoa học, là cái chứng minh những sở hữu của chủ thể trong một loại từ các tiên đề phổ biến. Để làm điều đó, phải đạt được đối với sự tồn tại của các chủ thể và những biểu hiện của các sở hữu. Có nhiều vấn đề trong hình ảnh này bao gồm những câu hỏi về tính vững chắc của nó với các điều khác theo Aristotle phát biểu. Tôi sẽ cố gắng để bàn về những vấn đề này chỉ sau khi tôi đã cố gắng làm rõ hình ảnh.

a. Các tiên đề phổ biến:

"Vi nhà toán học cũng sử dụng các điều phổ biến nhưng đã loại bỏ môn khoa học riêng của anh ta, cũng thuộc về việc của triết học sơ kỳ để điều tra nghiên cứu những nguyên lý của toán học. Về vấn đề đó khi nào những vật bằng nhau được làm ra từ những những vật bằng nhau thì kết quả là bằng nhau, là chung với tất cả các số lượng, nhưng toán học nghiên cứu một phần nào đó của lãnh vực các tiên đề theo sự cách ly, điển hình như nghiên cứu các đường thẳng hoặc các góc hoặc các số hoặc vài số lượng khác"... (Meta 1061b 17-24).

Ở đây, rõ ràng Aristotle đề cập đến một tiên đề hoặc nguyên lý phổ biến của toán học như chúng ta biết ở khái niệm phổ biến 3 trong tác phẩm *Elements*. Tuy nhiên, trong đoạn song song trong phần đầu của *Meta*. Γ3 ông chỉ tham khảo "Các tiên đề trong toán học được gọi là gì", không phải cho bất cứ các ví dụ nào, và Aristotle nhấn mạnh ý tưởng rằng những tiên đề này là đúng đối với tất cả các sự kiện và được sử dụng bằng toàn bộ lập luận. Sự truyền đặc tính này rõ ràng phù hợp nhiều hơn với văn cảnh trong đó Aristotle quan tâm đến các giải thích về quy luật logic cơ bản mà chúng ta gọi là không mâu thuẫn và trung điểm loại trừ, một điểm được đưa ra một cách rõ ràng trong 2 giải trình *anopia* của được viết trong cả 2 đoạn văn:

“Hoặc là về khoa học (triết học đầu tiên), là chỉ để xem xét các nguyên lý đầu tiên của vật chất hoặc là cũng giải quyết những nguyên lý mà mọi người căn cứ vào đó để chứng minh, nghĩa là dù bất cứ thế nào có thể đồng thời xác nhận và phủ nhận một điều và điều tương tự và các điều khác cùng loại này” (Meta. 995b26-31).

Và:

“Đó là một câu hỏi mở ra hoặc là nó thuộc một ngành khoa học hoặc thuộc vài ngành khoa học để giải quyết những nguyên lý chứng minh. Bằng những nguyên lý chứng minh, tôi muốn nói các quan điểm phổ biến mà người ta căn cứ vào đó để chứng minh các điều, nghĩa là cần xác định hoặc phủ nhận mỗi điều, và không thể xác định hoặc phủ nhận điều nào đó, đồng thời được hay không và tất cả các điều khác khẳng định như thế”. (Meta 006b26-31)

Người ta thấy từ những đoạn văn này mà Aristotle tính trong số các nguyên lý phổ biến của các ngành khoa học riêng biệt những trường hợp cá biệt rõ ràng đối với những gì mà chúng ta mong muốn gọi là những khẳng định logic và những khái niệm phổ biến trong tác phẩm *Elements* của Euclid, mà tôi đã gọi là những khẳng định định lượng để tránh phải ổn định sự ban hành hoặc chúng là logic hoặc là vật chất. Có thể Aristotle công nhận sự phân biệt nào đó giữa hai loại này của khẳng định phổ biến, vì ông hiếm khi đề cập cả hai loại với nhau⁽¹²⁾. Tuy nhiên, ông nói về hai loại chủ yếu theo phương pháp giống nhau, để một đoạn văn (An. Post.

⁽¹²⁾ Trong các An.post i. 10 76a41, 76b20-21 Aristotle đề cập “từ các căn đối đến các căn đối” như là một sự kiện chung, nhưng không bao giờ cho một ví dụ logic của một tiên đề trong chương đó tại 88a36-b1, Aristotle trích dẫn quy luật của trung điểm riêng biệt như một nguyên lý chung.

77a26-31) trong đó Aristotle đề cập đến cả hai như những sự việc chung có thể đạt được như chứng cứ hoàn toàn phù hợp mà Aristotle không phân biệt chúng.⁽¹³⁾

b. Các đoạn văn còn mơ hồ trong tác phẩm *Posterior Analytics*.

Trong bản dịch và chú thích tác phẩm *Posterior Analytics*, Barnes [1975a, 136] cung cấp một danh sách về “các phân loại khác nhau của các nguyên tố theo khoa học chứng minh” căn cứ theo Aristotle, và cho rằng “chính bản thân Aristotle không thử thực hiện để kết hợp chúng”. Tôi tin rằng người ta có thể tạo nên ý thức tốt hợp lý đối với toàn bộ các phân loại này bằng những thuật ngữ của loại bộ ba, các sở hữu, những tiên đề phổ biến và trong tiết I này, tôi cố gắng thực hiện như thế.⁽¹⁴⁾

⁽¹³⁾ Theophrastus rõ ràng đã phân biệt chúng. Đối với Themistius (Trong 7.3-5) *An.post.* kể lại cho chúng ta là Aristotle định nghĩa những tiên đề như những quan điểm chắc chắn, vài sự kiện liên quan của phạm trù tương tự, điển hình như từ “những căn đối đến những căn đối” một vài liên quan hoàn toàn với mọi việc, điển hình như quy luật của trung điểm riêng biệt.

⁽¹⁴⁾ Tôi không bàn đến 2 đoạn văn sau cùng của *An.post.* I 10 (76b23-77a4). Trong đoạn văn đầu tiên Aristotle phân biệt các mệnh đề được tin tưởng, những giả thuyết, những mệnh đề mà thấy đưa ra không chứng minh và trò phải chấp nhận, và những định đề mà thấy đưa ra và trò không chấp thuận. Sự phạm trù hóa này dường như hoàn toàn độc lập với tất cả các vấn đề khác, (Xem Von Frits 1971, 365-366. Tôi ghi chú rằng không có các đoạn văn khác được liệt kê theo chỉ tiêu của Bonitz mà giúp làm rõ khả năng giác quan khoa học hoặc logic mà Aristotle gán vào từ ngữ “Định đề”, mặc dù chương 20 của tác phẩm *Rehetorica ad Alexandrum* bàn về những định đề tu từ).

- Trong đoạn văn khác, Aristotle phân biệt ôpoi từ những giả thuyết. Nói chung tôi cho những giả thuyết là những tiên đề (ὅσων ὀντων τῶ ἐκείνα εἰναι γινεται τὸ σμυμπέρσ), nhưng tôi không chắc chắn liệu một ôpos là một định nghĩa hay là một thuật ngữ. Tôi không có khuynh hướng cho nó là một định nghĩa, mặc dù khuynh hướng này không đóng vai trò gì. Xem Mignucci 1975, ad loc. hoặc Landor 1981. Vì cái điểm mà Aristotle là một ôpos không phải là một khẳng định, lấy ôpoi là những định nghĩa thêm phần ủng hộ cho giải thích toàn bộ của tôi; nhưng tôi không thấy bất cứ cách nào đóng vai khả năng mà ôpoi ở đây là những thuật ngữ và điểm quan hệ bình thường của Aristotle.

Ở đầu sách *An.post* i 10, Aristotle tuyên bố:

“Tôi cho các nguyên lý theo mỗi loại của những sự việc nào không thể chứng minh để hiện hữu. Do đó, các sự việc đầu tiên nào (nghĩa là những nguyên lý) và các sự kiện bao gồm chúng được thừa nhận; mặt khác, cần thiết thừa nhận rằng những nguyên lý hiện hữu, nhưng để chứng minh là các sự kiện khác hiện hữu (nghĩa là như những sự việc bao gồm các sự việc đầu tiên). Ví dụ, chúng ta giả sử đơn tử hoặc đường thẳng và tam giác hiển thị gì; và chúng ta giả sử rằng đơn tử và đại lượng hiện hữu, song chúng ta cho rằng những cái khác hiện hữu”. (*An.post.* 76a31-36)⁽¹⁵⁾

Ở đây, Aristotle làm ngược hẳn các nguyên lý theo một loại với những sự việc bao gồm cả chúng cho đơn tử và đại lượng như những ví dụ của các nguyên lý, còn đoạn thẳng và tam giác như những ví dụ của các hợp tử. Sự tương phản giữa đơn tử và đại lượng biểu hiện sự tương phản giữa số học và hình học và dường như hợp lý để thừa nhận rằng chúng biểu hiện loại của 2 ngành khoa học. Các đoạn văn khác gợi ý rằng đại lượng là một đại diện cho điểm, đường thẳng, mặt phẳng, và hình khối, mặc dù Aristotle thường sử dụng như những minh họa, mà chỉ minh họa điểm hoặc đường thẳng còn hơn tất cả cả bốn đại lượng. Một cách tương tự, thỉnh thoảng Aristotle đề cập đến con số còn hơn là đơn tử như loại số học, như ông viết đoạn văn cùng chương sách đã trích dẫn ở trên. Sự kiện mà Aristotle đề cập ở đây về việc đưa ra một giả thuyết cho cả hai nguyên lý này tồn tại và các nguyên lý biểu hiện gì sẽ phải được thấy như một sự khuyếch đại của những đoạn văn mà trong đó Aristotle chỉ đề cập đến loại giả

⁽¹⁵⁾ Đoạn này phải được so sánh với một đoạn khác còn mờ mờ hơn trong *An.post.* 87a38-40, mà các ghi chú của Barnes (1975a) rất hữu dụng: Khoa học của một loại, điển hình như các sự vật mà gồm từ các sự vật đầu tiên và là các phần hoặc *persepathe* của các sự vật này, là một ngành khoa học.

thuyết đầu tiên trong sự kết nối với các loại. Hiển nhiên, dường như người ta phải hiểu loại nào biểu hiện giống như là nó hiện hữu, nếu người ta phải chứng minh những sự việc về nó; tuy nhiên, đối với Aristotle, giả thuyết về sự hiện hữu được tập hợp một cách duy nhất với các loại và do đó là sự quan tâm cao nhất để đề cập đến sự kết nối với các loại.

Cả tam giác và đoạn thẳng đều là các đề mục hình học, và tôi tin rằng chúng phải được sắp xếp cùng hạng với cái mà tôi gọi là các sở hữu. Dường như tôi không tính toán quá câu nệ đối với giả định này, hoặc là cái mà Aristotle gọi là những hợp tử sự việc này hoặc là cái mà Aristotle đề cập đến việc chứng minh sự hiện hữu của chúng. Trong đoạn văn tiếp theo trong chương 10, ông đề cập đến việc chứng minh sự hiện hữu của các sở hữu. Trong đoạn văn Aristotle có sự phân biệt dứt khoát khác mà thỉnh thoảng ông dẫn chứng trong những thảo luận về những điểm khởi đầu toán học, sự phân biệt giữa hai loại sự việc sử dụng trong các khoa học chứng minh một loại chung, điển hình như “cân đối đến cân đối” và một loại cá biệt, các ví dụ bao gồm trong cả hai định nghĩa (“Một đường thẳng là như thế và như thế và đoạn thẳng là như thế và như thế (An.post. 76a40) và:

“Các sự việc được giả định hiện hữu và liên quan đến cái nào mà khoa học điều tra nghiên cứu tự bản thân các đặc điểm như các đơn tử trong số học, những điểm và những đường thẳng hình học. Về giả định rằng các sự việc tồn tại này và điều mà chúng là như thế và như thế. Nhưng mỗi sở hữu nào mà tự bản thân sở hữu chúng biểu hiện các sự kiện này được giả định, ví như trong số học, số lẻ và số chẵn và số bình phương và số tam thừa biểu thị cái gì và trong hình học, sự cắt nhau và sự kề nhau biểu thị cái gì, nhưng hiện hữu các sự kiện này được chứng minh thông qua các sự việc phổ biến và từ các sự kiện nào sẵn sàng được chứng minh”. (An.post. 76b-3-11).

Khó thấy là bất cứ ý nghĩ nào có thể được gắn bó với khái niệm chứng minh là những sở hữu này hiện hữu khác hơn chứng minh là chúng áp dụng theo các chủ đề của chúng (đối chiếu Ferejohn 1982-1983, 394-395)⁽¹⁶⁾. Do đó, nếu các hợp tử đề cập ở đầu chương 10 được đồng nhất hóa với các sở hữu này chứng tỏ sự hiện hữu của chúng cũng sẽ được chứng minh là chúng áp dụng cho các chủ đề của chúng. Aristotle đề cập đến các sở hữu này như là những hợp tử vì Aristotle nghĩ về chúng như xác định về mặt các thuật ngữ về các đối tượng đơn giản của loại chủ đề. Theo nghĩa này, các sở hữu không phải là các nguyên lý hoặc những điểm khởi đầu vì chúng phụ thuộc vào định nghĩa của chúng về những sự việc khác, thực sự chúng chỉ hiện hữu như là phụ thuộc các sự việc khác.⁽¹⁷⁾ Nhưng chúng hoặc các định nghĩa của chúng là những điểm khởi đầu, mặt khác vì chúng được nhà toán học thừa nhận trong luận chứng của ông. Aristotle có ý định gì qua giả định sự hiện hữu được đưa qua đoạn văn sau trong chương 10, mà phần đầu đoạn văn đã được trích dẫn ở đầu bài viết này. Trong phần không trích dẫn Aristotle đề cập các trường hợp trong đó một ngành khoa học không đảm đương dứt khoát một trong ba yếu tố mà ông đã đồng nhất hóa. Aristotle làm trái ngược với sự thừa nhận cần thiết sự hiện hữu của con số, loại số học và giả định sự hiện hữu của nóng và lạnh là cái mà không cần thiết thực hiện vì sự hiện hữu trong trường

⁽¹⁶⁾ Một sự chứng minh như thế có thể là một phép vẽ hình; ví dụ, phép vẽ hình của Euclid về một tam giác đều như thế trong tập 1 prop. Tôi có thể lập một chứng minh sự tồn tại đối với Aristotle; nhưng không có lý do gốc cho việc phủ định điều mà Aristotle mong muốn chứng minh về tính không thể so sánh được của cạnh và đường chéo của một hình vuông như một chứng minh tồn tại nhưng không thể so sánh được. Tôi biết là không có chứng cứ tốt đối với sự gợi ý lập lại thường xuyên rằng đối với sự hiện hữu của Aristotle trong toán học đã nối kết với việc suy diễn về bất cứ cái gì. (Trích dẫn Barnes 1975a, 92.)

⁽¹⁷⁾ Trích dẫn *Meta* 1077b3-4 (nơi mà Aristotle cho rằng a là ưu tiên trong định nghĩa với b nếu định nghĩa của b gồm có cả định nghĩa của a), 1035b4-14, ở một nơi khác, Aristotle minh họa sự ưu tiên này theo thuật ngữ của điểm với đường và của đường với hình tam giác.

hợp này là hiển nhiên. Đường như rõ ràng liên quan đến tôi, ở đây khái niệm về sự hiện hữu bao hàm không thuộc kỹ thuật mà cũng không thuộc bề sâu.

“Thừa nhận” rằng sự hiện hữu nóng và lạnh là điều mà chúng ta nhắc đến trong các cuộc đàm thoại hằng ngày về thời tiết. Khi nào nhà số học đưa ra giả thuyết là có các con số hoặc các đơn vị, ông ta chỉ một mục cho rằng ông ta đang bàn về việc gì và yêu cầu các vấn đề triết học hoặc bản thể học được đặt riêng ra, thực sự như là hầu hết các vấn đề như thể có thể đặt riêng ra khi nào người ta bàn về về sự nóng hoặc sự lạnh. Chỉ có một người được đào tạo thông thái mới có thể yêu cầu tại sao anh ta sẽ phải tin có các sự việc như thế như là nóng hoặc lạnh. Trong tác phẩm *Republic*, Socrates chỉ định loại câu hỏi có thể hỏi nhà số học.

“Loại con số nào bạn nói đến mà trong đó người ta là như vậy như bạn yêu cầu, mỗi cái ngang bằng với mọi cái khác và không khác một chút nào và không có phần của chính nó?” (Plat, Resp. 526a2-4).

Socrates tiếp tục đề nghị rằng trả lời của nhà số học sẽ làm nổi bật tính cách không nhạy cảm có thể hiểu được của đối tượng của ông, nhưng vị trí của Aristotle có vẻ như là nhà số học sẽ đơn giản khẳng định là ông ta được thừa nhận có các sự việc như thế để ông ta có thể xúc tiến. Đề nghị của tôi là cái gì mà khi Aristotle đề cập đến việc lập giả thuyết sự hiện hữu về loại chủ đề của một ngành khoa học, Socrates ghi nhớ một giác quan bao la của sự hiện hữu chính xác cho mục đích không phải khoa học. Ý tưởng cho rằng một ngành khoa học đơn lẻ giải quyết một loại đơn lẻ là rất quan trọng theo học thuyết của Aristotle, rằng không thể có một ngành khoa học phổ biến đơn lẻ. Nhưng Aristotle đã có được ý tưởng ấy ở đâu? Aristotle không cung cấp bất cứ lập luận nào về điều đó. Và dường như nó độc lập hoàn toàn với Tam đoạn luận, một lý thuyết thuần túy hình thức, mặc dù ý tưởng về

việc chứng minh các sở hữu của một chủ đề chắc chắn liên quan đến khái niệm chủ đề xác định của một sự khẳng định (πρότασις) nhấn mạnh Tam đoạn luận Aristotle. Tôi nghĩ rằng sẽ không phải là ý tưởng được nối kết với các học thuyết của các phạm trù hoặc loại cao nhất của thực thể. Mặc dù, học thuyết có thể nắm được để làm rõ khả năng của một khoa học chuyển loại. Ví dụ ưa thích của Aristotle làm minh họa “một khoa học/một loại” học thuyết là số học và hình học, cả hai ngành khoa học có thể liên quan với các chủng loại của loại số lượng. Thực tế, dường như đúng là Aristotle nắm được sự hạn chế một loại đơn lẻ như một yếu tố quan sát về những ngành khoa học thực sự và trong sự kết nối này, Aristotle sử dụng từ ngữ “loại” phần nào không chính thức. Tất cả những gì Aristotle muốn nói là mọi khoa học chứng minh liên quan chỉ với một loại của sự việc.

Trong *An.post.* i 1 Aristotle mô tả các loại phỏng đoán kiến thức ưu tiên bằng nghiên cứu học tập:

“Trong trường hợp một số sự việc, cần thiết giả định trước rằng chúng hiện hữu và trong trường hợp các sự việc khác cần hiểu rõ sự việc nói gì và trong cả những sự kiện khác nữa cũng đòi hỏi. Ví dụ, người ta có thể nắm lấy quy luật của những trung điểm loại trừ hiện hữu, hình tam giác biểu hiện gì và đối với đơn tử, cả hai biểu hiện gì và nó hiện hữu như thế nào. Đối với mỗi yếu tố này là hiển nhiên không bằng nhau đối với chúng ta”. (*An.post.* 71a-17).

Rõ ràng là chúng ta phải giải thích sự khẳng định mà “quy luật của trung điểm loại trừ hiện hữu” như khẳng định rằng quy luật là đúng, nhưng cũng sẽ phải được rõ ràng là sự đòi hỏi đối với giải thích này trong đoạn văn ấy không tự đảm bảo giải thích “tồn tại” (είναι) như là “sự thật” trong những trường hợp nơi mà chủ đề không yêu cầu nó. Đối với đoạn văn này Aristotle đang cố gắng minh họa sự luân trùng, mà Aristotle áp dụng trong chương 10 chỉ đối với những điểm khởi đầu đặc biệt

(ὅτι ἔστι τί σημαίνει τί σημαίνει καὶ ὅν ὄντων τὸ κείνα εἶναι γίνονται τὸ συμπέρασμα), theo những thuật ngữ luận trùng của những tiên đề, những sở hữu và các loại chủ đề phổ biến. Kết quả có thể bảo vệ được một cách hoàn chỉnh, nhưng làm cho lạc đường tới mức mà những sự phân biệt mơ hồ trở nên rõ ràng ở nơi khác.

Trong *An.post.* 72a7, Aristotle định nghĩa một nguyên lý như là một πρότασις trực tiếp, và ông tiếp tục mô tả πρότασις như những sự khẳng định và phủ định ⁽¹⁸⁾, và ông tiếp tục mô tả προτάσεις như những khẳng định và từ chối, rồi Aristotle nói:

“Tôi gọi một nguyên lý tam đoạn luận trực tiếp nào mà không thể chứng minh được và nguyên lý nào mà không cần thiết cho một người học tập nghiên cứu một θεσις nào đó. Nhưng một tiên đề là một điều nào đó mà một người phải có nếu ông/bà được học hỏi nghiên cứu bất cứ điều gì đó, bất cứ cái gì đó vì có vài điều của loại này, và là theo thói quen của chúng ta áp dụng thuật ngữ “tiên đề” cho chúng một cách đặc biệt. Một loại θεσις là một giả thuyết, nó giả định một nửa sự mâu thuẫn, ví dụ tôi muốn nói là một cái gì đó hiện hữu hoặc không hiện hữu; một loại khác, không có vấn đề này, là một định nghĩa. Vì một định nghĩa là một θεσις, từ khi nhà số học tuyên bố rằng đơn tử là không thể phân chia được về số lượng. Nhưng một định nghĩa không là một giả thuyết, một đơn tử là cái gì và một đơn tử hiện hữu không giống nhau”. (Phân tách hậu thể 72a 14-24).

Tất cả các nhà bình luận chỉ ra rằng hiếm khi, không phải luôn luôn Aristotle sử dụng các từ ngữ θεσις và “giả

⁽¹⁸⁾ Sự kiện công thức rất xưa của Aristotle trong sách *Posterior Analytics* đã có ảnh hưởng lớn trên những tính toán của học thuyết của ông về những điểm khởi đầu. Về một cố gắng để làm tối thiểu hóa đoạn này, xin xem Ferejohn 1982-1983, 382-383, a16.

thuyết” theo cách giải thích ở đây và thông thường Aristotle không tham khảo đến tình trạng học tập nghiên cứu trong việc giải thích những tiên đề. Mà dường như đối với tôi không có lý do để nghi ngờ văn bản: các sự việc mà một người phải nhận thức để có khả năng học tập nghiên cứu bất cứ điều gì đó là những tiên đề, các nguyên lý phỏng đoán trong tất cả tranh luận khoa học,⁽¹⁹⁾ và Θεωρίαι là những nguyên lý đặc biệt đối với các ngành khoa học riêng lẻ. “Giả thuyết” xuất hiện để có thêm ý nghĩa tổng quát của sự thừa nhận ở đầu đoạn văn này, nhưng sự tương phản giữa các giả thuyết và các định nghĩa tùy thuộc vào việc xử lý chúng như những giả định bao hàm hiện hữu. Sự chuyển tiếp từ ý nghĩa tổng quát đến ý nghĩa đặc thù tiến triển bằng cụm từ tới nghĩa.

Ví dụ, tôi muốn nói là một điều gì đó “hiện hữu hoặc không hiện hữu” mà được giải thích là “nghĩa là, tôi muốn nói một điều gì đó là trường hợp hoặc không là trường hợp”. Sự giải thích này có cái lợi là làm cho ý nghĩa rõ ràng hơn theo sự lựa chọn phủ định, nhưng làm chông chéo các định nghĩa và các giả thuyết của một lời 2 nghĩa hiển nhiên của Aristotle. Dường như có thể thích hợp đối với tôi để nói lên là sự lựa chọn phủ định được bao gồm bởi ý nghĩa tổng quát của “giả thuyết” đã giới thiệu ở đây, nhưng những ví dụ cụ thể của Aristotle nhớ đến là những xác định của sự hiện hữu của một loại ngành khoa học.

Tôi kết luận rằng học thuyết Aristotle về những điểm khởi đầu của khoa học chứng minh bao hàm sự phân chia của những điểm khởi đầu thành những điểm chung và những điểm riêng biệt. Những điểm chung hoặc những tiên đề chung bao gồm cả trong các khẳng định định lượng lẫn trong những

⁽¹⁹⁾ Trích dẫn *Meta* 1005b5-23, nơi mà Aristotle mô tả quy luật không mâu thuẫn như cái gì mà người ta phải biết, nếu người ta được biết bất cứ cái gì.

khẳng định logic. Nhưng Aristotle có thể không phân biệt thành hai. Các điểm riêng biệt là các loại chủ đề và các sở hữu của các loại. Aristotle thường xuyên đề cập đến việc đưa ra giả thuyết về sự tồn tại của các loại hoặc các thành phần của nó và tham khảo các định nghĩa của các sở hữu cũng như các định nghĩa của các loại và các thành phần của nó.⁽²⁰⁾ Theo nghĩa này về những điểm khởi đầu riêng biệt có thể được nghĩ đến như loại mệnh đề, mà quan trọng là không quên rằng Aristotle nghĩ đến những tiên đề chỉ là những tiên đề sử dụng trong chứng minh. Giả thuyết về sự hiện hữu các loại là sự giả định mà người ta đề cập đến một điều thực tế nào đó trong một ngành khoa học, và những định nghĩa là những xác định đơn giản của những loại và những sở hữu mà người ta đang bàn luận. Tuy nhiên, để nói rằng những tiên đề chỉ là những tiên đề của một ngành khoa học thì ít nhất đối với Aristotle, ông không cho rằng tất cả các định lý có thể được rút ra từ chúng. Đối với những tiên đề quá tổng quát cho phép sự bắt nguồn của các chân lý khoa học đặc trưng. Người ta cần đặc thù hóa chúng bằng cách mang vào một loại và các sở hữu của nó.⁽²¹⁾

⁽²⁰⁾ Có một sự tương quan khấp khểnh giữa những yếu tố loại chủ đề của Aristotle và những sự việc mà định nghĩa trong tác phẩm *Elements*, tôi gọi là các giải thích và cũng là giữa những sở hữu của ông và những định nghĩa của nó, tôi đã gọi là các tóm tắt. Tuy nhiên, tôi không chắc chắn là Aristotle đã để ý sự khác biệt này. Và tôi đồng ý với Barnes (1975a, 134) là Aristotle đã không phân biệt những thuật ngữ nguyên thủy và những thuật ngữ đã được định nghĩa.

⁽²¹⁾ Xem *An.post.* 88a- 6-b3, nơi mà Aristotle, cho rằng "không phải tất cả tam đoạn luận cho các nguyên lý giống nhau", có khả năng là một số nguyên lý chung (của nguyên lý mà ông đưa ra trung điểm loại trừ như một ví dụ) có thể đóng vai trò của các nguyên lý phổ quát. Aristotle không cho là những nguyên lý này không đầy đủ mà chỉ cho là loại là khác và cho là người ta chứng minh với những loại này qua các sự việc chung. Sau đây, một cách tóm tắt, trong một đoạn văn rất khó hiểu, Aristotle xem xét khả năng mà những mệnh đề trực tiếp sơ khởi là những nguyên lý và làm cho sự chú ý hiệu kỳ có một trong mỗi loại bằng loại nào, có lẽ, Aristotle muốn nói đến định nghĩa của các loại (xem Ross 1949. *Ad. Loc.*).

Đó có nghĩa là, thậm chí nếu người ta có thể chứng minh tất cả các tiên đề của một ngành khoa học (những tiên đề) trong một ngành khoa học cao hơn, do đó, người ta không có khả năng chứng minh tất cả các định lý trong ngành khoa học cao hơn.

c. Toán học đã được công bố trước thời Aristotle.

Đôi khi Aristotle đề cập đến những tiên đề chung theo các phương pháp có vẻ bảo đảm rằng ông bàn với độc giả của mình về một đặc điểm của các ngành toán học đã được công bố,⁽²²⁾ và có vẻ an toàn để cho rằng những văn bản toán học đã được công bố trước thời Aristotle bao gồm “từ những vật bằng nhau đến những vật bằng nhau” và có thể dự đoán ít nhất là 1/3 các khái niệm phổ biến của Euclid. Mặt khác, thiếu các quy luật logic cơ bản trong bảng kê của Euclid về những khái niệm chung gợi ý cho tôi là sự bao quát của Aristotle về chúng trong số các tiên đề là sự phản ánh thảo luận triết học tại vườn Academy (được coi như trường đại học đầu tiên) và liên quan đến những nguyên lý lập luận tổng quát, thảo luận không va chạm trực tiếp đến Euclid. Thảo luận triết học tại vườn Academy và sự dẫn ra “Cải tổ toán học” của Plato cũng có thể bao hàm những khái niệm chung trong các văn bản toán học, nhưng có thể tôi không nghĩ đến những việc xem xét chấp thuận đặc biệt hoặc chống lại gợi ý này.

Từ một quan điểm hiện đại không thể tin được cho rằng những tiên đề chung có thể chỉ là những tiên đề của chứng minh hình học. Ít nhất, có 2 yếu tố có thể giúp giải thích tại

⁽²²⁾ Đặc biệt, xin xem *Meta*, 1005a20, nơi Aristotle đề cập “những điều gọi là các tiên đề trong toán học”. Von Fritz (1971, 421-422) cho là với sự hợp lý đáng kể mà các phân tích của Aristotle về các tiên đề thông thường là tương phản với những điểm khởi sự đặc biệt là sự đóng góp riêng của Aristotle và không một phản ánh của các nhà toán học tìm hiểu sự thực hành riêng của họ.

sao Aristotle đã chọn nó.⁽²⁴⁾ Trước tiên là rút ra từ tác phẩm *Elements*. Như tôi đã sẵn sàng đề cập đến cái mà chúng ta gọi một chứng minh hình học Euclid thông thường được phân chia thành hai phần mà Proclus gọi là κατασκευή (phép dựng hình) và ἀπόδειξις (chứng minh).

Đại khái, κατασκευή (phép dựng hình) tùy thuộc các định đề và các phép này đã được hình thành trước đó, trái lại ἀπόδειξις tùy thuộc vào các khái niệm chung và các định lý đã được chứng minh trước đó. Do đó, ít nhất có khả năng suy ra rằng chỉ các xác nhận cuối cùng sử dụng trong các chứng minh hình học (tức là những chứng minh “thực”, ἀπόδειξις) là những khái niệm chung. Giả định mà Aristotle đã nghĩ về chứng minh theo phương pháp này có thể được tăng cường, nếu nó có thể được diễn tả hợp lý là những văn bản hình học đã được công bố trước thời Aristotle không bao gồm các định đề trong số những điểm khởi đầu của chúng. Còn nếu chúng chỉ chứa đựng những định nghĩa và những khái niệm chung, thì ít nhất trên cơ sở kinh nghiệm, Aristotle có thể có ý nghĩ về những tiên đề chung mà chỉ các thừa nhận chủ yếu của nhà toán học. Tranh luận từ sự im lặng của Aristotle với sự chú tâm đến những định đề của Euclid làm cho tôi cảm thấy hoàn toàn yên tâm trong trường hợp này

⁽²⁴⁾ Thực tế là những khái niệm chung đã không thể được dùng một cách hợp lý theo một phép tam đoạn luận. Aristotle không đã phá vỡ một vấn đề riêng biệt trong sự nổi kết này. Vì, Aristotle không tham gia vào những vấn đề công thức hóa theo một phương pháp nghiêm ngặt. (Xem Mueller 1974, 48-55). Những tiêu chuẩn thoải mái giống nhau là hiển nhiên theo sự bàn luận về phương pháp trong đó các quy luật không mâu thuẫn và trung điểm loại trừ được sử dụng trong chứng minh (trích dẫn *An. Post.* 77a 10-25) Aristotle cho là cái sau được áp dụng trong một số cuộc tranh luận, nhưng ông cho rằng cái trước chỉ sử dụng khi kết luận ở trong hình thức $\alpha\beta\gamma$. Đòi hỏi thứ hai là kỳ lạ bởi vì không chỉ là khó nhìn thấy một nhà khoa học cố gắng chứng minh một mệnh đề như thế, nhưng cũng bởi vì không mâu thuẫn được sử dụng trong bất cứ *reductio* nào. Để thảo luận về yêu sách, Aristotle dẫn chứng những điểm đặc trưng của phép tam đoạn luận rõ ràng và sự thật là bất cứ mệnh đề rõ ràng nào có thể chứng minh được thì chứng minh được mà không sử dụng sự không mâu thuẫn.

(đối chiếu Heath 1921. i 336),⁽²⁴⁾ nhưng một số học giả⁽²⁵⁾ lập luận rằng ít nhất là 2 định đề đầu tiên trong 3 định đề của Euclid phù hợp với những giả định hiện hữu theo Aristotle. Tôi mong muốn lập luận tóm tắt rằng các sự tương xứng trong điều kiện tốt nhất thì rất tế nhị và có thể là không hiện hữu.

Ở một nơi khác (Mueller 1981) tôi cho là định đề đầu tiên trong 3 định đề không phải là sự khẳng định hiện hữu nào cả, nhưng các sự cho phép để tiến hành phép dựng hình nào đó. Vị trí này, đương nhiên là tương thích hoàn toàn với thực tế mà chúng đóng một vai trò tương tự với những sự giả định tồn tại theo những công thức toán học hiện đại, cũng như với khả năng mà Aristotle nghĩ đến những định đề như những sự khẳng định hiện hữu. Tuy nhiên, sự mô tả của Aristotle về những giả thuyết hiện hữu khoa học không phù hợp với các định đề của Euclid và cũng không phù hợp với những gì tương tự hiện đại, mà theo khái niệm logic hiện đại của một lý thuyết dự đoán một lĩnh vực hoặc một giải thích có dụng ý⁽²⁶⁾. Những định đề của Euclid cho phép một định đề di chuyển từ các đối tượng đã có sẵn của một loại nào đó (2 điểm, một đoạn thẳng, một điểm và một khoảng cách) đến đối tượng khác (một đoạn thẳng, một đoạn thẳng dài

⁽²⁴⁾ Tuy nhiên, Heath (1949, 56) xác nhận là ba định đề đầu tiên của Euclid cân đối với những giả định tồn tại và như thế phù hợp với "giả thuyết" của Aristotle. Tôi xin tóm lược dường như đối với tôi cái gì có chứng cứ vững chắc về việc đưa vào công thức những định đề thời Tiền Euclid trong 2 phụ lục.

⁽²⁵⁾ Đáng chú ý nhất là Lee 1935. 115-117. Khó định rõ đặc điểm vị trí của von Fritz trên câu hỏi của sự tương quan giữa những giả định tồn tại của thuật toán Aristotle và những định đề phép dựng hình của Euclid. Euclid dường như thừa nhận tất cả những khó khăn, tuy thế mà khẳng khái đòi trên sự tương quan.

⁽²⁶⁾ Tôi không chắc von Fritz muốn nói gì khi ông cho rằng (1971 - 383) các nhà toán học Hy Lạp đã không thấy cần thiết để làm công thức những điểm khởi đầu một cách rõ ràng. Nếu ông muốn nói là họ đã nhận thức về những giả định này, nhưng đã không định ra công thức cho chúng. Và nếu ông muốn nói rằng toán học của họ giao phó những giả định cho chúng thì ông nhắm đến mục đích triết học hơn là mục đích lịch sử.

hơn, một đường tròn). Không có đối tượng nào được xây dựng sử dụng những định đề của Euclid được Aristotle đề cập đến như một yếu tố của loại, thực vậy, đoạn thẳng được đề cập như một cái gì biểu hiện, mà chúng ta giả định, nhưng chúng ta chứng minh sự hiện hữu của chúng vì đối với tôi có vẻ có lý để giả định rằng đường tròn phải thuộc vào một phạm trù tương tự như trường hợp của hình tam giác. Hơn nữa, Aristotle cho rằng trong số học có những giả thuyết hiện hữu, nhưng không có dấu vết về các định đề của bất cứ loại nào luôn luôn được sử dụng trong lý thuyết Số cổ điển (đối chiếu Kullmann 1981, 248-249).

Với những lý do này, sự cố gắng để làm cho những giả định hiện hữu của Aristotle tương quan với những định đề phép dựng hình của Euclid, tôi cho là hoàn toàn đáng ngờ. Hơn nữa, tôi cho là việc tôi đề ra sự giải thích các giả định này để làm cho tương quan với cái mà Aristotle đề cập đến chúng và để làm gắn bó với quan điểm chung của Aristotle về lý luận và kiến thức khoa học. Chúng tôi không thể hiểu liệu môn hình học của thời kỳ Aristotle có bao gồm những định đề theo kiểu Euclid hay không; nhưng Aristotle là người đã cung cấp chứng minh toán học tốt nhất vào thế kỷ thứ tư trước CN.

Prima facie rất có thể đúng là những văn bản trong toán học có trước thời Aristotle bao gồm những định nghĩa về loại quen thuộc với chúng ta từ Euclid. Hơn nữa, vài đoạn văn của Aristotle thừa nhận rằng những định nghĩa chỉ là những điểm khởi đầu của một ngành khoa học. Ví dụ: trong *An.post.* 90b24, Aristotle cho những định nghĩa là các nguyên lý của các chứng minh và trong *An.post.* 99a 22-23, Aristotle cho là "Toàn bộ các ngành khoa học đều qua những định nghĩa"⁽²⁷⁾. Sự thừa nhận của Aristotle là những định nghĩa này không

⁽²⁷⁾ Barnes (1975a, 109) - Ghi danh sách các đoạn văn khác mà ông cho rằng bày tỏ cùng một quan điểm.

hoặc sẽ không phải bao hàm bất cứ các hàm ý hiện hữu nào và nguồn gốc của những hàm ý ấy phải được chấp nhận như là tặng phẩm cho sức mạnh phân tích của Aristotle. Mặt khác, có hơi tò mò một chút là Aristotle hạ thấp việc sử dụng các định nghĩa như những tiền đề. Theo các tác phẩm của Euclid và trong lý luận toán học, nói chung, họ đã làm được vai trò này; và chính bản thân Aristotle xử lý những định nghĩa như những tiền đề trong tập 2 tác phẩm *Posterior Analytics*. Tuy nhiên, sự bàn luận về những định nghĩa trong tập 2 là cực kỳ khó giải quyết trong bản chất của nó và trong sự liên quan đến bảng kê khai những điểm khởi đầu trong tập 1. Ở đây, tôi chỉ mong đưa ra một vài gợi ý có thể giúp làm rõ khái niệm của Aristotle về những điểm khởi đầu.

Những từ ngữ đặc trưng của Aristotle về định nghĩa là *ὁρισμός* và *ὅψ*, nhưng thường xuyên Aristotle nhắc đến những định nghĩa bằng cách sử dụng những thành ngữ “Cái gì đây?”: (*τί ἐστι*) và “biểu hiện gì” (*τίσημαίνει*). Trong tập 2, Aristotle sử dụng kiên trì thành ngữ trước cho đến chương 6 trong đó Aristotle đưa ra những ý kiến phản đối quan điểm mà người cho rằng có khả năng chứng minh một điều gì đó hiện hữu. Đối tượng thứ hai của ông diễn ra như sau:

“Có thể chứng minh một điều gì đó như thế nào? Vì cần thiết là một người biết về con người hoặc một điều gì khác như thế này thì tất yếu cũng biết rằng con người hiện hữu còn đối với người không hiểu một điều gì đó cho dù điều đó không hiện hữu. Nhưng khi tôi nói “con kỳ lân”, tôi có thể diễn tả hoặc song không thể biết một con kỳ lân là gì”. (92b4-8).

Vấn bản và giải thích về điều bị phản đối tiếp sau là tranh luận, nhưng tôi chỉ cần một phần nhỏ và tương đối rõ ràng về nó.

“Vì thế, sẽ có một chứng cứ là một cái gì đó tồn tại, lúc bấy giờ, chứng minh ấy khoa học cung cấp. Nhà hình học

cho rằng hình tam giác biểu thị và chứng minh cái gì thì cái đó tồn tại". (*An.post.* 92b14-16).

Aristotle thực hiện sự khác biệt trong phần đầu của các đoạn văn này biểu lộ một cách bình thường như sự khác nhau giữa một định nghĩa thực tế và một định nghĩa có tính danh nghĩa. Sự linh hoạt về một định nghĩa thực tế bao hàm một sự linh hoạt của sự hiện hữu chủ thể của nó, trong khi một định nghĩa có tính danh nghĩa chỉ thuật lại các từ ngữ và, vì thế, không mang nội dung hiện hữu. Đoạn văn thứ hai gợi ý là, ít nhất, trong trường hợp các đặc tính, nhà toán học sử dụng những định nghĩa có tính danh nghĩa. Tôi tin rằng đây là khái niệm của Aristotle về tất cả các định nghĩa toán học, mặc dù sự đòi hỏi này không thể chứng minh được bằng lập luận mà Aristotle luôn luôn sử dụng thành ngữ "Điều nào đó biểu hiện gì" theo sự kết nối với các định nghĩa toán học. Aristotle không thực hiện, nhưng thật là ấn tượng, Aristotle thực hiện thường xuyên biết bao. Ví dụ theo *An.post.* 1-10, có bảy việc nảy ra từ các thành ngữ liên quan đến "Điều nào đó biểu hiện gì" trong quan hệ gần gũi với các tham khảo toán học (71a14-16, 76a32-36, 76b-12, 76b-15-21)⁽²⁸⁾, và chỉ là hai điều liên quan với "Điều nào đó là gì" (72a23; i 10): hơn nữa cả hai điều ấy xảy ra trong sự kết hợp với các thành ngữ liên quan với "cái điều ấy tồn tại", để nói về cái điều gì đó được đưa ra một sự kết hợp thanh lịch hơn.

Sự gợi ý mà tôi mong muốn thực hiện là trong những chương đầu của *An.post.* i và trong những thảo luận khác rõ ràng tập trung vào toán học, Aristotle xét đến những định nghĩa theo danh nghĩa và những học thuyết khác biệt liên quan đến định nghĩa trong tập 2 có quan hệ với định nghĩa

⁽²⁸⁾ Nhóm từ "Điều gì đã tuyên bố là (τίτὸ λεόμενον) của *An.post.* 71a13 dường như đối với tôi có vẻ chính xác là bắt đầu khía cạnh "Điều nào có biểu hiện gì" hơn là khía cạnh "Điều nào đó là gì" vào trên khía cạnh của "vài điều gì có ý nghĩa hơn trên một vài điều gì đó là".

thực tế. (đối chiếu Gómez-Lobo 1981, Lezzl 1980). Giả định này giải thích tại sao Aristotle đề cập trong tập 1 về việc hoặc việc chứng minh sự hiện hữu của các điều mà ý nghĩa được xác định, nhưng trong tập 2 Aristotle lại cho rằng hiểu điều nào đó là gì thì buộc phải hiểu là nó hiện hữu. Cũng có thể giúp giải thích tại sao Aristotle không xử lý những định nghĩa như những tiền đề trong mô tả của ông về ba yếu tố của khoa học suy diễn, nhưng ông xử lý chúng như những tiền đề trong tập 2. Ý tưởng muốn là những định nghĩa thực tế có thể đóng trong vai trò này, mà không thể định nghĩa các danh nghĩa đúng. Hơn nữa, dường như có vẻ có sự hợp lý nào đó trong ý tưởng mà những định nghĩa danh nghĩa không phải là những khẳng định chút nào cả, chẳng hạn thực sự không có khả năng đúng và sai và như thế không thể đóng vai trò của những tiền đề xác thực trong một ngành khoa học. Theo một nghĩa chỉ những sự thực mệnh danh trong toán học là những tiền đề chung vì các đối tượng toán học không thực sự hiện hữu và những định nghĩa là hoàn toàn định danh.

Nếu giải thích của tôi về Aristotle là đúng, từ đó, chỉ có cơ sở chung chính đáng giữa lý thuyết Aristotle và thực tiễn Euclid là những khái niệm phổ biến. Cũng có một loại tính tương đồng trong trường hợp của các định nghĩa nhưng chúng ta không biết liệu các định hiểu theo Euclid có phải đúng theo cách của Aristotle hay không. Aristotle có thể và cũng có thể tin tưởng là những ngành khoa học khác nhau trong tác phẩm *Elements* xử lý loại khác nhau được cho rằng hiện hữu. Cũng không có sự tin tưởng nào phản ánh trong cách Euclid trình bày những điểm khởi đầu của ông; không bao giờ Euclid khẳng định về sự hiện hữu của một loại và Euclid trình bày những định nghĩa của ông như thế chúng đã là các tiền đề của các lập luận của ông, hoặc, ít nhất, ông sử dụng chúng theo cách đó.

Để kết luận bài thảo luận của tôi về Aristotle, tôi muốn nhắc đến cái mà tôi thấy là khía cạnh còn mơ hồ nhất của bản giải thích của tôi, sự cố gắng của tôi phủ nhận điều mà đối với Aristotle chức năng những điểm khởi đầu đặc biệt, như những tiền đề cơ bản của chứng minh khoa học. Rõ ràng là nhiều bài thảo luận của Aristotle về khoa học được xây dựng chung quanh ý tưởng của những dây chuyền về lập luận suy diễn khởi đầu từ những tiền đề nhất thời hoặc không có chứng minh thường được gọi là những nguyên lý (ἀρχαί). Và, như tôi đã đề cập, thảo luận của ông về những định nghĩa trong *An.post.* ii xử lý chúng như những tiền đề trong các lý luận khoa học. Những khó khăn bao hàm trong sự hòa hợp tất cả những điểm chủ yếu đã được thực hiện hoặc Aristotle đã thực hiện một cách rành mạch trong tác phẩm *An.post.* nổi tiếng, tôi ngờ rằng chỉ là vô ích trong cố gắng biện hộ cho giải thích của tôi bằng cách lý luận rằng không tệ hơn những giải thích khác có thể sử dụng được. Thay vì tôi phải cố gắng để đưa ra một cách giải thích sự mâu thuẫn này.

Hình ảnh về khoa học suy diễn logic cung cấp cho Aristotle một lập luận vững chắc đó là tình hình quan sát mà các nhà toán học không thể chứng minh những điểm khởi đầu của chúng phải luôn luôn là trường hợp nào: những tiền đề suy đoán nào không được chứng minh theo chứng minh suy diễn. Với Aristotle, các tiền đề này là những nguyên lý (ἀρχαί) nhưng hiển nhiên sự kiện này đối với ông không bắt buộc tất cả các nguyên tắc đều là những tiền đề như thế. Cũng không làm lại, thậm chí theo sau là bất cứ bao giờ Aristotle cũng đang bàn luận câu hỏi có hay không những nguyên lý có thể chứng minh được, mà Aristotle đang nghĩ về các nguyên lý như những tiền đề này. Có nghĩa là, có thể đối với Aristotle để hỏi không biết điều đó, có thể được chứng minh là con số hiện hữu hay không hoặc một con số thuộc hệ thống của các đơn tử nằm ngoài suy nghĩ của Aristotle về những trình bày

này như những tiền đề cơ bản. Rồi thì, đề nghị của tôi là chúng ta nên tách rời khái niệm logic thuần túy của một nguyên lý như một tiền đề cơ bản của chứng minh với những gì được cho là khái niệm phân tích của một điểm khởi đầu, cho là phân tích bởi vì nó dựa trên một phân tích về thực hành toán học. Hai khái niệm trùng hợp trong một chừng mực mà một loại điểm khởi đầu là một tiền đề cơ bản và trong một chừng mực mà không có những điểm khởi đầu, cũng không có những tiền đề cơ bản có thể chứng minh được, nhưng chúng không trùng hợp hoàn toàn với nhau vì không phải tất cả những điểm khởi đầu là các tiền đề cơ bản. Tôi tin rằng, sự thiếu thốn trùng hợp này giải thích, sự khó khăn của việc vạch ra khái niệm phân tích của một điểm bên trên khái niệm logic của một trong các tiền đề cơ bản⁽²⁹⁾.

3. Triết học Plato:

Ở đoạn cuối tập 6 tác phẩm *Republic*, Socrates giới thiệu Glaucon về sự khác biệt giữa 2 loại lý luận, một loại là minh họa bằng ví dụ trong toán học, và một loại biện chứng. Socrates giải thích một đặc điểm của phương pháp toán học theo cách như sau:

“ Tôi nghĩ bạn biết rằng điều mà người ta liên quan chính bản thân của họ với những vấn đề hình học và tính toán và những điều như thế đưa ra giả thuyết số chẵn, số lẻ, hình vẽ, ba loại góc và những điều khác liên quan đến những điều này trong trường hợp của mỗi đề tài, họ thực hiện những điều được giả thuyết này, họ hiểu y như thế; họ

⁽²⁹⁾ Điều đáng quan tâm nhất theo tôi là thử tìm trong Hintikka 1972. Tuy nhiên, những lời chỉ trích nó là của Ferejohn (1982-1953) và Frede (1974) dường như là rất nặng nề. Tuy nhiên, tôi lưu ý rằng theo lời phúc đáp của Ferejohn sau này, Hintikka (1974) thực sự hết hy vọng trong việc tìm hiểu khái niệm của Aristotle về những điểm khởi đầu một cách độc lập theo logic của Ferejohn.

không thấy phù hợp với bất cứ sự giải thích nào về chúng hoặc đối với chính bản thân của họ hoặc đối với người khác, họ chứng tỏ y như thế đối với mọi người; họ bắt đầu từ những điều này và theo đuổi thông qua những điều khác cho đến khi họ đi đến thỏa thuận rằng điều mà họ bắt đầu tiến hành để điều tra nghiên cứu". Socrates tuyên bố "Tôi hiểu rằng hoàn toàn tốt" (Plato, *Resp.* 510c2-d4).

Trong thuật ngữ sự phân loại của Aristotle trong tác phẩm *An.post.*, những ví dụ của các giả thuyết đã được Socrates đề cập sẽ được giải thích hợp lý nhất như những sở hữu. Nhưng những gì Socrates muốn nói bằng cách đưa ra mà không giải thích các điều này là không rõ ràng. Lời giải thích trực tiếp nhất là những gì mà nhà toán học sử dụng những thuật ngữ như "lẻ" "chẵn" "hình vuông" "hình lục giác" "góc vuông" "góc tù", và "góc nhọn" mà không xác định đặc điểm của chúng. Tôi không muốn bác bỏ lời giải thích này, mà, như tôi đã trình bày sơ qua, dường như hoàn toàn không chắc những thuật ngữ này được sử dụng không định nghĩa trong các ngành toán học đã có trước thời Plato⁽³⁰⁾. Do đó, nếu sự mô tả của Socrates là đúng hiển nhiên như trả lời của Glaucon đã gợi ý. Đơn giản Socrates có thể muốn nói rằng nhà toán học không đưa ra các biện hộ cho những định nghĩa của ông ta. Ông ta cho rằng một số chẵn là một số có thể chia thành 2 phần bằng nhau và mong mọi người đồng ý như thế. Trong cả 2 trường hợp, điểm quan trọng là Socrates tập trung vào cái mà Aristotle gọi là cách sở hữu, mặc dù không có dấu hiệu cho là Plato muốn thu hút bất cứ sự khác biệt nào giữa những loại cơ bản và những sở hữu này. Điều đó có nghĩa là bảng kê của Socrates có thể bao

⁽³⁰⁾ Đây là quan điểm của Solemsen (1929, 9697). Solemsen hình dung các mô tả của Socrates là một sự biến đổi toán học hoàn toàn dựa trên những hình ảnh theo Plato. Sự giải thích mà tôi cung cấp ở đây đặt song song với sự mô tả của Sidgwick 1969.

gồm “điểm” hoặc “đường” không có ảnh hưởng đến bất cứ điều gì mà Plato tuyên bố.

Cũng quan trọng là Plato không chứng minh bất cứ sự nhận thức về bất cứ điều gì phù hợp cả với tiên đề cả với những loại cơ bản đã được đề cập bởi Aristotle hoặc với những định đề của Euclid, mặc dù Socrates đề cập đến đặc tính tích cực của hình học (Plato. *Resp.* 527 a6-b1). Trong tác phẩm *Meno*, Socrates đưa ra một mô tả rõ ràng liên quan với một giả thuyết toán học chỉ có tính chất đề xuất mà không định nghĩa; tuy nhiên, giả thuyết không dự định là một điểm khởi đầu theo cái nghĩa mà tôi đang thảo luận, mà một giả định tạm thời đối với một câu hỏi không được trả lời có thể bị giảm thiểu (đối chiếu Solmsen 1929. 104n1). Tất nhiên, những giả thuyết trong tác phẩm *Republic* cũng tạm thời theo một cách, nhưng không có dấu hiệu là họ đã nhận thức được một cách xác nhận, ngoại trừ có khả năng theo cái nghĩa các định nghĩa là những mệnh đề. Tất nhiên, quan điểm này có liên quan tới lời giải thích về xác nhận của Socrates là biện chứng có thể bằng cách này cách khác đã bỏ đi đặc tính giả thuyết của toán học. Ngữ vựng mà Socrates sử dụng trong đoạn văn này có thể giải thích cái gì mà Socrates cho là một vấn đề về giảm thiểu các quyết đoán có tính giả thuyết từ một quyết đoán có tính phi giả thuyết đơn lẻ. Nhưng giải thích này chắc chắn không cần thiết và sự kiện mà các giả thuyết toán học là các sở hữu hoặc các định nghĩa và điểm khởi đầu phi giả thuyết là Tốt, phần nào không hợp lý. Chắc chắn, chúng ta không hiểu cái gì, thêm hình ảnh chính xác làm cơ sở cho giải thích của Socrates về biện chứng trong tác phẩm *Republic*, nhưng dường như đối với tôi là từ một phối cảnh lý thuyết ít hay nhiều, để hình dung nhiệm vụ biện chứng với sự tôn trọng toán học tốt nhất là biểu hiện liên tục của các định nghĩa qua trình tự có hệ thống của những khái niệm bao hàm loại nào đó về *Ableitung* không suy diễn của

khái niệm trọng tâm từ những loại cao nhất (đối chiếu Solmsen 1929. 101-103). Chúng ta không hiểu một *Ableitung* là như thế nào sẽ làm việc hoặc thậm chí sẽ làm việc tốt cái gì, nhưng chúng ta không phục vụ Plato và chúng ta đọc Plato không chính xác, nếu như chúng ta giả sử là Plato đã tin tưởng sự hiện hữu của mệnh đề để hiểu nào đó mà tất cả các mệnh đề có thể được suy diễn từ đó.

Từ đó, tôi gợi ý rằng nếu chúng ta rút ra cái gì mà Plato nói về những giả thuyết toán học trong tác phẩm *Republic* có giá trị trước mắt, rồi thì toán học, hoặc ít nhất hình học ⁽³¹⁾, mà Plato đã quen kiểm chế tối đa đối với những điểm khởi đầu, và ít nhất có thể là những định nghĩa. Quan điểm của Plato là các nhà toán học chứng minh những sự việc từ những định nghĩa này hoặc từ những thuật ngữ không xác định. Tôi chú ý là khái niệm toán học như phần còn lại duy nhất của những định nghĩa là khái niệm chiếm ưu thế trong tác phẩm *Elements* của Euclid và có vài đoạn văn Aristotle đưa ra một khái niệm tương tự. Trong bất cứ trường hợp nào mà Plato thấy cấu trúc giả thuyết của toán học như một khuyết điểm, Plato nghĩ có thể vượt qua bằng cách chứng minh những định nghĩa đúng của vài thuật ngữ. Những chứng minh đúng hoàn toàn sẽ thu hút sự hợp nhất trong một cấu trúc nhận thức bao bọc toàn bộ sự thực.

Cấu trúc này đôi khi được các học giả hiện đại gọi là một ngành khoa học về vạn vật, nhưng nghĩ đến nó như là một ngành khoa học vạn vật suy diễn thì có thể sai. Không có nghi ngờ sự suy diễn và lập luận sẽ là một phần của nó, nhưng mức độ của nó cao hơn, mà khép kín hơn đối với điểm khởi đầu tuyệt đối sẽ bao hàm phép lấy đạo hàm và sự bác

⁽³¹⁾ Khái niệm số học hoặc logic của Plato, như ông thường gọi thì không rõ ràng như nó đạt được thường xuyên. Nhưng khái niệm này không phải là một vấn đề mà có thể đưa ra ở đây.

chứa theo một ý nghĩa mơ hồ hơn. Từ đó, chúng ta có thể quan sát đến khoa học về vạn vật của Plato như hai hệ thống xếp thành hàng với cấu trúc sau đây:

ἀρχή của tất cả

(“Ableitung biện chứng”)

“các giả thuyết” của các ngành khoa học riêng biệt

Tất nhiên, một điểm quan trọng về các ngành khoa học riêng biệt và khái niệm của một ngành khoa học về vạn vật là đúng để phủ nhận vai trò riêng biệt hoặc biệt lập của các ngành khoa học riêng biệt. Nhưng không cần thiết cho rằng một môn học là thành phần của một tổng số để phủ nhận thành phần riêng nó có thể được tiếp tục thực hiện đến cùng.

Tác phẩm *Timaeus* cho chúng ta một hình ảnh nào đó về việc Plato nhận thức về một ngành khoa học, đặc biệt các môn vật lý, đối với ông ít nhất có phần nào phụ thuộc vào hình học như thế nào. Đối thoại đó cũng đưa ra vài gợi ý là Plato có thể tán thành một sự phát triển hình học hoàn toàn khác biệt với những gì mà chúng ta thấy trong tác phẩm *Elements* nhưng với tôi dường như có lý để giả sử là Plato cũng có vẻ có thiện ý với lý luận suy diễn không phức tạp của loại toán học Euclid. Nếu chúng ta lấy phần hình học Euclid này như vật thích hợp với bài viết này chúng ta có thể cho là Plato xem hình học giống như những điểm khởi đầu hoặc các giả thuyết.

4. Chứng minh đúng những điểm khởi đầu:

Đối với chúng ta, một chứng minh chủ yếu là một phương tiện bào chữa, biện hộ. Chứng minh P là chứng tỏ P đúng theo một cách mà nó biện hộ cho sự tin tưởng ở P. Tuy nhiên, người ta cũng có thể chứng minh P bằng cách bảo một người nào đó là P đúng. Tôi sẽ phân biệt 2 cách sử dụng chứng minh bằng cách đề cập chứng minh như sự biện hộ đúng và chứng minh như sự chỉ dẫn. Tôi nghĩ là chúng ta có khuynh

hướng xem khái niệm chứng minh như chỉ dẫn đặc biệt, nếu khái niệm của chứng minh là hình thức. Chúng ta muốn nói cho một người đã được giáo huấn và do đó biết rằng giả thuyết tiến hành thì độc lập với những tiên đề chuẩn của lý thuyết tập hợp, nếu ông hoặc bà hiểu là lý thuyết tập hợp cổ điển và Paul Cohen đã được một giải thưởng về chứng minh tính độc lập. Và chúng ta muốn nói lên một cách chắc chắn rằng một người hiểu những nguyên tắc cơ bản chứng minh của Cohen nhưng không hiểu các chi tiết kỹ thuật bắt buộc để hiểu là kết quả của Cohen. Nhưng Aristotle cho rằng chúng ta không hiểu bất cứ điều gì có thể chứng minh được nếu chúng ta không hiểu chứng minh của nó. Từ đó, nếu việc dạy dỗ là làm nên hiểu biết, những vấn đề có thể chứng minh được thì việc dạy dỗ những gì có thể chứng minh được là dạy dỗ các chứng minh của họ; và những chứng minh được hoàn toàn đồng nhất hóa một cách tự nhiên với sự giới thiệu chúng. Do đó, đối với Aristotle, sự chứng minh là phương tiện cả việc chứng minh đúng và việc chỉ dẫn; chứng minh đáp ứng cho hiểu biết và để chứng minh các định lý của một ngành khoa học.

Tuy nhiên, đối với Aristotle, chứng minh có thể không ở vào trường hợp những điểm khởi đầu của một ngành khoa học, vì Aristotle cho là những điểm khởi đầu đó không thể chứng minh được. Thỉnh thoảng, Aristotle có vẻ bảo vệ lòng tin này bằng cách xoay nó vào học thuyết ít hiển nhiên bàn cãi mà một ngành khoa học không thể chứng minh những điểm khởi đầu riêng của nó. Nhưng hình thức quan trọng hơn cả của học thuyết là đối với một vài ngành khoa học bao gồm Hình học và Số học, không có một ngành khoa học cao hơn so với cái nào mà các điểm khởi đầu của chúng có thể chuyển hóa được. Trong trường hợp của những tiên đề chung, Aristotle có vẻ tin là chúng không chỉ không có thể chứng minh được, mà còn không có cách nhận thức chúng, vì Aristotle cho rằng (An.post. 72a16-17) những tiên đề là một kiến thức suy đoán

bất cứ điều gì đó. Tuy nhiên, đối với Aristotle, có các cách nhận thức về các loại điểm khởi đầu khác. Ở cuối cuộc bàn luận về định nghĩa trong *An.post. ii*, Aristotle kết luận rằng những định nghĩa của những khái niệm xuất phát được nhận thức qua việc sử dụng của chúng trong các chứng minh, thậm chí, chính bản thân chúng không được chứng minh:

“Những điều nào đó có một nguyên nhân khác với từ bản thân chúng, và những điều nào đó thì không. Như thế rõ là những định nghĩa nào đó là trực tiếp và những nguyên lý gọi là những định nghĩa của những điều đó vì là cần thiết để làm thành giả thuyết hoặc làm chứng cứ theo vài cách khác, cả việc chúng hiện hữu và cái gì chúng tồn tại. Nhà số học thực hiện điều này, vì ông hoặc bà lập thành giả thuyết một đơn tử là gì và giả thuyết đó hiện hữu. Về những điều mà có một khoảng giữa và điều gì có một nguyên nhân khác biệt của ousia, có thể, như chúng ta đã nói, để thực hiện một điều nào đó là rõ ràng qua chứng minh mà không có chứng minh thực sự”. (*An.post.* 93b21-28).

Lời bàn luận nổi tiếng nhất của Aristotle về nhận thức những điểm khởi đầu là chương cuối tác phẩm *Posterior Analytics* ở đó Aristotle mô tả một quá trình quy nạp và đề cập đến sự lĩnh hội những nguyên lý bởi vôûs. Sự mô tả gợi ý là phương pháp quy nạp và vôûs liên quan trước hết và hầu hết với những khái niệm đầu tiên hoặc loại đề tài của một ngành khoa học⁽³²⁾. Tỉnh thoảng, giả sử là chủ đề của ii 19 gồm cả sự hiểu biết về những điểm khởi đầu và sự chứng minh theo sự đòi hỏi của chúng ta để có kiến thức về chúng. Cái cơ bản đối với sự giả sử này là sự so sánh của Aristotle

⁽³²⁾ Kahn (1981) nhấn mạnh sự kiện là chương này dễ đọc nhất như một sự mô tả sự hình thành khái niệm. Cần phải thừa nhận là Aristotle phải đưa ra một giải thích về những mệnh đề nguyên thủy đã được biết như thế nào. Xem: Ross 1953, 58 Barnes (1975a, ad loc) chúng tôi là người ta có thể đọc được nguyên bản bằng thuật ngữ để lĩnh hội các mệnh đề.

về *voûs* và *ἐπιστήμη* như các điều kiện của kiến thức, (*ἀληθιναί*, *An.post.* 100b-7-8) và làm cho chúng tương phản, bằng cách cho là *voûs* chính xác hơn (đối chiếu *Eth. Nic.* vi 6).

Do đó, ấn tượng nảy sinh mặc dù tự bản thân phương pháp quy nạp không chứng minh được sự e ngại của chúng ta về những điểm khởi đầu, ở đó, không làm thay đổi quá trình như một kết quả của một trực giác tự điều chỉnh của chúng, *voûs*⁽³³⁾. Tôi không tin là có thể bàn luận qua loa giải thích đầy đủ này, mà không có vẻ như đối với tôi trình bày một cách phù hợp tất cả tư tưởng của Aristotle về việc chứng minh những điểm khởi đầu của các ngành khoa học (đối chiếu Barnes 1975a *ad* ii 19; Burnyeat 1981. 130-133). Vì có những chỉ định rõ ràng trong các luận thuyết khác, đáng kể là tác phẩm *Topics* và tác phẩm *Meta Physics*, mà Aristotle nghĩ là có thể cung cấp các chứng minh của một loại đối với chúng. Tôi sẽ lần lượt giải quyết ngắn gọn 3 loại điểm khởi đầu.

Chỉ có thể có ứng viên bào chữa đối với trường hợp của những sở hữu có vẻ là những bào chữa cho các định nghĩa của chúng và, trong một chừng mực nào đó một loại hoặc các yếu tố của nó cũng được định rõ trong các ngành khoa học riêng biệt, cùng khái niệm của sự bào chữa phải thích hợp với loại. Evans (1977, 50) cho là "Plato nhận thức biện chứng như bao hàm chủ yếu về nghiên cứu các định nghĩa" nhưng Aristotle rời bỏ khái niệm này. Dường như theo tôi, Evans không tỏ ra công bằng do nhiều đoạn văn bậc nhất trong sưu tập Aristotle bao gồm *Topics* vi-vii và đặc biệt là sự khẳng định của Aristotle là có thể có phương pháp tam đoạn luận của định nghĩa và thực chất (*Top.* 153a14-15). Sự khẳng định này chắc chắn là

⁽³³⁾ Trích dẫn Ross 1953. 217: Phương pháp quy nạp là quá trình nhờ đó trí tuệ hiểu thấu một chân lý phổ quát rồi mà về sau được tự nhìn thấy hiển nhiên. Phương pháp quy nạp theo nghĩa này là hoạt động của "lý tính trực giác".

tương hợp với vai trò mà không thể là một chứng minh suy diễn của một định nghĩa; nhưng bằng nhau không có nghĩa là một lập luận suy diễn có căn cứ của một định nghĩa có thể như kết luận. Aristotle dường như cho là có một loại lý luận thường gọi là lý luận biện chứng, mà có thể sử dụng được để thành lập những định nghĩa. Không thể bảo là lý luận này không khoa học bởi vì lý luận khoa học được lập thành đặc điểm bởi tiến hành từ những điểm khởi đầu, bao gồm những định nghĩa. Bằng nhau, bởi vì lý luận là biện chứng, chỉ có thể là *ad hominem*, không tuyệt đối.

Tôi đã không tìm thấy chứng cứ mà Aristotle nghĩ đến sự hiện hữu của một loại có thể được chứng minh bằng những phương tiện những lập luận biện chứng. Và tôi nghĩ là hợp lý khi cho rằng Aristotle không nghĩ đến phương tiện chứng minh này. Hai đoạn văn hữu dụng đặc biệt về mối quan hệ này. Đoạn văn thứ 1 tìm thấy trong *Physic* ii 1 nơi mà sau khi cho biết thiên nhiên là gì, Aristotle đã nói đến.

“Cố gắng để chứng minh thiên nhiên hiện hữu là việc tức cười. Vì nhiều sự việc như thế hiện hữu là hiển nhiên. Nhưng người không có khả năng để phân biệt cái gì được biết qua bản thân cái đó và cái gì là không phải chứng minh những sự việc hiển nhiên qua những sự việc không hiển nhiên.”
(*Physics* 193a3-6)

Trong trường hợp này, Aristotle giải quyết một điểm khởi đầu với sự hiện hữu của điều mà Aristotle nghĩ là rất hiển nhiên mà bất cứ người nào đòi hỏi để được tin chắc về sự hiện hữu của nó có thể bị đuổi đi như đuổi người chậm hiểu hoặc đơn thuần là cãi nhau. Trường hợp của các đối tượng toán học cơ bản không giống như thế chút nào, mà cũng không là thái độ của Aristotle đối với câu hỏi về sự hiện hữu của họ được sáng sửa chút nào chẳng. Theo đoạn chót của *Meta*. M1, trước khi xoay lại đến câu hỏi này Aristotle tuyên bố:

“Nếu các đối tượng toán học hiện hữu thì cần thiết hoặc là hiện hữu bằng cảm giác mà như vài người tuyên bố, hoặc là tách ra khỏi cảm giác - và vài người cũng tuyên bố là chúng hiện hữu theo cách này - hoặc, nếu chúng hiện hữu không bằng cả hai cách hoặc là chúng không hiện hữu hoặc là chúng tồn tại theo cách nào đó để cho vấn đề đối với chúng ta sẽ không liên quan đến sự hiện hữu của chúng, mà liên quan đến cách mà chúng hiện hữu”. (*Meta.* 1076a36-37).

Ở đây, Aristotle dường như tán thành khả năng mà người ta có thể phủ nhận sự hiện hữu về các đối tượng toán học và rồi từ bỏ nó ra khỏi việc xem xét. Annas (1976, 136) gọi sự phủ nhận về sự hiện hữu là vô lý, và tôi giả sử rằng nếu người ta làm giảm đi khái niệm về sự hiện hữu khá là vô lý: ở đó các đối tượng toán học phải hiện hữu theo ý nghĩa nào đó, điển hình như những điều tưởng tượng trong sáng tạo, như thế thì công việc chỉ là để tạo hình qua giác quan. Trong *Meta.* M2 Aristotle loại bỏ hai sự lựa chọn mà ông đề cập đến và trong *Meta.* M3 ông đề ra cách giải quyết để các đối tượng toán học hiện hữu. Cách giải quyết này, Tôi gợi ý, cung cấp sự biện hộ cho nhà toán học và nhà hình học làm thành định đề của một loại. Nó bố trí những loại đó vào ngành Bản thể học nhưng không có Bản thể học nói chung, cũng không có việc bố trí của các đối tượng toán học trong một chủ đề của chứng minh khoa học. Tôi nghĩ chúng ta có thể chắc chắn rằng triết học Plato đã thử bố trí các đối tượng toán học vào Bản thể học tổng quát và, nếu chúng ta có thể tin Aristotle, phương pháp bố trí là loại nào đó được bắt nguồn từ những nguyên lý đầu tiên. Aristotle có nhiều lý do phản đối một cách chi tiết về sự bắt nguồn, nhưng qui trình chủ yếu của ông từ Plato đối với tôi dường như là sự khẳng định trên sự khác biệt giữa chứng minh khoa học (theo ý nghĩa trong tác phẩm *Posterior Analytics*) và những loại lập luận khác.

Việc xử lý mơ hồ và phức tạp của Aristotle về những tiên đề phổ biến trong *Meta. Γ* là đề tài của nhiều cuộc thảo luận mà không thể tiếp tục ở đây, thay vì bản thân tôi đồng ý với một vài điểm chung. Aristotle chỉ giải quyết những nguyên lý logic và không giải quyết những nguyên lý định lượng, nhưng tôi có khuynh hướng suy nghĩ rằng Aristotle mong muốn giả định những nguyên lý định lượng có thể được giải quyết bằng nhiều cách giống nhau, mặc dù ông có thể tưởng tượng một hậu quả mà các quy luật logic được thành lập trước tiên và sau đó những quy luật định lượng được thành lập. Phương pháp là biện chứng hoặc, như Aristotle gọi thế ở 1006a12 phương pháp là phản biện. Đoạn văn Aristotle thảo luận về phương pháp là rất quan trọng đối với những mục đích của tôi. Trước tiên, Aristotle khẳng định rằng chứng minh phải khởi đầu từ một vài điều gì chưa chứng minh được để tránh một sự thoái lui vô hạn định và ông khẳng định rằng bất cứ điều gì người ta có thể khởi đầu bằng cách cố gắng để chứng minh quy luật không mâu thuẫn phải đòi hỏi nhiều chứng minh hơn. Aristotle tiếp tục:

“Mà người ta có thể chứng minh rằng không thể phủ nhận quy luật về sự không mâu thuẫn bằng lời bác bỏ, giá mà người phủ nhận nó, nói lên điều gì đó. Nhưng nếu ông hoặc bà không tuyên bố gì hết, thật buồn cười cố gắng tuyên bố điều gì đó ngược lại với người không có điều gì để tuyên bố hẳn chưa đến nỗi ông hoặc bà không có điều gì để tuyên bố. Ví dụ một người như thế trong một chứng mục nào đó khi ông hoặc bà không có điều gì để tuyên bố, giống như thảo mộc. Tôi cho rằng chứng minh bằng bác bỏ khác với chứng minh vì một người chứng minh có thể nghĩ rằng là đạt được như một điểm khởi đầu nào đó được chứng minh, nhưng nếu người khác cung cấp điểm khởi đầu sẽ có sự bác bỏ và không có sự chứng minh. Điểm khởi đầu trong tất cả các trường hợp như thế không yêu cầu là người ta xác

nhận hoặc phủ nhận vài mệnh đề nào đó, từ đó, người ta có thể cho điều này là vấn đề đã giải quyết xong không cần phải thảo luận làm gì, nhưng người đó biểu thị điều nào đó cả đối với bản thân họ và đối với người nào khác. Vì vấn đề này là cần thiết nếu người ta được tuyên bố một chút về bất cứ điều nào đó. Nhưng đối với một số người nào đó sẽ không biểu thị bất cứ điều gì không có điều như thế khi đề cập đến tự bản thân của ông hoặc bà và đề cập đến một người nào khác. Nhưng nếu một số người nào đó sẽ đưa ra vấn đề này nhiều, sẽ có chứng minh". (*Meta.* 100a11-24)

Như tôi hiểu theo Aristotle, quy luật không mâu thuẫn như một sự khẳng định P mà không thể chứng minh được theo ý nghĩa chính xác bởi vì các tiền đề cần đến một chứng minh như thế phải bị ngờ vực nhiều hơn P. Nhưng P có thể chuyển hóa được một chút nào đó từ bất cứ tiền đề nào, để tất cả chúng ta cần bác bỏ bất cứ người nào phủ nhận P là sự thiện ý của người ta để tuyên bố một số điều gì đó và muốn nói về nó. Hiện nay, từ một quan điểm hiện đại, ví dụ, nếu P có thể được bắt nguồn một chút nào đó từ bất cứ tiền đề nào đó thì có thể chứng minh được, ví dụ, vì có thể nó được bắt nguồn từ sự phủ nhận riêng của nó. Sự thực, là muốn trở thành người chứng minh phải cung cấp tiền đề này là không thích đáng, vì như tranh luận tiếp tiền đề bị khử đi và P được chứng minh không giả định.⁽³⁴⁾

Đối với tôi dường như là ở đây Aristotle đã lầm bởi một số điều không đối xứng theo cách mà ông xử lý khoa học biện chứng và chứng minh. Ở trọng tâm của nó biện chứng là một

⁽³⁴⁾ Hơn nữa sự chứng có mà Aristotle bỏ sót điểm này do *An.post.* 77a31-35 cung cấp. Ở đó Aristotle cho là biện chứng không thể chứng minh bất cứ mệnh đề nào bởi người biện chứng tranh luận trên cơ sở là những người trả lời những câu hỏi và như thế có thể chứng minh một mệnh đề nếu Aristotle chỉ có thể thành lập từ những giả định trái ngược. Aristotle cho rằng vấn đề này không thể thực hiện được, mà, tất nhiên có thể thực hiện được nếu mệnh đề là sự thật logic.

qui trình tranh luận đối với Aristotle bao hàm hai người, một người hỏi (Q) và một người trả lời (A). Các câu hỏi của Q được phác họa để suy ra các khẳng định từ A mà từ đó các tham khảo được rút ra cho đến khi đạt tới một mệnh đề (có thể sự phủ nhận của một trong sự khẳng định gốc của A). Thường xuyên, Aristotle tóm tắt từ biện chứng tình trạng con người đến quy mô của khả năng có thể lờ đi mà các sự tham khảo được kéo ra không đúng, nhưng không đến qui mô của tự duy mà những kết quả của biện chứng đã có thể được đơn giản hóa từ việc kết nối của chúng với những quan điểm của A. Đối với biện chứng của Aristotle có thể phục vụ để bảo vệ một quan điểm con người ta trước sự phản đối của người khác hoặc bãi bỏ những quan điểm của con người, nhưng sự thành công của nó có liên quan chặt chẽ với các cá nhân. Mặt khác Plato, dường như cảm thấy là sự luyện tập biện chứng yếu và kéo dài có thể mang lại một tầm nhìn sâu xa, một tầm nhìn vượt quá cái gì chúng ta gọi là những ngụ ý logic chặt chẽ của sự trao đổi biện chứng.

Chú ý là xử lý của Aristotle về biện chứng hoàn toàn không giống với việc xử lý của ông về lý luận khoa học mà ông dường như để tách không nhiều thì ít hoàn toàn ra khỏi các người hành nghề. Ông đưa ra diện mạo của niềm tin hoàn toàn và ngậy thớ vào khoa học ở thời của ông; nhưng chúng ta có thể, nếu chúng ta thích, giả sử như Aristotle được chấp nhận vị trí mà, ít nhất với mối quan tâm đến các khoa học về toán, vai trò của ông là họa pháp hơn là mặt nào khác. Tuy nhiên, dường như khá rõ là Aristotle nghĩ về một vài đặc điểm của khoa học, mà ông cho là điều tất nhiên. Trong bất cứ trường hợp nào, đối với Aristotle, khoa học gồm có cái đầu tiên và cái trước nhất, nếu không nói là toàn bộ, sự tìm ra nguồn gốc đúng của các chân lý trên cơ bản của những điểm khởi đầu. Hơn nữa, Aristotle nghĩ đến sự tìm ra nguồn gốc trực tiếp, vì ông tin rằng những tranh luận thu nhỏ đóng vai trò không chủ yếu trong khoa học (Xem *An.post.*

62b38-40; *An.post.* i 26). Nếu chúng ta cho phép chứng minh gián tiếp dựa trên sự bác bỏ của những giả định do người chứng minh giới thiệu, thì không có lý do tại sao Aristotle có thể nghĩ đến việc bác bỏ không thể tính toán như một chứng minh không giả định.⁽³⁵⁾

Aristotle cung cấp trong *Meta.* Γ những sự bác bỏ thường xuyên bao hàm quy luật không mâu thuẫn. Tôi không nghĩ rằng Aristotle muốn tìm ra sự phản đối giả định này cho qui trình của ông, như chúng ta đã thấy, một người chưa hiểu quy luật không mâu thuẫn thì không có khả năng hiểu biết bất cứ điều gì và, vì thế, một cách đặc biệt, hiểu biết vài điều gì đó bằng chứng minh. Nói cách khác cho là Aristotle nghĩ không có thực vật đã “hiểu biết” quy luật không mâu thuẫn rồi và đơn thuần được chứng minh là sự giả vờ không hiểu của ông là không thể biên hộ được.⁽³⁶⁾ Từ quan điểm hình thức này, đối với tôi dường như tốt nhất là Aristotle sử dụng một quy tắc phù hợp theo quy luật trình tự để chứng minh sự đưa vào công thức của ông như một khẳng định. Phương cách này đặt vấn đề làm cho rõ ràng những bác bỏ của Aristotle là cái quái gì hoàn thành thực sự, trong khi cũng làm cho rõ ràng là có một ý nghĩa trong đó Aristotle hoàn thành cái mà ông sắp đặt để thực hiện, ví dụ để chứng minh một trong những tiên đề phổ biến của các ngành khoa học. Thiếu sót thực sự trong phép tính gần đúng của Aristotle về những nguyên lý

⁽³⁵⁾ Trong bản tranh luận của tôi, tôi sử dụng sự quan tâm do Irwin (1977-1978) đề xuất về việc xử lý quy luật không mâu thuẫn trong tập Γ là một kiểu mẫu của khái niệm khoa học của phái Aristotle mở rộng, xử lý một lớp bị hạn chế về những sự lập luận biện chứng như có tính khoa học. Cái gì tôi đã nói lên không bị ảnh hưởng nhiều nếu sự tương phản giữa lập luận khoa học và biện chứng của tôi đã biến đổi thành một giữa loại lập luận khoa học chặt chẽ hơn và rộng lớn hơn của tôi.

⁽³⁶⁾ Trích dẫn *Meta* 1005b23-26 nơi mà Aristotle cho là bất cứ ai phủ nhận quy luật không mâu thuẫn thì không tin tưởng cái gì mà ông nói.

phổ biến là sự thất bại của ông để công nhận một cách dứt khoát rằng những nguyên lý này cũng bao gồm các quy tắc, và lý luận đó không thể biện hộ những quy tắc của lý luận. Nhưng đối với các mục đích của phân tích lịch sử của tôi, điểm quan trọng là cái mà Aristotle đã nghĩ về những nguyên tắc phổ biến là những khẳng định mà có thể chứng minh đúng một cách biện chứng, và từ quan điểm của chúng tôi về sự chứng minh đúng, nếu có thể, có lẽ thành lập một sự chứng minh. Bằng cách khẳng định là sự chứng minh đúng không phải là một chứng minh mà chính bản thân Aristotle tách ra từ Plato, nhưng thêm một lần nữa, sự tách ra có vẻ là một vấn đề phân biệt cái mà Plato thực hiện không hơn việc từ chối để tiến hành một loại lý luận về những điểm khởi đầu toán học mà Plato tán thành một cách phấn khởi.

6. Tóm lược và kết luận:

Tôi kết luận bằng cách trình bày nhiều bản phác họa mà tôi đã đưa ra nối tiếp nhau theo thứ tự thời gian bằng cách bỏ qua những khả năng để lựa chọn chắc chắn mà tôi đã xem xét và bổ sung vài chi tiết nhỏ.

1. Toán học Plato được biết đến vào thời gian soạn thảo tác phẩm *Republic* có thể chỉ những định nghĩa được nhận thức như là những điểm khởi đầu. Plato cho là những định nghĩa này hoặc những sự việc này xác định các giả thuyết và ông tin vào các định nghĩa đó và do đó những lý thuyết toán học có thể được chứa trong một khối kiến thức phổ biến chứng minh những định nghĩa là đúng và biểu diễn một vài loại có nguồn gốc Bản thể học về tất cả các thực thể. Chúng có cho biết là Plato đã không phân biệt, ít nhất là rõ ràng, một mặt là giữa những biện hộ và những sự bắt nguồn, và mặt khác là sự suy diễn chính xác của loại liên kết với Euclid.

2. Toán học Aristotle được biết đến bao gồm những điểm khởi đầu trong việc bổ sung cho những định nghĩa ít nhất là

3 khái niệm phổ biến đầu tiên của tác phẩm *Elements*, có lẽ, được gọi là những tiên đề hoặc những tiên đề phổ biến. Chúng ta không thể biết tại sao hoặc thế nào những nguyên lý này được bổ sung vào mà chúng có thể liên kết lại với sự phản ánh của học viện Academy trên lý luận và trên lập luận. Aristotle tính đến các quy luật logic cơ bản trong số các tiên đề và có khuynh hướng suy nghĩ về chúng như chỉ là những tiên đề đã được sử dụng trong chứng minh toán học. Những điểm khởi đầu khác của một ngành khoa học theo Aristotle là duy nhất đối với mỗi ngành khoa học. Đôi khi, Aristotle nghĩ đến những điểm khởi đầu đặc biệt như là: các loại cơ bản gồm có những đối tượng cơ bản và những sở hữu được những đối tượng này chứng minh. Nhưng thường xuyên, Aristotle xem chúng như những khẳng định, gọi là, sự khẳng định về sự hiện hữu của những điều cơ bản và những định nghĩa về chúng và về các sở hữu. Nhưng với Aristotle những điểm khởi đầu này, ngay cả việc giải thích có tính chất đề xuất, chức năng như những suy đoán của sự tranh luận còn hơn những tiên đề. Khái niệm của loại và các đặc tính của nó như những điểm khởi đầu về khoa học là giải thích triết học của Aristotle và không phải là một sự mô tả thuần túy về khoa học vào thời của ông.

Giống như Plato, Aristotle nghĩ đến việc thực hành của khoa học như sự bắt nguồn của những kết luận dựa trên những điểm khởi đầu không được bàn luận trong khoa học. Nhưng trái lại Plato xem việc thực hành này là không thỏa đáng và được thay thế bằng một khoa học phổ biến, Aristotle xem nó như vốn có trong bản chất của khoa học. Do đó, Aristotle tranh luận là không có khoa học có thể chứng minh đúng những điểm khởi đầu riêng của nó bởi vì chỉ có sự chứng minh đúng nó có thể đưa ra là một chứng minh dựa trên những điểm khởi đầu của nó. Aristotle cũng tranh luận là không có khoa học cao hơn có thể chứng minh những điểm

khởi đầu của các khoa học như Hình học và Số học, nhưng ở đây Aristotle cuối cùng phải tin vào lý thuyết của ông là mỗi khoa học phải suy đoán một loại. Thường thường, Aristotle thực hiện điểm này bằng cách phủ nhận một ngành khoa học phổ biến. Ở đây, Aristotle đang tranh luận phản đối Plato, nhưng cuối cùng sự không thích hợp của Aristotle đi đến một sự kiên định về sự phân biệt giữa sự suy diễn với những hình thức lý luận mơ hồ hơn. Vì Aristotle cho phép các chứng minh siêu hình và biện chứng của những điểm khởi đầu; và trong trường hợp những tiền đề phổ biến thì chứng minh đúng, Aristotle phải đương đầu với số lượng của một chứng minh.

3. Trong tác phẩm *Elements* của Euclid, chúng ta tìm thấy những định nghĩa, những định đề và những khái niệm phổ biến như những điểm khởi đầu. Các định nghĩa chiếm ưu thế và có một điều xác nhận là việc giới thiệu các định đề và các khái niệm chung trong toán học Hy Lạp là tương đối trẻ. Thực vậy, với tôi dường như là hợp lý để nghĩ rằng các định đề được quy cho chính bản thân Euclid, và kết quả việc phân tách các mệnh đề và những phép dựng hình đòi hỏi đạt tới những kết quả chủ yếu trong phần kết thúc của tập 1. Các khái niệm chung là hầu hết còn mơ hồ, nhưng chúng ta thực sự có thể chắc chắn là việc lập thành công thức rõ ràng của chúng theo các nguyên bản toán học có niên đại trước Euclid. Trong bất cứ trường hợp nào, tôi thấy trong những điểm khởi đầu của Euclid mà mong muốn gợi ra cho một đọc giả không có thành kiến không có gì chứng tỏ chịu ảnh hưởng từ công trình của Plato hoặc của Aristotle. Nếu tôi phải chọn giữa Plato và Aristotle theo cái nhìn này, chắc chắn tôi chọn Aristotle. Nhưng sự đáng tin rộng rãi hơn của sự chọn này chắc chắn được giải thích thỏa đáng bằng những thuật ngữ liên quan của Aristotle để mô tả các ngành khoa học như chúng được còn hơn là những thuật ngữ về sự ảnh hưởng được cho là của ông trên con đường khoa học được hóa thành.

Phụ lục 1: Về Speusippus và Menaechmus theo Proclus

Theo bài bình luận về tác phẩm *Elements* của Euclid, Proclus tuyên đề cập đến các nhân vật Menaechmas và Speusippus vào thế kỷ thứ 4 tr.CN. Ông cho là Speusippus đã thành công một số ⁽³⁷⁾ như là bằng chứng cho thấy các định đề phép dựng hình của Euclid đã được biết đến trước thế kỷ thứ 4 tr.CN. Tôi không có gì bổ sung cho những tranh luận đã có sẵn tương phản với sự uyên bác của bằng chứng này, ⁽³⁸⁾ nhưng xứng đáng để xem xét những đoạn văn liên quan, vì chúng cung cấp một ví dụ hay về việc phải thận trọng như thế nào đối với những báo cáo của Proclus về toán học và triết học sơ kỳ cần phải được xử lý. Theo Friedlein 1873, 77.7. Proclus giới thiệu một cách tầm thường việc phân loại những mệnh đề (προτάσεις) thành những bài toán (πρβλήματα) hoặc các phép dựng hình và các định lý (θεωρήματα). Trong thực tiễn việc phân biệt là hoàn toàn rõ ràng, mặc dù lập thành công thức theo những thuật ngữ tổng quát là hoàn toàn không dễ dàng. Proclus tuyên bố:

Những bài toán bao gồm những phát sinh của các loại hình, những phép chia chúng trong những tiết diện, những phép trừ và những phép cộng chúng và nói chung các đặc tính mà kết quả có từ các qui trình như thế (tức là các đối tượng dựng hình?) và những định lý liên quan với chứng minh các thuộc tính chủ yếu của mỗi loại (những điều được xây dựng). (Friedlein 1873, 77.8-11).

⁽³⁷⁾ Chú ý von Fritz (1971, 392), von Fritz 1969, 94-95 đưa ra trả lời ngắn gọn đến các người chỉ trích, qua đó có lẽ chứng minh rằng Speusippus có thể đã tập thành công thức những định đề phép dựng hình, nhưng không có khả năng không chắc là như thế.

⁽³⁸⁾ Chú ý Tarán (1981, 427-428)

Proclus bảo chúng ta rằng chắc chắn các nhà tư tưởng vào thế kỷ thứ 4 tr.CN, đáng chú ý là Speusippus là cháu và người kế thừa Plato, cho là đúng ra nên gọi tất cả những điều ấy là định lý hơn là các bài toán vì trên cơ sở là các ngành khoa học lý thuyết đó giải quyết với những điều vĩnh cửu không còn có phát sinh. Do đó, tốt hơn hết nên cho là các đối tượng đã được giải thích hiện hữu và là “chúng ta xem việc chúng ta giải thích chúng như không phải việc chế tạo chúng mà như việc am hiểu chúng, nắm được các điều vĩnh cửu như thế chúng đang ở trong một tiến trình” (Friedlein 1873. 78.4-6).

Rõ ràng các đoạn văn này gợi ý là Speusippus đã làm hạ thấp một phân biệt hiện hữu của những mệnh đề toán học thành ra những định lý và những bài toán bằng cách khẳng định là tất cả những bài toán thực sự là những định lý. Nhưng có một số lập luận thuộc chủ nghĩa hoài nghi ban đầu về điều này. Thứ nhất là chúng ta không có bằng chứng độc lập về việc tồn tại sự phân biệt giữa các định lý và những bài toán vào nửa cuối thế kỷ thứ 4 tr.CN. Vào thế kỷ thứ 4 các định lý còn là những điều dự tính, những bài toán còn đang được đề nghị nghiên cứu điều tra. Thứ nhì, sự cố gắng làm hạ thấp sự khác biệt dường như bị lạc đường: cho công việc giải thích đó là những cách làm hiểu rõ những điều tồn tại vĩnh cửu thì không phủ nhận là có khác biệt giữa việc vẽ một hình vuông và chứng minh định lý của Pitagoras, một sự phân biệt là đánh dấu rõ ràng về mặt ngữ pháp Euclid, người lập công thức những định lý như các sự khẳng định, các bài toán sử dụng vô định cách (để vẽ một hình vuông trên một mặt phẳng cho sẵn” v.v...). Tôi cho rằng nếu Speusippus muốn thay thế từ ngữ “định lý” cho từ ngữ “bài toán”, đơn giản ông muốn thoát khỏi khái niệm xem khoa học như những vấn đề trả lời đã nổi lên hoặc xúc tiến qua những công việc đã ấn định (dù có vẽ hình hoặc chứng minh hay không) và qua khái niệm về nó như hiểu rõ những chân lý tồn tại vĩnh cửu.

Speusippus có thể phải tham khảo đến toán vẽ hình ⁽³⁹⁾ để nhấn mạnh sự không thích hợp về ngôn ngữ hình học (như Plato viết trong tác phẩm *Republic*), nhưng việc làm của ông rất cần không phải ngụ ý là quá trình hiểu rõ chân lý qua các chứng minh là ít ỏi nhất về đặc tính của thế giới của khoa học lý thuyết.

Giải thích này được xác nhận bởi những gì mà Proclus nói về Meanaechmus được cho là kẻ thù của Speusippus. Meanaechmus bảo với chúng ta, là ông muốn kêu gọi toàn thể tham gia thẩm tra các bài toán, nhưng Meanaechmus phân biệt hai loại bài toán có thể được góp ý: một loại để cung cấp tìm kiếm cái gì, loại khác để tìm hiểu có hay không một việc có đặc tính chắc chắn⁽⁴⁰⁾. Giả sử Meanaechmus đã hủy bỏ sự phân biệt do Proclus đưa ra cần phải nói là Meanaechmus đã phục hồi nó như một sự phân đôi trong loại của các bài toán. Từ ngữ “thẩm tra” mà Proclus không có động cơ để cung cấp, là một sự chỉ định rõ mà Meanaechmus không nói về các mệnh đề, nhưng nói về các loại điều người ta có thể thẩm tra, nghĩa là những bài toán theo ý nghĩa biện chứng chuẩn⁽⁴¹⁾. Sự phân chia các bài toán của Meanaechmus, quả thực, có thể là nguồn gốc sự phân chia của các mệnh đề thành các định lý

⁽³⁹⁾ Proclus đề ra ba ví dụ về phép dựng hình (phù hợp với *Elem.* “I” props. 1, 2 và 46) trong trình bày của ông về quan điểm của Speusippus. Tôi thấy không có nhiều lý do để giả định là những ví dụ riêng biệt này rút ra từ Speusippus nhiều hơn bất cứ những ví dụ khác của Proclus mà tôi nói đến trong bản phụ lục này.

⁽⁴⁰⁾ Friedlein 1873, 78,10-13 ὅτι ὅτε μὲν πορίσασθαι τὸ ζητούμενον γαβόντι ἰδεῖν ἢ τίς ἐστιν, ἢ ποῖον τι ἢ τί πέπονθεν ὁδῶν, ἢ τίνας ἐχί μὲν ἄλλο σχέσον. Tôi thấy không có lý do để chấp nhận sự gợi ý của Becker (1959.213) là περιωρισμο sẽ phải là περιωρισμον và, như thế, không có lý do để chấp nhận yêu cầu của Friedlein về sự phân biệt được Meanaechmus thực hiện được giải quyết giữa một bài toán vẽ hình và việc nghiên cứu điều tra về cái gì.

⁽⁴¹⁾ Bowen (1983, 27n36) giải thích của ông về những đoạn văn của Proclus bản luận trong phụ bản này thì khác với của tôi, gợi ý là προβλ ἡμεῖς có một ý nghĩa khác trong thế kỷ thứ 4, gợi ý là sự chứng minh hình học và suy luận khoa học.

và các bài toán của Proclus (hoặc ngay cả của Euclid); nhưng quan trọng để thấy rằng mối liên quan của Menaechmus với các loại thẩm tra mà không phải với các văn bản toán học giống như tác phẩm *Elements* của Euclid. Báo cáo của Proclus về Menaechmus xác nhận cái mà người ta mong muốn, gọi là các nhà hình học vào thế kỷ thứ 4 tr.CN bao gồm cả chứng minh các định lý và tiến hành các bài toán vẽ hình, nhưng không cung cấp bất cứ bằng chứng nào là các sách giáo khoa môn hình học vào thế kỷ thứ 4 tr.CN đã đánh dấu sự phân biệt trong bất cứ vấn đề gì như cách Euclid thực hiện.

Chúng ta có quyền phỏng đoán từ đoạn văn đáng xét nhất này là Speusippus gọi tất cả định lý kiến thức hình học, nghĩa là những vấn đề dự liệu trước đối với lý luận của người theo học thuyết Plato và là Menaechmus thực hiện một sự phân biệt giữa 2 loại sự việc mà một nhà toán học có thể thẩm tra, nghĩa là giữa hai loại bài toán. Thỉnh thoảng về sau sự phân biệt của Menaechmus được đổi thành một trong hai loại kết quả (các mệnh đề) mà nhà toán học có thể hoàn thành một bài toán vẽ hình và một định lý.

Theo Friedlein 1873, 178.1 Proclus quay về các mệnh đề và các tiên đề của Euclid, mà ông xem là những loại nguyên lý (ἀρχαί). Proclus kiến nghị rằng sự phân biệt giữa các định đề và các tiên đề song song với sự phân biệt giữa những bài toán và các định lý; nhưng các nguyên lý đó luôn luôn phải là cấp trên so với các điều sau chúng trong sự đơn giản, không thể chứng minh đối, và tự hiển nhiên. Proclus trích dẫn Speusippus:

"Speusippus tuyên bố, nói chung, trong cuộc tìm kiếm kiến thức, đầu óc chúng ta bận rộn, chúng ta trình bày điều nào đó và chuẩn bị chúng cho việc sử dụng thẩm tra về sau này không làm bất cứ sự trệch phức tạp nào và đầu óc của chúng ta có một sự tiếp xúc với chúng rõ ràng hơn tầm nhìn có những mục tiêu nhìn thấy được; nhưng những cái khác, không thể hiểu được ngay và như thế tiến lên từng bước

về phía chúng và nỗ lực để đoat được chúng bằng các hệ quả của chúng". (Friedlein 1873, 179.14-22: Giải thích trong Morrow 1970 - ad loc).

Proclus tiếp tục đề ra các ví dụ minh họa sự khác biệt giữa nguyên lý và kết quả tiếp theo và quay về so sánh các định đề với các bài toán và so sánh các tiên đề với các định lý. Ông nói:

"Tuy nhiên, có người nghĩ coi tất cả các định đề nguyên lý, đúng như họ coi tất cả sự việc tìm kiếm những bài toán là đúng. Như thế, ở phần khởi đầu tập 1 - của tác phẩm *On Equilibria*, Archimedes tuyên bố: "chúng ta có định đề về các trọng lượng ngang nhau ở các khoảng cách ngang nhau thì cân bằng". Nhưng người ta có thể coi đây là một tiên đề hơn là cái gì khác. Người khác coi chúng là tiên đề tất cả, đúng như họ gọi tất cả cần đến những định lý chứng minh. Đường như là các người này đã chuyển các từ ngữ từ việc sử dụng riêng biệt sang những việc sử dụng phổ biến phù hợp với cùng phép loại suy". (Friedlein 1873, 181.16-24).

Đường như dễ hiểu là Proclus đang kể chuyện về Menaechmus và Speusippus, nhưng nổi bật là câu ví dụ về việc coi tất cả các định đề được nêu ra không phải từ những văn bản thế kỷ thứ 4 tr.CN nhưng từ Archimedes, ông đã chết vào cuối thế kỷ thứ 3 tr.CN, và chắc chắn không coi tất cả các định đề nguyên lý, nhưng không nhiều thì ít hoàn toàn không để ý đến những sự phân biệt có tính thuật ngữ, Proclus cho là quan trọng. Chúng ta không thể loại trừ khả năng mà Menaechmus sử dụng từ "định đề" trong vài điều nào đó giống như cách đo Proclus đề xuất, nhưng đoạn văn về các bài toán gợi ý là hầu hết Proclus coi bất cứ điều gì đòi hỏi được cấp cho. (hoặc thừa nhận) trong thẩm tra toán học là một "định đề"⁽⁴²⁾.

⁽⁴²⁾ Khả năng liên quan đến vấn đề bàn luận của Menaechmus là sự phân biệt của Aristotle giữa một định đề và một giả thuyết. Xem n14, kể trên.

Chúng ta không có lý do để giả định là ông phân biệt các loại định đề như ông phân biệt các loại bài toán mà có lý do để giả định rằng trong việc coi chúng là các định đề ông tác động trở lại đối với một sự phân biệt giữa các nguyên lý về phép vẽ toán và về mệnh đề.

Proclus đưa ra 2 cặp ví dụ để minh họa sự phân biệt của Speusippus giữa các nguyên lý và các vấn đề theo sau chúng. Định đề thứ nhất của Euclid (phép vẽ toán về hình tam giác đều); và định đề thứ ba của ông và phát sinh của một đường xoắn ốc bằng chuyển động của một điểm dọc theo đường bán kính xoay vòng của một vòng tròn. Tarán (1981. 427-428 tranh luận là những ví dụ không phải của Speusippus. Vì các mục đích của tôi đủ thẩm quyền để tuyên bố rằng chúng ta không thể xác nhận chúng là của Speusippus và, vì thế không thể từ đoạn văn này suy ra rằng các định đề thứ nhất và thứ ba của Euclid đã được lập thành công thức như “những nguyên lý” trong nửa thế kỷ thứ 4 tr.CN. Tôi giả định, chúng ta có thể chấp nhận là Speusippus đã gọi tất cả các tiên đề các nguyên lý, nhưng chúng ta không có khái niệm thật rõ ràng rằng tại sao Speusippus chọn từ ngữ đó hơn các khả năng khác⁽⁴³⁾. Câu sau cùng của đoạn trích dẫn sau đúng gọi ý là Proclus đã không có thông tin về lý luận, nhưng chỉ thừa nhận sự lựa chọn của “tiên đề” như một tên đối với các nguyên lý liên quan đến sự chọn của “định lý” như một tên gọi đặt cho những gì ở đằng sau các nguyên lý.

Kết luận của tôi là các đoạn văn của Proclus mà tôi đã bàn luận, kể lại cho chúng ta rất ít về toán học và triết học về toán học vào thế kỷ thứ 4 tr.CN mà chúng ta chưa có thể phỏng đoán được. Thông tin quan tâm chủ yếu mà chúng ta có được, có lẽ là Menaechmus đã thực hiện một sự phân biệt giữa các khẳng định được chứng minh và các phép vẽ toán được tiến

⁽⁴³⁾ Quan tâm để làm sống lại khái niệm về các tiên đề của Aristotle như những tiên đề chung của tất cả các ngành khoa học.

hành; vì chúng ta không có công nhận rõ ràng về sự phân biệt đó trong tác phẩm của Plato hoặc Aristotle, mặc dù, tôi nghĩ rằng nó phải thích hợp với toán học, mà họ đã nắm rõ. Chúng ta có được thông tin triết học về việc sử dụng từ ngữ “định lý” của Speusippus và “bài toán” của Menaechmus về việc sử dụng từ và có lẽ việc sử dụng từ “tiên đề” ở thời xưa và việc sử dụng từ “định đề” sau này. Nhưng không có điều gì của thông tin này đối với tôi dường như trong bất cứ phương cách đặc trưng nào có quan hệ với nội dung toán học thế kỷ thứ 4 tr.CN.

Phụ lục 2: Oenopides và Zenodotus

Proclus đề cập đến (Friedlein 1873, 65.21-66.4) Oenopides ở Chios trong bảng tóm lược về lịch sử hình học được gọi là “Eudemian”. Lẽ tất nhiên để suy luận ra từ sự tường thuật này là Oenopides đã hoạt động vào khoảng năm 450 tr.CN. Proclus cũng kể lại cho chúng tôi (Friedlein 1873. 283.7-9) là Oenopides là người đầu tiên nghiên cứu bài toán hạ một đường trực giao từ một điểm đến một đường thẳng, một bài toán mà Proclus nghĩ ra hữu dụng cho Thiên văn học và (Friedlein 1873, 333-5-6) và Oenopides là người đầu tiên đã khám phá ra (cách giải) bài toán vẽ sao chép một góc. Trong phần thứ nhì của các đoạn văn này, Proclus đề cập đến Eudemus như là nguồn thông tin, như thế chắc đúng là Eudemus là nguồn cơ bản của Proclus cũng như là nguồn đầu tiên; cũng không có lý do để ngờ vực là chúng ta còn phải đối phó với Oenopides ở Chios vào thế kỷ thứ 5. Vì vào thời của Heath (đối chiếu 1921, i 175) đã có thói quen cho là sự đổi mới của Oenopides đã tiến hành các phép vẽ toán đang bàn đến với một cây thước và và một cái compa, vì hạ một đường trực giao có thể dễ dàng giải quyết bằng cách sử dụng một góc vuông của người thiết kế. Đối với cách phỏng đoán này về sau Szabó (1978, 273) bổ sung vào một yếu tố khác: Oenopides sử dụng có ý thức ba định đề đầu tiên của Euclid và có lẽ là người khởi thủy. Tuy nhiên, có một sự khác biệt lớn giữa việc

rút gọn một vài phép vẽ toán với các yếu tố khác và thừa nhận các định đề là những điểm khởi đầu. Như là đối với chính phỏng đoán của Heath, rất có thể là Eudemus đã quy cho các nhà hình học lão thành cách giải các bài toán và các chứng minh các định lý mà Oenopides nghĩ là suy đoán bởi kiến thức khác như được gán cho chúng (Xem, ví dụ Dicks 1959, 302-303; Gigon 1945, 55; Wehzi 1969, 116). Sự bàn luận về điểm này đã làm tiêu điểm rộng rãi về việc đoán kết quả nào đó cho Thales, nhưng có mỗi lý do để suy nghĩ là Oenopides đã thực hiện như thế trong trường hợp của Oenopides.

Proclus đề cập đến trường hợp Oenopide, vào lúc khác trong sự kết nối với nhiều vấn đề triết học nhiều hơn:

“Chung quanh Zenodotus người có liên quan tới việc kế thừa Oenopides và đã là một học trò của Andron, đã phân biệt các định lý với các bài toán theo phương cách như sau: một định lý thăm tra cái mà sở hữu được khẳng định đối với vấn đề lệ thuộc của nó, một bài toán gì là trường hợp đề ra là như thế và như thế là trường hợp. (Friedlein 1873, 80.15-20).

Đoạn văn này thông tin cho chúng ta tất cả chúng ta hiểu biết về Zenodotus, Andron và sự kế thừa của Oenopides, như thế không có cơ sở thực sự về sự khẳng định của von Fritz (1937, Col. 2267) mà Zenodotus đã là một “Enkelschüler” của Oenopides ở Chios⁽⁴⁴⁾, những thuật ngữ trong đó sự phân biệt giữa định lý và bài toán được thực hiện qua và qua Peripatetic,⁽⁴⁵⁾ đề xuất một

⁽⁴⁴⁾ Và thậm chí, nếu Zenodotus là học trò của học trò của Oenopides, thì cũng không có cơ sở cho việc suy luận liên quan của Oenopides đến Zenodotus, nhiều hơn việc suy luận liên quan từ Socrates đến Aristotle.

⁽⁴⁵⁾ Như được Proclus làm thành công thức về sự phân biệt trong vấn đề mà hầu hết chắc chắn là giữa một khẳng định xác thực và một khẳng định giả thuyết. Không nghi ngờ là sự mô tả một định lý là một sự mô tả một khẳng định xác thực Peripatetic, sự xác định một đặc tính của một đề tài. Hiển nhiên là một bài toán được làm đặc trưng như một giả thuyết, xem theo sự mô tả của Galen.

floruit không sớm hơn cuối thế kỷ thứ 4 đối với Zenodotus. Ngay sau Zenodotus, Proclus đề cập đến phương cách Posidonius đã thực hiện việc phân biệt (các bài toán yêu cầu trong bất cứ trường hợp nào điều gì đó tồn tại, các định lý cái gì hoặc loại gì của điều gì đó tồn tại) nếu như có phần nào đó đã nhận được từ (ὅθεν) của Zenodotus. Sự chỉ định này cung cấp vài sự ủng hộ cho một *terminus ad quem* vào thế kỷ thứ nhất tr.CN, nhưng trong sự thiếu thông tin về Andron hoặc việc kế thừa Oenopides có ý nghĩa gì, vấn đề thời đại phải được để lại về sau. Việc suy xét về tính dễ hiểu gợi ý là chúng ta đồng nhất hóa Oenopides này với thời đại thế kỷ thứ 5, người ta đã đề cập về Proclus ở một nơi khác, nhưng sự đồng nhất này không giúp được để làm rõ đặc tính về toán học vào thế kỷ thứ 4 và 5.

Lời cảm ơn:

Bài viết này đã được soạn thảo trong khi tác giả đã có được một người trợ thủ nghiên cứu từ National Endowment for the Humanities. Những phần của đề tài đã được nghiên cứu theo các nhóm tại Los Angeles và Davis, California trước sự trình bày về các ý tưởng chủ yếu của nó tại hội nghị Pittsburgh. Cuộc thảo luận tại hội nghị này đã gây ảnh hưởng cho bài viết này theo nhiều phương cách hơn, mà hiện nay tôi có thể khôi phục một cách tiểu tiết, mà tôi trân trọng tỏ lòng cảm ơn Alan Bowen, Jim Lennox, Goeffrey Lloy, Tom Upton, và sau cùng đặc biệt là Joan Kung và Henry Mendell.

Trích dẫn. Việc sử dụng của Aristotle về τῖνος ὄντος τὸ ποκεῖμενόν εἰς theo *Top.* 111b17-18 với bình luận của Alexander.

Nếu Proclus đề ra một sự giải thích chính xác ý nghĩa của Zenodotus, rồi Zenodotus so sánh tóm lược những đề xuất của một bài toán với tiền đề của đối tượng có điều kiện, được tạo ra với kết quả tất nhiên. Do đó, ông có thể đã đọc mệnh đề đầu tiên của Euclid, "Nếu có một đường thẳng, thì có thể tạo thành một hình tam giác đều".

TỶ LỆ VÀ TỶ LỆ THỨC TRONG TOÁN HỌC HY LẠP SƠ KỲ ⁽¹⁾

D.H FOWLER

Hãy để cho Aristotle giới thiệu chủ đề. Tác phẩm *Topics* của ông là một cẩm nang về biện chứng tam đoạn luận, một cuộc tranh luận chính thức giữa 2 người được gọi là “Người Chất vấn” và “Người Trả lời”. Trong *Top* 158a31-158a2, Aristotle viết:

“Có những giả thuyết nào đó mà một lập luận cùng một lúc khó đưa ra và dễ đương đầu. Những điều như vậy theo trình tự của tự nhiên có những điều đứng trước và những điều đứng, sau. Đối với vấn đề trước thì yêu cầu định nghĩa trong khi vấn đề sau cần phải trải qua nhiều bước nếu người ta mong muốn bảo đảm an toàn cho một chứng minh liên tục từ những nguyên lý đầu tiên, nếu không toàn bộ các thảo luận về chúng có vẻ chỉ là nguy hiểm: Để có thể chứng minh bất cứ điều gì đó trừ phi người ta bắt đầu theo những

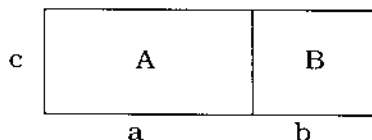
⁽¹⁾ Tôi sử dụng nhóm từ “Toán Học Hy Lạp sơ kỳ” để biểu thị thời kỳ đi lên và bao gồm thời Archimedes.

nguyên lý thích hợp và kết nối suy luận với suy luận cho đến đạt được điều sau cùng. Bây giờ, để định nghĩa những nguyên lý đầu tiên là đúng với những gì mà người trả lời không quan tâm thực hiện, họ cũng không dành cho bất cứ chú ý nào nếu như người chất vấn thực hiện một định nghĩa: và cho đến khi cái gì trở nên rõ ràng thì đó là điều được đề ra, tuy thế không dễ dàng để thảo luận điều đó. Loại sự việc này xảy ra một cách đặc biệt trong trường hợp của các nguyên lý đầu tiên: Từ khi những mệnh đề khác được chứng minh thông qua những nguyên lý này, thì điều này không thể được chứng minh thông qua bất cứ sự việc nào khác: chúng ta bắt buộc phải hiểu mọi đề mục của loại đó bằng một định nghĩa. Những suy luận cũng vậy, sự tùy hứng sai lầm ấy cũng gắn với nguyên lý đầu tiên thì khó xử lý trong lập luận. Tuy nhiên, điều khó nhất của tất cả các định nghĩa để xử lý trong lập luận là những lập luận đó sử dụng những thuật ngữ về định nghĩa nào, trước hết, không chắc chắn là liệu chúng được sử dụng theo một hay nhiều nghĩa, và, hơn nữa, liệu chúng được sử dụng theo “nghĩa đen” hay “bằng phép ẩn dụ” qua người định nghĩa. Do bởi sự tối nghĩa của chúng nên không thể lập luận với những thuật ngữ như thế và do bởi không thể nói liệu sự tối nghĩa ấy là do bản chất của chúng sử dụng phép ẩn dụ, không thể hạch hỏi lại chúng... Thường xảy ra khó khăn trong thảo luận hoặc tranh luận một luận điểm để ra vì định nghĩa đưa ra không đúng... Trong toán học cũng vậy, những điều nào đó dường như không dễ chứng minh vì thiếu một định nghĩa, ví dụ đường thẳng, song song với cạnh, cắt một mặt phẳng phân chia tương tự (ὁμοίως) cả đường thẳng lẫn bề mặt. Nhưng, ngay khi định nghĩa là đã được xác định, đặc tính đã tuyên bố là biểu thị ngay: đối với các bề mặt và các đường thẳng có cùng ἀντιστοιχείας và đó là định nghĩa về tỷ lệ bằng nhau...

Nhưng nếu các định nghĩa của các nguyên lý không chuyển xuống, thì khó và có lẽ hoàn toàn không thể áp dụng chúng

được. Có một sự giống nhau sít sao giữa những quá trình⁽²⁾ hình học và những quá trình biện chứng”.

Tóm lại: Hãy định nghĩa các khái niệm của bạn! Mệnh đề toán học mà Aristotle mô tả theo kiểu mơ hồ điển hình của Aristotle, phải như sau:



Hình 1

“Nếu một hình chữ nhật hoặc hình bình hành được phân chia bởi một đường song song với hai cạnh, như trong hình 1, thì tỷ lệ các cạnh đáy, $a:b$ là bằng tỷ lệ của các diện tích, $A:B$ ”.

Sau đây, tôi sẽ dựa vào mệnh đề này: đó là “Mệnh đề *Topics*”: Một đáp số tương tự được Euclid chứng minh trong *Elem.* vi.prop.1 nơi tạo thành sự liên kết giữa việc nghiên cứu về những hình⁽³⁾ bằng nhau trong các tập 1-4 và những hình tương tự trong tập 6 và và tập sau đó.

Không có gì quá đáng để cho rằng tác phẩm *Elements* xoay quanh mệnh đề này⁽⁴⁾. Và vì thế xứng đáng xem xét chứng minh của nó thật chi tiết. Đây sẽ là chủ đề của tiết 1.

⁽²⁾ Chủ yếu về lời giải thích này nằm được từ Ross 1908-1952 i, ví dụ toán học phỏng theo “Health 1949-80”.

⁽³⁾ Đó là, cân bằng với đại lượng, căn cứ theo khái niệm của phái Euclid về cân xứng và không cân xứng, đề ra trong những Khái niệm Chung trong tập 1. Thành thạo, khái niệm này được các nhà toán học mô tả như “Cắt và Dán” cân xứng.

⁽⁴⁾ Vai trò của mệnh đề *Topics* theo các lý thuyết hình thức về các tỷ lệ thức và sự phân loại của những cái không thể so được với nhau trong tác phẩm *Elements* được phân tích chi tiết trong Knorr 1975 – Chương 8. Tuy nhiên, tiểu luận kèm theo của Knorr lệ thuộc nặng nề vào sự khó khăn về chứng minh của ông trong *Elem.v.* prop. 9 (Nếu đó là: $a::b::c$; rồi $a=b$), xem Knorr 1975 338-340. Nhưng chắc chắn một nhà toán học thực hành đối diện với khó khăn mà Knorr đã không bảo vệ được, mong muốn xúc tiến gián tiếp thông qua đặc tính so le mà Knorr đã chứng minh đúng. Rồi thì đối với $a::b::c$ được ngang bằng với $a:b::c:c$, từ đó đáp số theo sau ngay.

Chúng tôi bắt đầu từ “các nguyên lý đầu tiên theo yêu cầu về định nghĩa xác định” của Aristotle.

“Tỷ lệ” (λόγος) là gì và/hoặc “Tỷ lệ thức” (ἀναλογία) là gì?

Khó bàn luận về các từ đó vì thường là không chắc chắn, như Aristotle tuyên bố, liệu chúng được sử dụng “một nghĩa hoặc một số nghĩa... và theo nghĩa đen hay theo nghĩa ẩn dụ”⁽⁵⁾. Chúng thường được các tác giả xưa và nay xử lý như đồng nghĩa; nghĩa là sử dụng một số mô tả tương đương rõ ràng khác để diễn tả các quan niệm cơ bản và chính các từ ngữ của chúng có sự biến đổi rất rộng rãi theo một nghĩa rộng phi toán học. Tuy nhiên sự giới thiệu này còn phải bổ sung các từ ngữ để đồng nhất hóa sự phân biệt.

Tôi muốn thực hiện và duy trì, sau đây tôi sẽ sử dụng chúng với các ý nghĩa khác biệt xác định như sau.

✦ *Tỷ lệ*: Euclide phát biểu trong *Elem* def. 3:

λόγος ἐστὶ δύο μεγεθν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα ποιεῖ σχέσις

Một tỷ lệ là một loại liên quan về kích cỡ giữa hai đại lượng của cùng một loại.

Cũng như vậy, căn cứ hai đối tượng đồng nhất này⁽⁶⁾ *a* và tỷ lệ giữa *a* và *b* (rút gọn lại là *a:b*) sẽ không nhiều và không không ít hơn một sự mô tả đúng sao cho sự liên hệ này được nhận thức và được diễn tả.

⁽⁵⁾ Ví dụ, xem sự mô tả hữu ích trong Mueller 1981, 138 (được trích ngay trong khung cảnh này theo Berggren 1984, 400) về khái niệm định nghĩa của Euclid như các đặc tính hóa các khái niệm độc lập. Ở đây, chúng ta phải rút ra: “Những khái niệm nào này được hiểu độc lập” có thể và xem xét chúng trong bối cảnh lịch sử, như chúng ta biết về nó.

⁽⁶⁾ Tôi sẽ sử dụng từ “đối tượng” này như đồng nghĩa với đại lượng hoặc μέγεθος. Euclid không đề ra một định nghĩa về tỷ lệ của hai μέγεθος, qua việc Euclid giới thiệu ý tưởng, như sẽ được ghi chú ở phần dưới.

✦ Tỷ lệ thức: chúng ta đọc trong *Elem.* v.def. 5 và 6:

“ΕΝ ΤΩ ΤΩΑΜ λόγῳ [=ἀνάλογον] μεγέθη λέγεται...

[Bốn] đại lượng được cho là theo tỷ lệ giống nhau (đó là tỷ lệ thức) nếu...

Điều này có nghĩa tính tỷ lệ là một điều kiện có thể hoặc không có thể nắm được giữa bốn đối tượng. Căn cứ vào a , b , c và d , từ đó, chúng ta trả lời hoặc là “Chúng thỏa điều kiện và như thế chúng là số hạng tỷ lệ” (Rút gọn là $a:b::e:d$); hoặc chúng không thỏa điều kiện và như thế thì chúng không phải là số hạng tỷ lệ; hoặc “Chúng không đủ để thỏa một vài điều kiện đồng nhất, như thế câu hỏi về tính tỷ lệ không thể áp dụng”. Ví dụ: sẽ là vô nghĩa để yêu cầu trong bối cảnh của *Topic*, liệu $a:b::A:5^{(7)}$ có hay không?

Lúc bấy giờ, định đề *Topics* có hai sự thành lập công thức khác nhau mà tôi sẽ phân tích. Mỗi a , b , A , và B là số hạng tỷ lệ, nghĩa là $a:b$, $a:b::A:B$, hoặc tỷ lệ của a với b là bằng với tỷ lệ của A với B , nghĩa là $a:b = A:B$ (nơi chúng ta cũng phải mô tả những điều kiện dưới hai tỷ lệ nào là bằng nhau).

Đã quan tâm đến những định nghĩa của những nguyên lý đầu tiên. Tôi sẽ tiếp tục “các suy luận quá chặt chẽ đối với nguyên lý đầu tiên và vì thế là khó xử lý bằng tranh luận, và thảo luận chứng cứ của mệnh đề *Topics* như thế nào tùy thuộc vào định nghĩa cơ bản về tỷ lệ hoặc tỷ lệ thức. Chỉ khi nào chúng ta nhận thức về dãy hàng có thể là những cách cho cảm giác đối với những khái niệm bao hàm

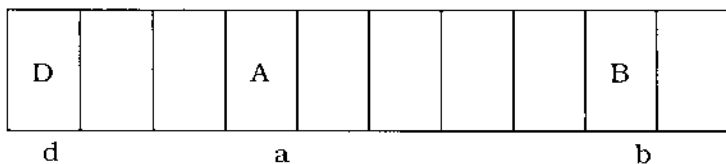
⁽⁷⁾ Có thể có một số điều kiện về tính đồng nhất: Chúng ta có thể có — (i) a , b , c , và d tất cả các đại lượng đồng nhất, (ii) a và b đại lượng đồng nhất c và d đại lượng đồng nhất, nhưng a và c thì không đồng nhất (iii) a , b , c , và d tất cả $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\omicron\iota$ (iv) a và b là đại lượng đồng nhất c và d $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\omicron\iota$ hoặc (v) a và b $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\omicron\iota$ c và d đại lượng đồng nhất. Euclid có mâu thuẫn trong tư tưởng về (i) và (ii) (Mueller 1970); (iii) là chủ đề *Elem.vii.viii*; và thiếu bất cứ sự liên kết nào giữa các lý thuyết về *Elem.v* và *viii*; và về bất cứ cuộc thảo luận nào về (iv) và (v) dẫn đến một sự thiếu sót hiển nhiên theo chứng minh của *Elem.x*. Mệnh đề 5.

việc chúng ta phải xem xét cái gì có thể tạo thành một chứng minh suy diễn của đáp số này trong một khung cảnh lịch sử đề ra. Từ đó, các chứng minh khác nhau sẽ minh họa hai sự tương phản khác mà tôi muốn nhấn mạnh và bàn luận: về toán học số học chống lại toán học phi số học, và về toán học Hy Lạp sau chống lại toán học Hy Lạp.

1. Bảy chứng minh của mệnh đề *Topics*.

1.1. “Chứng minh” chất phác

Tìm ra một ước số chung d của a và b . Hình chữ nhật D (Xem Hình 2) sẽ là ước số chung của A và B , và nhiều lần (gọi là n) d nhập vào a , D sẽ nhập vào A ...Do đó



Hình 2

+ *Dẫn giải*: Điều này cho chúng tôi biết gì về tỷ lệ và Tỷ lệ thức? Định nghĩa gì là cơ bản? Cả hai ý tưởng này cũng không có vẻ những ý tưởng được đề cập đến một cách dứt khoát và một bản giải thích rộng rãi về sự “chứng minh” có thể đề ra không nhiều hơn một định nghĩa cơ bản mà, đối với bốn áp dụng: $m:n::m':n'$ nếu $m = m'$ và $n = n'$; và một định nghĩa tương tự cho bốn đại lượng $a;b::A:B$ nơi mà $a = nd$, $A = nD$, $b = md$, và $B = mD$ đối với đại lượng d và D nào đó.

Tính hiển nhiên dứt khoát nào, cho phép chúng ta chứng minh như thế, hoặc sự biến đổi nào đó của nó, như một lập luận của toán học Hy Lạp vào thế kỷ thứ 4 hoặc thứ 5 trước Công Nguyên? Theo tôi biết thì không.

Mặc dù, các sự dành được này, loại chứng minh này, thường chỉ ngụ ý, dường như chiếm ưu thế cho các cuộc thảo luận lý thuyết về tỷ lệ và tỷ lệ thức tiền Eudoxus.

1.2 Định nghĩa và chứng minh hình học:

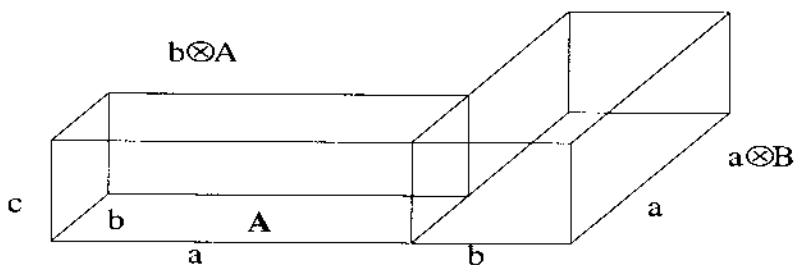
Cho $a, b, c, \dots$ là các đường thẳng và $A, B, C, \dots$ những vùng mặt phẳng của loại hạn chế phù hợp nào đó; ví dụ, các vùng có hình chữ nhật sẽ đáp ứng nhu cầu. Chúng ta giả sử rằng các đối tượng hình học này có thể được thao tác theo phong cách của *Elements* i-iv. Định nghĩa một hoạt động, được thảo ra ở đây và sau cùng là một phép nhân $--- \otimes ---$ (nhưng bất cứ từ ngữ hoặc sự rút gọn nào khác sẽ dùng tốt như nhau) như sau đây:

Tích số $a \otimes b$ của 2 đường thẳng là hình chữ nhật với các cạnh kề a và b , và tích số $a \otimes B$ của một đường và một vùng mặt phẳng là hình lăng trụ đều với đáy B và chiều cao a .

Và xác định.

Các số x, y, z và w là tỷ lệ thức nếu $x \otimes w$ và $y \otimes z$ thành nghĩa và bằng nhau (xem $n^{(3)}$)

Thế thì chứng minh của mệnh đề Topics đi theo ngay tức thì (xem hình 3) vì $a:b::A:B$ nghĩa là $a \otimes B = b \otimes A$, là đúng vì cả hai là khối chữ nhật với cạnh a, b, c .



Hình 3

+ *Diễn giải:* Chứng minh này được xây dựng từ các phần hợp thành Euclid hoàn hảo [xem *Elem.ii* def.1 và vì prop 16, nơi Euclid tham khảo “hình chữ nhật được bao gồm ($\pi\epsilon\rho\iota\epsilon\chi\omicron\mu\epsilon\nu\omicron\nu$) bởi 2 đường” và vì. prop. 19, cho một thao tác tương tự đối với bốn $\acute{\alpha}\rho\iota\omicron\mu\epsilon\iota$] và nói chung tin tưởng rằng các mốc vật chất này từ lý thuyết Tỷ lệ thức trước đây trong Elements v. Những kết quả cơ bản khác về lý thuyết tỷ lệ thức trong Euclid có thể được vận dụng bởi một sự mở rộng của qui trình này. Nói cách khác, không có khó khăn trong việc xây dựng một lý thuyết về tính tỷ lệ từ các kỹ thuật cơ bản có giá trị, Hippocrates và Theodorus nói thế. Nhưng tôi không tiến tới đó như một đề nghị việc tái xây dựng một định nghĩa ban đầu của tính tỷ lệ; về định nghĩa này chúng ta có ít hoặc không có bằng chứng một phương pháp hoặc định nghĩa khác, và tất cả điều mà chúng ta có thể nói là loại thao tác này gần cùng thời với tác phẩm Elements của Euclid đã trở nên một phần tiêu chuẩn của lý thuyết Tỷ lệ thức cổ xưa trong hình học và trong $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\eta\tau\iota\kappa\tau$. Theo hình thức này chỉ để bỏ lại các sự khẳng định phổ biến mà các nhà toán học vào thế kỷ thứ 5 trước công nguyên đã không có các phương tiện sẵn có sử dụng để phát triển một lý thuyết về tính tỷ lệ mà phải vận dụng những đại lượng không thể đo lường được.

Đây là một chứng minh lý thuyết Tỷ lệ thức: tỷ lệ $x:y$ không xác định.

1.3. Giải thích số học hóa:

Trong một thời gian dài, và rõ ràng là từ khi Descartes, hình học đã được số học hóa. Trong loại giải thích này:

Các chữ $a, b, \dots; A, B, \dots$ mở hồ, các đối tượng hình học được thao tác theo hình học hoặc những “số” (hoặc “các số lượng bằng số”) được thao tác theo số học.

Khu vực của hình chữ nhật, một số, là tích số các chiều dài của cạnh đáy và chiều cao của nó và chiều cao, nghĩa là $A = a \times c$ trong hình 1.

Tỷ lệ của hai đại lượng là số thương của các số phù hợp, $x:y = \frac{x}{y}$. Các định nghĩa này và các thao tác số học được cho phép thế thì, mang lại chứng minh như sau:

$$a : b = \frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{A}{B} = A : B.$$

Diễn giải: Đây là không có gì để thực hiện với toán học Hy Lạp sơ kỳ. Thời gian đầu tiên là bất cứ điều gì giống như điều đã được thành lập trong hình học Hy Lạp là trong hình học bằng thơ có vần của Heron, vào thế kỷ thứ nhất sau công nguyên. Tôi sẽ thảo luận sự ban hành bổ sung này trong tiết 2.

Một số là gì ? Trả lời theo câu hỏi này, thực tế, dễ dàng để cung cấp và bất cứ định nghĩa khác biệt nào về tỷ lệ được quy định như ở dưới đây có thể xem xét như những số theo ý nghĩa nào đó. Nhưng một câu hỏi khó trả lời thực sự là làm thế nào có thể mô tả đúng và đầy đủ số học với những con số này ? Tôi tin rằng câu hỏi này đặt ra một bài toán phức tạp và sâu xa đối với toán học số học hóa, mặc dù dễ lầm lẫn với các nhà toán học thời kỳ sau Phục hưng hình như đã có khả năng để thao tác những con số thập phân, mới được giới thiệu tại phương Đông và vào cuối thế kỷ thứ 16. đã làm cho chúng có khả năng để tập hợp bài toán theo một khía cạnh trong 2 thế kỷ. Nhưng không thể trả lời thỏa đáng, trả lời thỏa mãn trước ngày thứ tư 24-11-1858, ngày khi Dedekind tuyên bố là ông đã nhận thức được cấu trúc về số thực của ông. Trong tác phẩm *Zahlen* của ông (1872, xem xét Dedekind 1901), Dedekind định nghĩa bài toán cộng tỉ mỉ và rồi tiếp tục tuyên bố:

“Đúng như bài toán cộng được định nghĩa, như thế có thể các hoạt động khác của cái gọi là về số học sơ đẳng đã được định nghĩa, tức là, sự hình thành của các hiệu số, các tích số, các thương số, các lũy thừa, các căn số, các phép tính Logarit và theo cách này, chúng ta đi đến các chứng

minh thực của các định lý nghĩa là: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$, mà điều tốt nhất về kiến thức của tôi, chưa bao giờ được thành lập trước đây ⁽⁸⁾.

Đây là một chứng minh lý thuyết tỷ lệ: tỷ lệ là định nghĩa đầu tiên và từ đó tỷ lệ thức được định nghĩa là tính cân bằng của tỷ lệ. Bước sau cùng này thường được cho là hình thức, nhưng thực tế có thể rất tinh vi. Ví dụ: Đối với các số thập phân, sự trình bày con số 0.999..... = 1 gợi lên những thành phần toán học về nghịch lý của Zeno về Achilles (anh hùng cổ Hy Lạp).

Màn kịch xen khung cảnh lịch sử:

Trong *Elem* v, chúng ta tìm thấy một lý thuyết về Tỷ lệ thức dựa theo vdef.5 lý thuyết hoặc là do Eudoxus hoặc là do sự phát triển những ý tưởng của Eudoxus, và được định mức chậm nhất vào khoảng năm 350 đúng trước cái chết của Plato.

Tác phẩm *Elements* bị chi phối bởi đúng là phần lớn của tập 10 và sự tài tình khi áp dụng của nó trong khi áp dụng tập 13: tập 10 đưa ra một phân loại một vài loại của các đường không thể so sánh lẫn nhau được qua lại, và tập 13 áp dụng phân loại các đường này xuất hiện trong việc xây dựng về quy tắc các hình đa giác và khối đa diện. Mặc dù, chứa đựng một vài sự tham khảo rõ ràng theo ý tưởng của tỷ lệ rõ ràng được kết nối với ý tưởng về tỷ lệ (không phải Tỷ lệ thức) về những đường này. Ví dụ, xem xét về mặt thuật ngữ học của những định nghĩa trong *Elem.* x, ở đây, những đường mới được mô tả bởi mối quan hệ của chúng đến một đường ấn

⁽⁸⁾ Bản dịch của Dedekind 1901.22. Tập này cũng chứa đựng bản dịch *Was sind unter was sollen die Zahlen* (1888), trong đó Dedekind quay trở lại, lặp lại và làm nổi bật quan điểm này. Dedekind cũng có vài nhận xét rất trái ngược về mối quan hệ giữa định nghĩa của ông về số thực với *Elem.* v qua định nghĩa 5. Xin xem phần 1.7 về các lời bình luận trên số học.

định và được phân biệt khi mối quan hệ này hoặc là có thể diễn đạt được (ρητός) hoặc là không có tỷ lệ (ἄγος). Cũng cần xem xét mô tả trong *Elem* xiii – prop 18.

“ Do đó các cạnh đã cho, của ba hình, tôi muốn nói hình chóp, hình tám mặt, và hình khối so với một hình khác duy nhất theo các tỷ lệ không thể diễn đạt được (λόγοι ρητοί). Nhưng còn lại hai, tôi muốn nói cạnh của khối hai mươi mặt và cạnh của khối mười hai mặt là không theo các tỷ lệ có thể diễn đạt được hoặc là so với một cạnh khác duy nhất hoặc là so với các cạnh đã kể trên; vì chúng là ἄλογοι.”

Chương trình của *Elements* x và xiii được quy chung cho Theaetetus người có thẩm quyền hợp lý. Các đối thoại dưới tên Plato là một sự tán dương trước cái chết Theaetetus người đã đem những gì được tin tưởng đúng vào thời kỳ khó khăn lâu dài của thị quốc Corinth vào năm 369 trước công nguyên.

Từ đó, chúng ta có bằng chứng của cuộc hoạt động đồ sộ trong việc nghiên cứu về các tỷ lệ của những đường không thể so sánh được, trong đó các tỷ lệ có thể diễn đạt được, điển hình như đường chéo của một hình vuông đóng một vai trò nổi bật, trước khi phát triển được lý thuyết Tỷ lệ thức của *Elem* v.

Không giữ được nhiều chỗ để mô tả sự chứng minh khẳng định và phủ định của chúng ta liên quan đến ý tưởng toán học Hy Lạp sơ kỳ về tỷ lệ (không phải Tỷ lệ thức). Trước hết lưu ý rằng *Elem* v và vii mô tả các lý thuyết về Tỷ lệ thức đối với các đại lượng và áp dụng tương ứng, mặc dù các định nghĩa nào đó trong tập 5 – ấy là các định nghĩa 3, 4, 9, 12, 13, 14, 16 và 17 – tham khảo tỷ lệ. Nếu chúng ta loại trừ vật chất mặc dù nó được diễn đạt bằng thuật ngữ tỷ lệ, từ đó được làm lại công thức ngay và sử dụng bằng thuật ngữ Tỷ lệ thức, chúng ta có trong *Elem* v.def.3 (đã trích dẫn ở trên), x và xiii (đã mô tả ở trên), vì def. 5, vì prop 5, vì prop 23, và vii

prop 5 (mà tham khảo theo một hoạt động của các tỷ lệ đa hợp)⁽⁹⁾, và vài định nghĩa và định đề về cực độ và tỷ lệ trung bình các tỷ lệ số đảo, các tỷ lệ gấp đôi, và các tỉ lệ gấp ba chủ yếu được hình thành trong *Elem vi*. Đối với tài liệu này trong tác phẩm *Element*, chúng ta có thể bổ sung *Data def.2* (“một tỷ lệ được cho là được đề ra khi nào chúng ta có thể thực hiện một số hạng bằng với nó”) và đoạn văn trong Aristotle, *Top viii 3* với yếu tố nào mà với nó chúng ta có thể tham khảo cả Tỷ lệ và Tỷ lệ thức. Có các lời ám chỉ về tỷ lệ trong các đoạn văn viết về kỹ thuật của Plato và Aristotle. Điều đó làm cạn kiệt chứng cứ sống động xác thực. Chứng cứ phủ định của chúng ta là cái mà chúng ta không có dấu hiệu rõ ràng bất cứ cái gì mà các nhà toán học Hy Lạp sơ kỳ đã làm việc với bất cứ khái niệm số học hóa nào về tỷ lệ: Xin xem tiết 2 để hoàn thiện hơn nhận xét này.

Hãy cho chúng tôi quay lại với mệnh đề *Topics* của các chủ đề:

1.4. Chứng minh của Aristotle:

Như vậy, Aristotle tóm lược chứng minh của Ông:

τί γάρ νατιν ἀνταίρεσιν ἔχει τὰ χωρία' ἔστι δ'
ὁρισμὸς τοῦ ἀντιῶ λόγον οὗτος

Vì các đường có các mặt có antanaireris giống nhau và đây là định nghĩa về tỷ lệ giống nhau.

“Antanairesis” là một từ ngữ Hy Lạp thông thường dùng để mô tả phép trừ của một vật với một vật khác; ví dụ, chúng ta thấy nó được áp dụng hoán chuyển với (ἀνθνΦαίρεσις)

⁽⁹⁾ Đây rất rõ ràng và đã được phân tích hoàn toàn trong Mueller 1981, 88, 92-93, 135-136, 154, 162, 221, 225-226 và 229.

trong các kết toán thương mại trên *paperus* (giấy còi)⁽¹⁰⁾. Động từ phù hợp với một phó từ chỉ rõ một hành động lặp lại, được Euclid sử dụng trong *Elem.vii. Prop 1* và 2, x *Prop 2* và 3. Đối với ví dụ, xem *Elem. x Prop. 2*:

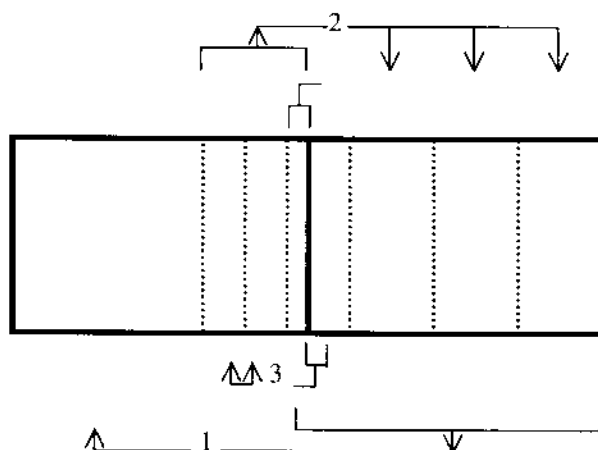
“Nếu khi đại lượng nhỏ hơn 2 đại lượng không ngang bằng được trừ liên tục ($\alpha\upsilon\theta\nu\Phi\alpha\iota\pi\epsilon\iota\nu$ $\acute{\alpha}\epsilon\iota$) tạo ra đại lượng lớn hơn đó là điều mà không bao giờ để lại các ước số đại lượng trước nó, các đại lượng sẽ không thể đo so sánh được.

Chúng ta có thể thực hiện phép tính này với bất cứ cặp đối tượng đồng nhất nào. Ví dụ: căn cứ $\acute{\alpha}\pi\iota\nu\theta\mu\omicron\iota$ (51,15), chúng ta lấy lớn hơn trừ nhỏ hơn lấy lớn hơn trừ nhỏ hơn để đạt được (36, 15), rồi thì (21,15), (6,15). Giới hạn rộng hơn đầu tiên, bây giờ là nhỏ hơn, vì bây giờ chúng ta trừ nó: (6,9) rồi thì (6,3). Tại giai đoạn này, chúng ta thấy là nhỏ hơn hoặc giới hạn của 3 ước số giới hạn trước khi nó là 6, và như thế (xem *Elem.vii* – Mệnh đề 2), ước số chung lớn nhất của 51 và 15 là 3. Nhưng cũng lưu ý, với Aristotle, là sự quan hệ theo trình tự về quy cách giữa 51 và 15, “tỷ lệ đối nghịch cụm từ”, là biểu thị đặc điểm bằng mô hình này: 3 phép trừ, 2 phép trừ, 2 phép trừ và không hơn⁽¹¹⁾. Nếu thực hiện trên hai $\acute{\alpha}\pi\iota\nu\theta\mu\omicron\iota$, tiến trình phép trừ sẽ luôn luôn chấm dứt (xem có thể hoặc không có thể chấm dứt *Elem.vii. Mệnh đề 1* và 2).

⁽¹⁰⁾ Về các ví dụ lấy từ bộ tài liệu tương tự do Zenon lưu trữ, xin xem P. Lond. VII 1994.164, 176, 223 và 321 và vii 1995-333 (đều có niên đại 251 tr.CN; Ở đây $\alpha\upsilon\theta\nu\Phi\alpha\iota\pi\epsilon\iota\nu$); và xem P.Cair. Zen. Iii 59355.95 và 150 (năm 243 tr.CN; $\alpha\upsilon\theta\nu\Phi\alpha\iota\pi\epsilon\iota$). Sự tương đương khác, $\alpha\upsilon\theta\nu\Phi\alpha\iota\pi\epsilon\iota$ được tìm thấy trong Nicomachus, Intro.arith.i 13.11.

⁽¹¹⁾ Một tiêu chuẩn ghi chú hiện đại cho vấn đề này, đã sử dụng trong sách của tôi và bất cứ nơi nào khác, được soạn thảo $3:2 = (3,2,2)$. Nhưng các sự thăm dò toán học có thể được xúc tiến qua ngôn ngữ tự nhiên, không có bất cứ chủ nghĩa tượng trưng nào, hoặc sử dụng những chủ thích chỉ giống như vấn đề này khi viết tốc ký.

Bây giờ, xem xét mệnh đề *Topics*. Chúng ta có thể biểu thị đặc điểm sự quan hệ của quy cách, cả giữa 2 đường a và b và giữa 2 diện tích A và B, bằng quá trình phép trừ này. Nhưng mỗi phép trừ của đường có thể được thực hiện để làm phù hợp với mỗi phép trừ của hình chữ nhật giữ đúng đường này và ngược lại (xem hình 4). Từ đó, mô hình của 2 quá trình phép trừ sẽ giống nhau. Hơn nữa, từ khi Aristotle tuyên bố rằng mô hình này là định nghĩa của tỷ lệ giống nhau, mệnh đề được chứng minh.



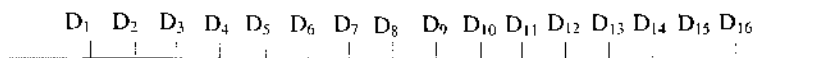
Hình 4

Lưu ý rằng chứng minh này có thể giải thích hoặc là bằng thuật ngữ về tỷ lệ hoặc bằng thuật ngữ tỷ lệ thức:

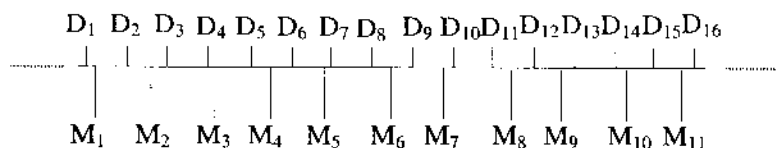
1.5. Một chứng minh sử dụng các tỷ lệ thiên văn học:

Chúng ta xem xét một kiểu lý tưởng hóa về Thiên văn học, trong đó tất cả sự chuyển động là đồng dạng và tiếp tục mãi mãi không có thay đổi hoặc tối thiểu không có độ lệch.

Như thế, ví dụ: mỗi ngày chúng ta kiểm tra mỗi lúc mặt trời lặn, mặt trời mọc, tập ghi chép vài điểm số trung bình.



Từ đó, trên vài lần kiểm tra tương tự, chúng ta có thể chọn lựa vài hiện tượng thiên văn học đồng dạng giống như sự liên kết của mặt trời và mặt trăng ghi dấu sự kế tiếp của các tháng. Giả sử định kỳ của sự chuyển động thứ hai là giữa một và hai ngày dài, khác sự kiểm tra của chúng ta sẽ phải tiếp tục trong một thời gian rất dài trước khi chúng ta thấy bất cứ điều gì xảy ra. Từ đó, chúng ta sẽ đạt được mô hình giống như thế này:



Lưu ý rằng mô hình này chỉ mô tả thứ tự của các sự kiện kế tục và chúng ta không có ý tưởng chính xác về khoảng cách giữa chúng; thực vậy, đối với các sự kiện nhất thời, các sự đo lường về các khoảng cách thời gian này phải nghiêm túc đặt ra vấn đề lý thuyết và thực hành. Như thế, thực sự chúng ta có thể trình bày được ngay mô hình này:

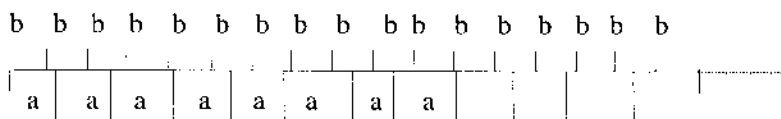
D, M, D, M, D, D, M, D, M, D, D, M, D, M, D, D, M D,.....

Hoặc như là:

.... 1 hoặc 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1 hoặc 2

hoặc trong bất cứ cách nào tương đương như thế. Những mô hình này có thể hoặc có thể chứa đựng các sự trùng hợp, và có thể hoặc không có thể chứa đựng các khối tuần hoàn. Và theo thiên văn học lý thuyết này, chúng ta cũng giả sử rằng bằng cách khám phá không có vấn đề mà 2 sự kiện xuất hiện đầu tiên, hoặc có hay không một sự trùng hợp.

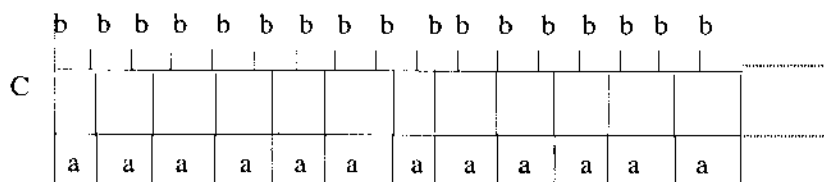
Tầm nhìn cơ bản của chúng ta là những mô hình này cũng biểu thị đặc điểm sự quan hệ về quy cách giữa thời kỳ của 2 sự kiện: chúng định nghĩa sự kiện nào có thể được cho là tỷ lệ thiên văn. Hơn nữa, chúng ta có thể áp dụng cùng qui trình cho 2 đối tượng hình học. Ví dụ: Lấy 2 đường a và b. Chúng ta có thể khởi động sự kiểm tra với một sự trùng hợp.



Và như thế đạt được một mô hình:

a và b , , a, b, a, b, b, a, b,.....

Hoặc chúng ta có thể thực hiện tiến trình tương tự với 2 hình chữ nhật (Xem hình 5)..



Hình 5

Theo hình dạng của một mệnh đề *Topics*, vật đối chiếu của các cơ sở, a và b, và các hình chữ nhật. A và B sẽ cho tăng lên rõ ràng theo mô hình giống nhau. Như thế, định nghĩa cơ bản này về các tỷ lệ thiên văn, mệnh đề được chứng minh.

Mặt khác lưu ý đây là công thức lý thuyết tỷ lệ của mệnh đề *Topics*; quả thật định nghĩa về tỷ lệ đặt cơ sở lý thuyết về Tỷ lệ thức phát triển trong *Elements.v*. Cũng vậy trong phạm vi hình học, khi chúng ta có thể bố trí cho một sự

trùng hợp mà với nó để bắt đầu việc đối chiếu của chúng ta, không có khó khăn trong việc đồng nhất hóa khi nào 2 tỷ lệ bằng nhau, và như thế sự biến việc đặt công thức và chứng minh lý thuyết tỷ số thành lý thuyết mệnh đề; chúng ta đạt tới chứng minh của Euclid trong *Elem.* vì mệnh đề 1. Nhưng chúng không tự do như thế trong phạm vi Thiên văn học, và thời kỳ khác biến đổi giữa 2 sự kiện sẽ làm nổi lên các mô hình khác nhau. Làm thế nào để công nhận khi các tỷ lệ bằng nhau theo mỗi quan hệ về quy cách, và chỉ khác biệt theo mỗi quan hệ của thời kỳ, khi đó rất xa với sự hiển nhiên; như thế mặt khác người ta thấy không phải luôn luôn dễ dàng đi từ lý thuyết tỷ lệ đến lý thuyết tỷ lệ thức phù hợp.

1.6. Các biến đổi trên một chủ đề:

Nếu chúng ta dự tính 2 chứng minh sau cùng, thì chúng ta thấy rằng mô hình của nhiều phương pháp cộng hoặc trừ khác nhau, thực hiện trên 2 đối tượng đồng nhất a và b , có thể sử dụng để biểu thị đặc điểm sự quan hệ về quy cách giữa a và b . Ví dụ, thay vì sử dụng một phương pháp về phép trừ luân phiên, chúng ta luôn luôn có thể trừ từ đối tượng đầu tiên, hoặc từ đối tượng thứ hai; thay vì luôn luôn không đưa đến, như thế phép toán trừ với số dư, chúng ta có thể phóng đại, và tiếp tục với số thừa; theo từng bước, chúng ta thực hiện vài phép tính tỷ xích đặc biệt quyết định trước v. v... Đối với các đối tượng cơ bản chúng ta chỉ sử dụng các tính chất chung, vì vậy chúng ta có thể so sánh bất cứ 2 đối tượng nào để xác định nếu như chúng bằng nhau hoặc có cái lớn hơn và chúng ta có thể cộng bất cứ đối tượng nào hoặc lấy cái lớn hơn trừ đi cái nhỏ hơn.

Bất cứ phương pháp như thế nào, áp dụng kiên định, sẽ nảy sinh ra một mô hình mà từ đó sẽ biểu thị đặc điểm sự quan hệ về quy cách 2 đối tượng gốc; và vì thế từ mỗi ý tưởng về tỷ lệ sẽ có một chứng minh phù hợp về mệnh đề của

Topics. Ở đây là 2 ví dụ về điều mà tôi sẽ gọi là các tỷ lệ số thập phân và các tỷ lệ của kế toán viên.

Tỷ lệ số thập phân: Giả sử $a = b$. So sánh a với b , $10b$, $10^2b, \dots$ để xác định chỉ tiêu k với các chỉ tiêu $10^k = a < 10^{k+1}b$. Rồi thì xác định:

$$a = n_k \times 10^k b + a_{k-1} \text{ nơi } 0 = a_{k-1} < 10^k b$$

$$a_{k-1} = n_{k-1} \times 10^{k-1} b + a_{k-2} \text{ nơi } 0 = a_{k-2} < 10^{k-1} b$$

và v. v...

Phương pháp này sẽ tiếp diễn vô hạn định; mỗi n_i nằm giữa 0 và 9, và nếu số dư n_j bất kỳ bằng 0, thì tất cả các số hạng kế tiếp $n_j, n_{j+1}, n_{j+2}, \dots$ sẽ bằng 0. Qui trình cũng được tổ chức để dãy này được xác định, duy nhất và không thể kết thúc với một dãy vô tận của các số 9.

Mô hình đã được mô tả về dãy này: $n_k, n_{k-1}, \dots, n_1, n_0, \dots$ từ đó sẽ biểu thị đặc trưng mối quan hệ quy cách giữa cặp đôi a và b . Đối với thời gian đầu tiên trong các minh họa này, số hạng thứ yếu b đóng một vai trò đặc quyền, ở đây như là “đơn vị” trong phạm vi về đo lường. Theo quy ước, chúng tôi soạn thảo tỷ lệ đặc thù này như một số thập phân $a:b = n_k, n_{k-1}, \dots, n_1, n_0, \dots$ (Nếu $a \leq b$ chúng ta so sánh a với $b, \frac{b}{10}, \frac{b}{10^2}, \dots$ và được $0, 0, \dots, 0, n_k, n_{k-1}, \dots$). Một lần nữa ở đây chúng ta có một sự chứng minh về mệnh đề *Topics*, vì mô hình của phương pháp trừ phát sinh bởi a và b sẽ một lần nữa giống như mô hình phát sinh bởi A và B .

Tầm quan trọng của thuật toán này đối phép trừ số thập phân hầu hết có sự ảo tưởng phổ biến, thậm chí trong số các nhà toán học, chúng ta có thể thực hành dễ dàng các phép tính số học trên những tỷ lệ số thập phân này mà chúng ta có thể cộng, trừ, nhân hoặc chia những “con số” thập phân và điều đó là hiển nhiên mà số học này chứng minh đầy đủ các thao tác thông thường.

$$x + y = (x \times z) + (y \times z) = (x + z) (y + z)$$

đối với bất cứ 3 “số” : x, y và z nào. Cũng “:” và “+”, bây giờ được xử lý như là đồng nghĩa thực sự. Việc xử lý này dẫn đến lối giải thích tiếp theo về chứng minh số học sơ kỳ của các mệnh đề *Topics* trong Tiết 1.3.

Cho a, b, c, A và B là như trong hình 1, và tập trung vào con đường chuẩn 1, đơn vị đo chiều dài. Đơn vị đo này xác định một hình vuông chuẩn⁽¹²⁾, đơn vị đo của diện tích. Biểu thị các tỷ lệ số thập phân (hoặc “các số”) a:l, b:l, c:l A:l², a”, b”, c”, A” và B”. một cách riêng biệt. Từ đó, về các tính chất cơ bản giả định của số học:

$$ab = (a:l) (b:l) = a”:b” \text{ và } A:B = (A:l^2):(B:l^2) = A”B”.$$

Sử dụng phép nhân để định nghĩa một diện tích bằng số, nơi:

$$\text{Diện tích} = \text{Cạnh đáy} \times \text{Chiều cao}$$

Phép nhân này thành ra là tương đương với định nghĩa số ban đầu của diện tích:

$$A” = a” \times c”, B” = b” \times c”$$

$$\text{Do đó: } a:b = a”:b” = (a” \times c”):(b” \times c”) = A”:B” = A:B.$$

Chứng minh này là lối bịch, dù có vẻ như là nắm được một lạc đề dài dòng để phân tách đầy đủ các lầm lỗi lịch sử và toán học của nó. Như đã đề ra ban đầu, sự thiếu sót là cái mà chứng minh tùy thuộc số học cơ bản Nhưng sự chứng minh này không thích đáng để đưa ra trước khi sự phát triển

⁽¹²⁾ Một qui trình như thế, đã được E.C. Zeeman thành lập, được mô tả trong Zeeman 1986 và Series 1985.

về ý tưởng của những số thực. May mắn là sự giảm này không tất yếu ở đây; sự quan tâm của tôi là toán học Hy Lạp sơ kỳ, và những bài toán với các sự ảo tưởng về vai trò của các số thập phân trong số học hóa của toán học không phải là phần của sự chứng minh này. Tuy nhiên, có rất nhiều phương pháp tương tự chỉ khác biệt về một sự thay đổi của cơ số – tỷ lệ thập lục phân – cần phải xem xét vắn tắt, vì số học thập lục phân được thành lập ở Babylon khoảng 1500 năm trước khi toán học Hy Lạp sơ kỳ phát triển. Liên quan đến điều này, ở đây, tôi chỉ thực hiện 2 quan sát đi theo sau và làm theo diễn giải Tiết 2, dưới đây:

- Thứ nhất: các bài toán với số học lục thập phân và thập phân nảy sinh “không giới hạn” các số thập phân, các tỷ lệ trong đó một số vô hạn của n_k khác 0, và những khó khăn hợp lý nảy sinh từ khả năng của một “carry” thông qua một dãy dài tùy ý của dig-its ⁽¹³⁾. Số học Babylon chứng minh một sự chú ý thích hợp về điều này, vì nhiều thao tác được thành lập, được hạn chế đến giới hạn hoặc đến các số lục thập phân “chính quy”.

- Thứ nhì: Các vết tích ban đầu về các số lục thập phân trong toán học Hy Lạp được thành lập trong vòng thế kỷ thứ hai trước CN trong tác phẩm của Hypsicles và Hipparchus. Như chúng ta còn không có chứng cứ dứt khoát về bất cứ ảnh hưởng nào của các qui trình số học Babylon trong toán học Hy Lạp sơ kỳ⁽¹⁴⁾.

⁽¹³⁾ Xem Fowler 1985a và 1985b các minh họa về các khó khăn với số học thập phân.

⁽¹⁴⁾ Theo chủ đề này, xem Berggren 1984, 397-398: “Nếu sự kiện (chịu ảnh hưởng của Babylon về toán học Tiến Euclid) không thể định vị lịch sử mà người ta phải thừa nhận khả năng có thể không xảy ra”.

Các tỷ lệ của kế toán viên: Hãy cho phép tôi minh họa định nghĩa sau cùng này bằng một ví dụ. Tỷ lệ 65:24 nhiều hơn hai lần, ít hơn ba lần, đó là:

$$65 = 2 \times 24 + 17 \text{ hoặc } a = n_0 b + a_1 \text{ với } a_1 < b.$$

Bây giờ, chúng ta mô tả 17:24. Vì 2 lần 17 không thành 24, tỷ lệ này là nhiều hơn phân nửa.

Chúng tôi tiếp tục bằng cách so sánh số dư 10 với 24: tỷ lệ này nhiều hơn 1/3:

$$3 \times 10 = 24 + 6 \text{ hoặc } A = b + a_2 \text{ với } a_2 < a_1.$$

$$\text{Sau hết: } 4 \times 6 = 34 \text{ hoặc } n_3 a_2 = b$$

Do đó, phương pháp được mô tả bằng các mô hình 2, 2, 3, 4 và không hơn, một loại mô hình mà một lần nữa sự chứng minh ngay của mệnh đề *Topics*.

Ngoài ra, đây không phải là một phương pháp phép trừ số đảo: Sau bước thứ nhất, đối tượng hiện hành luôn luôn được trừ từ số hạng thứ hai phóng đại tăng vọt lên lần đầu tiên, rồi trở nên đối tượng cho bước tới.

Sự quan tâm đặc biệt của phương pháp này là cái mà một lần nữa, chúng ta có một bản giải thích số học hóa. Theo chủ ý hiện đại của chúng ta là:

$$\frac{65}{24} = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4}$$

$$\frac{a}{b} = n_0 + \frac{1}{n_1} \times \frac{1}{n_1 \times n_2} + \frac{1}{n_1 \times n_2 \times n_3} + \dots$$

(Thực tế, điều này không khác phương pháp về lượng phân số mà các nhà kế toán và các nhà toán học Hy Lạp đã diễn tả, mặc dù chứng cứ của chúng ta cũng được đánh giá song

hoàn toàn rõ ràng là thuật toán đặc thù này đã không được sử dụng để làm phát sinh các biểu thức, mà chúng tôi tìm thấy chúng được sử dụng, vì những biểu thức của chúng không phôi bày mô hình đặc trưng $n_1, n_1 \times n_2, n_1 \times n_2 \times n_3, \dots$). Ngoài ra, mặc dù, đề xuất này mà một lần nữa có thể có một chứng minh số học hoá cơ bản của mệnh đề *Topics*, các chi tiết của một chứng minh như thế là còn xa với tính hiển nhiên.

2. Số học và ἀριθμητική

Tiết trước đây đã minh họa một chuỗi các sự phân biệt giữa tỷ lệ và tỷ lệ thức, giữa các chứng minh đầy đủ (bảy, theo tính toán của tôi) đã hình thành theo các định nghĩa rõ ràng và các chứng minh giả tạo trong đó các chi tiết chủ yếu và gay go đã bị bỏ quên (ba, một trong tiết 1.1, hai trong tiết 1.6), và giữa toán học số học hóa và toán học phi số học hóa. Là sự phân biệt cuối cùng mà nay chúng ta muốn xem xét.

Tóm lại, bản kiến nghị của tôi là toán học và thiên văn học Hy Lạp sơ kỳ chứng minh không có dấu hiệu ảnh hưởng về số học hóa. Tầm quan trọng về “Sơ kỳ” trong “toán học Hy Lạp sơ kỳ là chủ yếu: Sau sự hợp nhất các phương pháp kỹ thuật của Babylon và Hy Lạp, dường như xảy ra từ thế kỷ thứ hai trước CN, chúng ta tìm ra các ví dụ về một nền toán học số học hóa Hy Lạp vào thời Heron và sau đó về một nền thiên văn học số học hóa vào thời Ptolemy và sau đó. Như thế, có một sự chia rẽ sâu sắc giữa các mục tiêu và các khái niệm về toán học Hy Lạp⁽¹⁵⁾ và đầu tiên và sau cùng. Điều đó

⁽¹⁵⁾ “Hy Lạp” có nghĩa là “được viết bằng tiếng Hy Lạp” Toán Học Hy Lạp ban đầu là địa lý Hy Lạp chứng cổ của chúng tôi lấy ra từ Ionia, Bagna Graecia (miền Nam Italy và Sicily), Greece, và thuộc địa Egypt (Ai Cập) của Hy Lạp. Việc chỉ định này về sau “Hy Lạp” là sự hoàn thiện một sự tập hợp rộng rãi các truyền thống và các ảnh hưởng khác nhau.

như tôi nhận thức chúng: Ví dụ, lưu ý tại sao không có chương trình Theaetetus trong *Elements* x và áp dụng của nó trong *Elements* xiii, cũng không có thiên văn học ngụ biện Eudoxus dường như để có bất cứ vị trí nào trong những truyền thống số học hóa sau cùng này. Thêm nữa, toán học ngày nay đã được số học hóa một cách sâu sắc dựa trên việc sử dụng và trực giác về những gì được biết đến một cách khôi hài, như trường hợp “Các số thực”⁽¹⁶⁾. Ngoài ra, vấn đề này giao thoa với hiểu biết của chúng ta về toán học Hy Lạp sơ kỳ; thực vậy một trong những khó khăn theo cách hiểu việc tái xây dựng của tôi là bài toán thanh lọc đầu óc người ta về cách tư duy số học hoá này.

Tất nhiên, toán học Hy Lạp sơ kỳ, dựa trên việc sử dụng và trực giác của các loại số, như tôi sẽ mô tả ngắn gọn. Cơ bản nhất là *ἀριθμοί*, được diễn đạt nghĩa rất cụ thể, được truyền đạt tốt nhất bằng các cấp số.

Bộ đơn, bộ kép, bộ ba, bộ tư....:

Hơn nữa, thường thường các từ ngữ xuất hiện cùng với mao từ xác định tăng cường thêm sự vững chắc của chúng. Theo toán học hình thức, đơn vị có một vị trí khác nhau với phần còn lại (xem *Elem.* ii. - Các định nghĩa 1-2), có nghĩa là trường hợp này thỉnh thoảng phải phân biệt như vậy, nghĩa là theo *Elem.* vii - mệnh đề 2. *ἀριθμοί* cũng được hình thành trong các hình thức ngữ pháp khác biệt, diễn hình như những số tuần hoàn:

Một lần, hai lần, ba lần, bốn lần...

⁽¹⁶⁾ Ví dụ xem: Mueller 1981, Chương 7 về sự thừa nhận về sự khó sáp nhập *Elem.* x vào toán học số học (ví dụ: 1981, 271”: Tất nhiên người ta mong đưa ra một giải thích bao hàm một mục tiêu toán học rõ ràng có thể làm tốt cho trí tuệ của chúng ta bằng thuật ngữ của những khái niệm riêng của chúng ta về toán học.... Rất tiếc trong tập 10 không bao giờ giải thích được một cách thành công theo cách này, cũng không làm xuất hiện được giải thích về loại này).

Ngữ pháp của ngôn ngữ tự nhiên mô tả các thao tác của $\alpha\pi\theta\mu\omicron\iota$. Ví dụ, tương phản “bốn lần, bộ kép cho bộ tám” với các thao tác trừu tượng của những ký hiệu trừu tượng “ $4 \times 2 = 8$ ”, mà chúng ta hướng tới để học tập nghiên cứu và sử dụng ngày nay.. Như thế sẽ không có cùng sự cảm dỗ trong số các nhà toán học Hy Lạp để mở rộng phạm vi các thao tác và các đối tượng trừu tượng này, ví dụ mở rộng $8 + 4 = 2$ cho đến trường hợp của $8 + 3 = ?$ hoặc để chuyển lên các cấp độ trừu tượng cao hơn như $a \times b = c$. Công thức Hy Lạp về phép chia trong toán học hình thức hướng tới việc sử dụng các thao tác khá hơn, như bộ ba hai lần bộ tám cho phép một bộ kép như số dư” (Xem *Elem.* vii - các mệnh đề 1-4) hoặc các mô tả từ ngữ chung trong *Elem* vii - các định nghĩa 5-10. Tôi sẽ tham khảo các điều tra nghiên cứu Hy Lạp này về $\alpha\pi\theta\mu\omicron\iota$ bằng tên Hy Lạp của nó là $\alpha\pi\theta\mu\omega$ và do đó phân biệt giữa những gì mà chúng ta tìm thấy trong toán học Hy Lạp sơ kỳ và số học sau này có liên quan với cái chung nhiều hơn và các loại trừu tượng về các lượng số.

Hằng ngày người Hy Lạp dùng một hệ thống mô tả các lượng số thập phân, các dấu vết của cái nào cũng được thành lập theo toán học hình thức. Sự tính toán này được dựa theo hệ thống $\mu\epsilon\rho\eta$,⁽¹⁷⁾ được diễn đạt tốt nhất như các cấp số:

$$1/2, 1/3, 1/4, 1/5, \dots$$

và được trình bày bằng một bảng sao với ký hiệu Hy Lạp: $L, \gamma, \delta, \epsilon, \dots$, ví dụ như: 2,3,4,5 ... Ở đây mào từ xác định là một sự hỗ trợ chủ yếu: không có các từ cũng không có ký hiệu chứa đựng những đặc điểm này dễ dàng dẫn đến khái niệm của chúng ta về các số thập phân phổ biến, nơi chúng ta có thể vượt qua hầu như không thể nhận thấy được từ “Một

⁽¹⁷⁾ Từ Greek có 2 từ, $\mu\epsilon\rho\omicron\varsigma$ và $\mu\omicron\rho\iota\omicron\varsigma$ (số nhiều $\mu\epsilon\rho\eta$ và $\mu\omicron\rho\iota\alpha$, xuất hiện đồng nghĩa một cách hoàn hảo.

“1/5” đến “Hai năm” và “2/5” v.v.... Hơn nữa, các lượng số thập phân Hy Lạp luôn luôn được biểu hiện và dường như luôn luôn được nhận thức như các tổng số của phép khác biệt trong những gì thường được gọi là hệ thống “Ai Cập”. Thực tế, tôi không tin là chúng ta có bất cứ bằng chứng nào tin được đối với bất cứ điều gì phù hợp với các phân số phổ biến m/n của chúng ta trong đời sống khoa học Hy Lạp hoặc đời sống hàng ngày.

Thường thì lấy ký hiệu gì cho các phân số phổ biến ⁽¹⁸⁾ giống một sự rút gọn hơn đã được sử dụng một cách rộng rãi về các bản sao ở Byzantine đã được tìm thấy trong số tài liệu rất hiếm trước đó, trong đó nhóm từ τὸν m τὸν n “lần thứ n của m”, được rút gọn như $\frac{n}{m}$... Nhưng nhóm từ “lần thứ n của m” này, nhóm từ chuẩn được sử dụng để mô tả phép chia, dường như luôn luôn được nhận thức và hầu như luôn luôn được biểu hiện ngay như một tổng của phép, ví dụ:

τὸν β [τὸ ἰ.] L β' ἰς' λ' δ' ὅ' ε' η'

Của 12 [17 thứ là] 2 1 2 1 7 3 4 5 1 6 8

ngày nay chúng ta viết là:

$$\frac{12}{17} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{17} + \frac{1}{34} + \frac{1}{68}$$

Các biểu thức này mong muốn đã được tìm thấy trong những bản phép tính chia, về các biểu thức nào có nhiều ví dụ, ngày nay đã được xuất bản. Chỉ những thao tác của những biểu thức được thành lập rất hạn chế “lần thứ n của m”, nhìn xem giống như “Km thứ n của m” và “lần thứ n của m” có thể làm tính cộng hoặc trừ để đem “lần thứ n của m ± p”, tôi lập lại nơi tất cả các

⁽¹⁸⁾ Về mô tả gây ảnh hưởng, xem Heath 1956, 142-45.

biểu thức còn được nhận thức như các tổng số của $\mu\epsilon\pi\eta$. Theo tôi không nơi nào, chúng ta đạt được một ví dụ nơi mà 2 biểu thức chung “lần thứ n của m” và “lần thứ q của p” là được kết hợp trực tiếp không phải qua dãy nào đó của các thao tác cơ bản này.

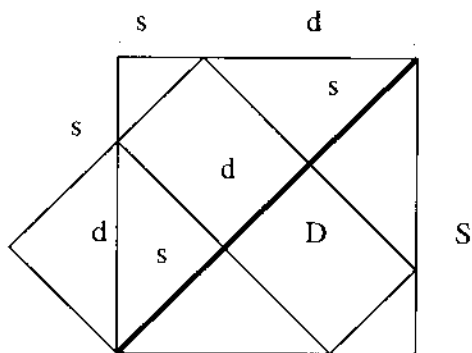
Hầu hết về các chứng minh của chúng ta đến từ trường học hoặc các văn bản thương mại, cách xa với từ loại toán học mà ở đây chúng ta quan tâm chủ yếu. Rất may, hầu hết văn bản toán học thích hợp, tác phẩm *Measurement of a Circle* của Archimedes, chỉ tồn tại rất trẻ và bản dịch sai lạc chứng minh rõ ràng các dấu hiệu về sự giao thoa của các bản sao chép lại ý kiến của các nhà bình luận. Tác phẩm *On the Sizes and Distance of Sun and Moon* của Aristarchus đã tồn tại trong một tình trạng ít thối nát, ngoài ra, dù ở đây, hầu hết chứng cứ của chúng ta, văn bản của chúng ta chỉ là một bản sao của Byzantine đã thực hiện vào thế kỷ thứ 9 sau Công nguyên. Tuy nhiên, mô tả của tôi ở phần trên cũng phù hợp với sự kiện mà chúng ta tìm thấy trong cả hai kết quả tính toán này.⁽¹⁹⁾

Số học về những tổng số của $\mu\epsilon\pi\eta$ là rất không gọn gàng và không chứng minh bất cứ sự hứa hẹn nào về một sự quan tâm hoặc lý thuyết toán học hữu dụng. Vấn đề này có thể được xem như một giải thích tại sao các nhà toán học Hy Lạp sơ kỳ dường như không phải gánh vác các toán học bất cứ khả năng trực giác nào đó về các thao tác số học với các lượng phân số của họ, ngày càng thiếu một lời giải thích như thế cần dùng cho chúng ta, để đi đến thuật ngữ với những gì mà có vẻ là một đặc điểm không phù hợp với các bằng chứng của chúng ta. Sự ưu đãi riêng của tôi là mạnh dạn tường trình và chấp nhận đầy đủ mà chứng cứ như thế chúng ta có về toán học Hy Lạp sơ kỳ chứng tỏ không chịu ảnh hưởng của số học hóa: và trong giai đoạn này, không có cố gắng, để xây dựng bất cứ lời giải thích bổ sung nào.

⁽¹⁹⁾ Một mô tả đầy đủ hơn về chứng cứ của chúng ta liên quan đến các kết quả tính toán Hy Lạp xuất hiện trong Fowler 1987.

3. Đặc phái viên:

Có thể khó khăn đối với người nào đó đã trưởng thành trong vòng này nay theo truyền thống thành công cao và phổ biến về toán học số học hóa để nhận thức là có nhiều cách về các tỷ lệ trong tâm tay khác hơn điều gì đó là một vài điều gì, hoặc là gần đúng bởi, vài loại lượng số được công thức hóa phù hợp, ví như các phân số phổ biến m/n về các tỷ lệ có thể so sánh được, hoặc với tổ chức hệ thống hóa nào đó của các phân số phổ biến, giống như số thập phân hoặc phân số lục thập phân đối với những tỷ lệ có thể so sánh được. Ít nhất, ngay khi đó, tôi đã thấy khó khăn này, để các sự thăm dò có thực chất về những lý thuyết tỷ lệ phi số học hóa tập hợp trong sách của tôi (Fowler 1987) là một kinh nghiệm kinh qua giải phóng. Hơn nữa, sự thăm dò của những ý tưởng này đã bộc lộ nhiều khía cạnh lịch sử và toán học đáng chú ý và không ngờ. Tôi không muốn nỗ lực tóm lược ở đây, như thế tôi sẽ hoàn thành một sự minh họa và tham khảo độc giả cho cuốn sách thêm nhiều chi tiết.



Hình 6

Chúng ta hãy làm việc theo tỷ lệ đối lập của đường chéo cạnh của một đa giác đều. Chúng ta khởi động với hình vuông. Hãy cho s và d biểu thị rõ đường chéo và cạnh của hình vuông nào đó đã cho r . Bắt đầu sự chạm trán của Socrates với một thanh niên nô lệ trong *Meno* 82a-85c làm lộ ra $s < d < 2s$;

Do đó bước đầu tiên về tỷ lệ đối lập của $d:s$ sẽ là một phép tính trừ và không phải là hai, và như thế những bước còn lại rồi thì sẽ được thể hiện bằng tỷ lệ $s:(d-s)$. Trong ký hiệu của n11, chúng ta có thể soạn thảo ký hiệu này như $d:s=(d-s)$. Ý tưởng là:

$$[a_0:a_1 = [n_0, a_1: a_1] = [n_0, n_1, a_2:a_3]] \dots$$

Bây giờ chúng ta cần định giá $s:(d-s)$. Có lẽ, giống như *Meno*, chúng ta cũng cần sự hỗ trợ của một biểu đồ như là được để ra trong hình 6. Ở đó, chúng ta vẽ một hình vuông mới rộng hơn mà cạnh s là đường chéo của hình vuông nhỏ hơn trong góc trái:

$$s = s + d$$

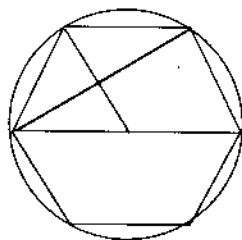
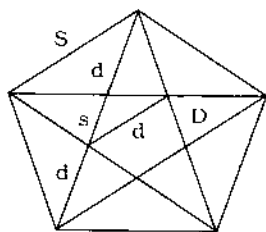
Khi đó, bằng cách bổ nhiệm vài đường nét theo hình, chúng ta thấy đường chéo rộng hơn bằng với 2 cạnh nhỏ cộng thêm đường chéo nhỏ.

$$D = 2s + d.$$

Vì quy cách, định vị và định hướng các hình vuông của chúng ta vô hình.

$$s(d-s) = S:(-S) = (s+d):s$$

bây giờ điều mà chúng ta có thể đánh giá như 2 phép trừ, theo tỷ lệ $s:(d-s)$. Bây giờ, chúng ta đi quanh: vậy thì $s:(d-s)$ là hai lần, hai lần, tự nó đi theo v.v.... Do đó, tỷ lệ đối lập của một đường chéo theo cạnh của một hình vuông là một lần, hai lần, hai lần...



Độc giả được giới thiệu để sử dụng một tóm tắt tương tự, áp dụng theo Hình 7, để đánh giá tỷ lệ của đường chéo cạnh của một hình ngũ giác. Bây giờ, xét tỷ lệ của một đường chéo cạnh của một lục giác (Xem hình 8). Đường chéo dài hơn là hai lần cạnh, đó là một sự mô tả về tỷ lệ đối lập trong khi hình vuông trên đường chéo ngắn hơn là ba lần cạnh hình vuông (về các chi tiết, xem *Elem* xiii - mệnh đề 12). Tỷ lệ này có thể không được đánh giá trong khung cảnh của chương trình tổng quát hơn sau đây cho một đường thẳng và hai $ap\theta\mu\acute{o}\iota$ n và m , chúng ta có thể sử dụng *Elem*.ii mệnh đề 14 để vẽ các hình vuông n lần và m lần hình vuông trên đường thẳng đã cho. Chúng ta có thể nói gì về tỷ lệ đối lập các cạnh của chúng? Câu trả lời cho câu hỏi này đóng vai trò trung tâm trong việc vẽ hình lại: nó bao hàm các khảo sát thăm dò để khám phá theo sau bằng một dãy các chứng minh khác nhau dựa trên các hình vẽ trong *Elements* ii, và nó dẫn tới một động cơ thúc đẩy đối với *Elements* x và dẫn tới một bản mô tả mới về những bài toán và những động cơ của toán học Hy Lạp sơ kỳ.⁽²⁰⁾

⁽²⁰⁾ Phác thảo của một số giải thích này cũng có thể tìm thấy trong Fowler 1979 và 1980-1982.

Một bản dịch ban đầu của đề tài này đã giới thiệu trong một bài nói chuyện, "Thần Ngón và Lý Thuyết của Thảm họa: Một phần công việc của R. Thom" (Phòng Triển Lãm Trung Tâm Văn Hóa Cerisy, tháng 9 năm 1982) và đã phổ biến theo các hình thức sao bản. Tôi xin cảm ơn các vị đã cung cấp những bài bình luận. Vài chủ đề đã thảo luận ở đây được xử lý đầy đủ trong Fowler 1987.

EUCLID MUỐN NÓI GÌ: VỀ VIỆC SỬ DỤNG CHỨNG CỨ TRONG NGHIÊN CỨU TOÁN HỌC CỔ

WILBUR R. KNORR

Đối với phần lớn các sử gia toán học thì dữ kiện chính là các tài liệu – các tài liệu lưu trữ thuộc lãnh vực tư tưởng trong quá khứ được lưu giữ bằng văn bản. Do đó mà việc chú giải những tài liệu là phương pháp chủ yếu của các sử gia, nên các cuộc bàn luận của các nguyên tắc chú giải ấy đem lại các kết quả trong lãnh vực này.

Là một người có chuyên môn về lịch sử toán học, tôi thấy rằng các bạn đồng nghiệp thuộc các lãnh vực nghiên cứu văn học biểu lộ sự ngạc nhiên về ý nghĩ rằng các văn bản toán học mà cũng là đối tượng cho vấn đề chú giải, mặc dù người ta thừa nhận rằng mọi văn bản văn học đều cần đến chú giải. Hơn nữa, tôi muốn báo trước rằng các đồng nghiệp trong các môn toán học và vật lý học sẽ ngạc nhiên – có lẽ kinh ngạc – về đề nghị cho rằng việc tìm hiểu các tài liệu kỹ thuật sẽ được sáng tỏ thông qua sự quán triệt sâu sắc của các nhà lý luận trong lãnh vực phê bình văn học. Vì một lý do nào đó, tính phổ quát hiển nhiên của bài thuyết trình toán học cần được hiểu như là tiền đề trong việc làm sáng tỏ các nguyên tắc phê bình mà đối tượng của nó sẽ đem lại sự

hướng dẫn trong việc nghiên cứu của các cá nhân trong các hoàn cảnh lịch sử đặc biệt của họ.⁽¹⁾

Dự định của tôi trong tham luận này là khám phá cơ sở gặp gỡ giữa nghiên cứu lịch sử và lý thuyết văn học. Tôi tập trung xoáy vào một vấn đề đặc biệt về vai trò của điều tác giả muốn nói trong công việc phê bình. Sau khi so sánh vấn đề một số tranh luận mới đây, tôi sẽ thảo luận về thái độ của họ trên ba vấn đề trong lãnh vực chú giải toán học Euclid: các khái niệm của Euclid về tỉ số và tỉ lệ thức, khái niệm của Euclid về phân số và mục tiêu đối với tất cả của tác phẩm *Elements*. Từ sự khởi đầu này tôi xin nhấn mạnh rằng sẽ đặt ra bên ngoài bất cứ sự chuyên môn đặc biệt nào trong môi trường tầm rộng của khoa chú giải các văn bản cổ. Điều tôi muốn đề cập trong phạm vi bài này hoàn toàn có tính võ đoán. Từ nhiều quan điểm khác nhau, tôi chọn ra những gì tôi thấy có thể giúp nhà sử học cố gắng hiểu được tại sao lại có sự bất đồng trong quá trình xem xét những vấn đề như thế và điều gì tiềm ẩn trong các ý kiến khác nhau mà người ta có thể hòa hợp được trong lãnh vực chú giải.

1. Ý định của tác giả trong việc chú giải văn học

Tất cả chúng ta vẫn luôn nhất trí với quan điểm là chúng ta có thể công thức hóa các ý tưởng của mình bằng cách viết ra và truyền đạt một cách thành công cho người khác. Rốt cuộc, người xưa không hư cấu các văn bản chính xác là vì mục tiêu này hay sao? Còn các nhà phê bình hiện đại lại thừa nhận những khó khăn trong việc áp dụng khái niệm có ý nghĩa chung này trong việc chú giải văn học⁽²⁾. Trong chế

⁽¹⁾ Khuynh hướng Plato hóa phi lịch sử này, của các nhà toán học và các nhà lịch sử toán học được ghi nhận và bình luận trong Unguru 1979.

⁽²⁾ H.Parker [1984, 213-243] lược tả một số trào lưu chính trong lãnh vực phê bình hiện đại, với sự chú trọng đặc biệt trong việc dạy văn học Hoa Kỳ. Ông cương quyết phản bác đối với trường phái phê bình mới, ngay cả Hirsch (xin xem dưới đây).

độ cổ xưa, người ta có thể tiếp cận một văn bản với giả định rằng có một luận cứ mô tả điều tác giả muốn nói hay dự định, đó là đối tượng của sự luận bình. Tuy nhiên, trong trường phái “phê bình mới” ở thế kỷ này, nhiều hoài nghi sâu xa đã được nêu ra: người ta có thể nhân rộng các thí dụ như làm thế nào mà một hay cùng một trường hợp như nhau được tiếp nhận nhiều cách giải thích khác nhau, trái ngược nhau về ý định của tác giả; người ta có thể nhận thấy rằng những hệ quả quyết liệt giả vờ mỉa mai xảy ra trong việc chú giải văn bản, và rồi khó khăn thường tình lại xảy ra trong việc thiết lập những ý định mỉa mai của một tác giả; ..vv..⁽³⁾. Bằng cách phản ứng, thấy ở chủ nghĩa hoài nghi nhấn mạnh các vấn đề tiếp cận và xác đáng: làm sao chúng ta có thể tự tin là nắm bắt được ý nghĩ của tác giả? Và tại sao chúng ta lại còn muốn làm như vậy như một phần trong các nỗ lực phê bình của chúng ta?

Sự trình bày rất sắc bén của quan điểm hoài nghi được đề ra bởi W.K. Wimsatt, Jr. và M.C. Beardsley với chuyên đề “sự ảo tưởng có chủ tâm”⁽⁴⁾. Theo thời gian, quan điểm của họ đã gợi lên những sự ủng hộ vượt quá sự mong muốn của những người đề xướng, đến nỗi “sự ảo tưởng có chủ tâm” đã làm cho một số người cho rằng không thể sử dụng bất cứ việc phê bình nào đối với khái niệm về ý định của tác giả⁽⁵⁾. Trong những công thức thái quá như thế, người ta cho rằng những hoàn cảnh riêng tư và đặc biệt của tác giả vượt ngoài tầm hiểu biết của chúng ta và không thể nào vén mở cho nỗ lực phê bình; rằng người ta chỉ có thể xem xét những ý nghĩa

⁽³⁾ Xin xem Bản tóm lược các luận chứng trong Hirsch 1967, chương 1.

⁽⁴⁾ Xin xem Wimsatt và Beardsley 1946: lập trường hoài nghi về điều tác giả muốn nói mở ra những quan điểm mô tả trong Richards 1929.

⁽⁵⁾ Hirsch [1967, 11-12] nói rằng “lối giải thích bình dân” đã quá cường điệu trong các yêu sách cho rằng Wimsatt và Beardsley hiện vẫn bảo thủ trong lập trường của mình. xin xem H.Parker 1984, 214-215.

chung chung của văn bản mà thôi. Một văn bản không thể chỉ có một nghĩa cố định; tiến trình chú giải thì năng động, vì người đọc chỉ hưởng ứng được ý nghĩa theo cách riêng của họ. Với tư cách là nhà phê bình, chúng ta bị quy định bởi những hoàn cảnh lịch sử của mình. Thay vì nhắm đến việc tìm kiếm một ý nghĩa lịch sử thật sự theo ý nghĩa gốc của văn bản thì chúng ta lại tìm cách mặc vào cho nó những ý nghĩa theo kiểu riêng của chúng ta.⁽⁶⁾

Ngay cả những người vốn không có cảm tình với quan điểm này cũng chấp nhận những hiệu quả tích cực trong các môn học về phê bình và dạy văn học trong những thập niên qua.⁽⁷⁾ Trước đây, nó đã từng là cách thông thường để lược lặt văn học như một nguồn thông tin về lịch sử, chính trị và xã hội, chẳng hạn ngày nay người ta có thể phân tích các sản phẩm văn chương cho chính họ: một bài thơ chỉ là một bài thơ, và chỉ ngẫu nhiên nó mới được dùng như là một tư liệu cho việc tái tạo tiểu sử của tác giả.⁽⁸⁾ Tuy nhiên quan điểm hoài nghi loại bỏ một cách có hiệu quả dự định lịch sử: nếu sự chú giải văn bản không được ưu tiên, thì tất cả mọi sự đều như nhau và thật vô nghĩa khi xem xét các văn bản lịch sử trong nội dung lịch sử của nó.

⁽⁶⁾ Tôi nhận thấy rằng có một sự song song nào đó với những phát triển đương thời trong lãnh vực triết học của khoa học: những quan điểm tích cực thuộc chủ thuyết khách quan xưa nay xem ra có vẻ ngây thơ, vì những yếu tố chủ quan bao hàm trong lý thuyết khoa học và việc nghiên cứu được ngay cả những người vốn hỗ trợ một số hình thức chủ nghĩa hiện thực khoa học cũng nhận ra.

⁽⁷⁾ Trích dẫn: Hough 1966, 62 cho rằng đối với các sinh viên văn học, lý thuyết của Richard "cực kỳ hiệu quả" trong việc cung cấp "phương tiện thúc đẩy quan tâm hơn đến chính tác phẩm và tiến trình giải quyết khi đọc nó, với tư cách là một cách để phòng chống lại các phán đoán theo qui ước và thứ cấp... Nhưng đó không phải là một cách đọc bình thường".

⁽⁸⁾ Một thí dụ thích hợp xuất hiện trong tiểu luận của Charles Kahn (xem Chương 1 trên đây): đó là quan niệm cổ của công trình Hesiod nghiêng về việc phân tích nhân chủng học, trong khi những nỗ lực gần đây lại muốn thay đổi để nắm bắt sự xung đột và các mục tiêu của thi ca như là thi ca.

Trong khi phong cách hoài nghi được trình bày bằng luận chứng “ảo tưởng có chủ đích” và được tăng cường trong một số phạm vi, thì những quan điểm khác lại đề xuất những luận chứng trái ngược nhằm bảo vệ một phương pháp luận văn học truyền thống hơn. Một dự định rất đặc biệt của loại hình sau là nghiên cứu chú giải của E.D.Hirsch, Jr.⁽⁹⁾. Một bản giải thích văn bản tất không thể trình bày một cách công bằng đối với sự phong phú và tài tình trong thảo luận của ông và cũng chẳng bao hàm hết được những điều bên vực các quan điểm khác. Tôi mong muốn đơn thuần là cung cấp được ở đây một bản tóm lược bao hàm một số khái niệm có thể sử dụng trong thảo luận sau về các văn bản cổ.

Trong quan điểm của Hirsch [1967, chương 4], ý định của tác giả không những là một mục tiêu chính đáng của khoa phê bình, mà còn là một mục tiêu có thể là duy nhất: chỉ với riêng mình nó đã được tất cả các nhà chú giải văn bản qui định chia sẻ.⁽¹⁰⁾ Công việc của nhà phê bình là duy trì hai loại cơ sở: giải thích ý định của văn bản và ý nghĩa của văn bản. Điều sau bao hàm phần quan trọng của việc phê bình hiểu theo nghĩa thông thường là (dĩ nhiên, tổng thể của nó và trong quan điểm hoài nghi): những tương quan giữa văn bản và bất cứ điều gì khác mà nhà phê bình chọn lựa, câu trả lời cá nhân của nhà phê bình đối với văn bản, v.v... Hirsch nói tiếp, nhưng tiền đề của bất cứ sự bàn luận nào về ý nghĩa của

⁽⁹⁾ Quan điểm của Hirsch được lan truyền rộng rãi trong giới học giả về nhân bản, và được những người thuộc phái không chấp nhận quan điểm truyền thống kinh tế. Chẳng cần phải nói, ai cũng biết rằng lãnh vực phê bình phát triển mạnh trong hơn hai thập kỷ vừa qua, và người ta phải kiêng nể những nỗ lực của Hirsch cho đến nay. Quan điểm của tôi ở đây không nhằm trình bày lý thuyết phê bình hay lý thuyết phê bình khác đúng, nhưng chỉ muốn nói rằng những quan điểm của Hirsch đặc biệt hữu ích cho nhà sử học thực hành.

⁽¹⁰⁾ Một bản tóm lược rất hữu ích về quan điểm của Hirsch đề cập đến sự xác minh ý nghĩa xuất hiện năm 1967, app.1, esp.sect.c

văn bản, đều phải là sự hiểu biết chính xác ý định của nó. Điều này đòi hỏi phải có hai bước: hiểu văn bản và giải thích (chú giải) văn bản. Khi giải thích một văn bản, nhà chú giải phải tìm cách thông tin về ý nghĩa nội dung cho những người khác. Để đạt mục tiêu này, người ta phải vận dụng một cách điển hình đến các đoạn, đúc kết văn bản và sử dụng các từ sao cho người nghe nắm bắt được.⁽¹¹⁾ Người ta có thể đưa những yếu tố hoàn toàn xa lạ vào trong văn bản, và một yêu cầu tế nhị đối với nhà chú giải là đảm bảo cho ý nghĩa của văn bản không bị sai lệch trong tiến trình.

Để giải thích văn bản, nhà chú giải phải hiểu rõ ý nghĩa của văn bản, và đó phải là ý nghĩa mà tác giả muốn nói. tuy nhiên, các nhà hoài nghi thì nói rằng loại ý nghĩa ấy chúng ta không đạt tới được. Còn Hirsch [1967, chương 5, và app.1, tiết .c] thì đưa ra một sự phân biệt khác: nếu chúng ta quá nhấn mạnh đến tính chắc chắn về sự hiểu biết của chúng ta đối với điều tác giả muốn nói, thì các nhà hoài nghi lại càng có lý. Nhưng nhà phê bình không tìm kiếm sự chắc chắn về kiến thức mà tìm giá trị của sự chú giải. Giá trị thì lại là khái niệm tương đối; nhà chú giải đã đi vào tiến trình tự tìm hiểu, chất lọc và điều chỉnh các khái niệm về ý nghĩa của văn bản, và như thế để hoàn tất các phần chú giải với một tiến trình không ngừng mang tính xác xuất là đúng. Vì thế, ý muốn của tác giả là giới hạn tất yếu của tiến trình tự tìm hiểu; không có điều này, tiến trình sẽ chẳng có đối tượng hay

⁽¹¹⁾ Hirsch phân biệt các chức năng chú giải và phê bình của việc giải thích văn bản [1967, chương 4, phần b] cần phải được sử dụng để đề ra một quan điểm làm nảy sinh một dạng đại số hình học, vốn thường được tranh luận giữa các nhà sử học về toán học cổ (xin xem Unguru 1979). Để giải thích một số khía cạnh về hình học cổ, có lẽ điều thích hợp và cần thiết nữa là phải làm cho có liên quan đến các lãnh vực gần đây, chẳng hạn số học. Điều này gọi tên một khả năng sai lệch về niên đại, như vẫn thấy trong các hình thức loại suy của vấn đề chú giải. Sự liều lĩnh đó có thể chấp nhận được nếu như sự chọn lựa là sự thiếu am hiểu của người mới học tập.

tiêu chuẩn chính xác. Nhưng làm thế nào người ta định giá được phán đoán của mình – rằng điều ấy có tính xác xuất cao, hoặc đáng khích lệ, hay khả thi? Hirsch đề ra bốn tiêu chuẩn: tính chính thống (nghĩa là: giải thích cần phải ấn định từ ngữ của văn bản, chỉ những nghĩa này mới được coi là của tác giả và những người đồng thời với ông); tính tương ứng (mỗi yếu tố ngữ học của văn bản đều phải được giải thích việc sử dụng); thể loại thích hợp: (ở đây từ “thể loại” bao gồm luôn những qui ước và khả năng liên quan đến văn bản mà tác giả và độc giả cùng chia sẻ được với nhau); và tính mạch lạc: (sự chú giải được coi là hợp lý trong bối cảnh của một tổng thể mà nó là một thành phần).

Hirsch [1967, 76-77, 237-238] còn nhận xét rằng tiêu chuẩn về thể loại thích hợp và tính mạch lạc đôi khi dẫn đến phạm vi chú giải văn bản cổ. Chẳng hạn, những ý niệm rộng rãi về thể loại mà chúng ta sử dụng để bắt đầu xem xét một văn bản, chẳng hạn, đã từng giới hạn giá trị của việc giải thích; thực vậy, những khái niệm ấy chỉ có tính hướng dẫn để tự tìm hiểu, khi người ta cải tiến quan niệm của mình về ý nghĩa của văn bản. Sau hết, biết được thể loại nội tại của văn bản là đã gần như biết được ý nghĩa của nó.⁽¹²⁾ Tương tự, khi triển khai tính mạch lạc trong việc chú giải của chúng ta, tổng thể của văn bản tùy thuộc vào sự chú giải của chúng ta. Khởi đầu, cái nhìn của chúng ta về ý nghĩa văn bản còn bỏ ngỏ, tổng thể có liên quan của văn bản sẽ dần được mở rộng; nhưng khi chúng ta mài dũa quan điểm của mình thì văn mạch sẽ thu hẹp lại.

⁽¹²⁾ Hirsch [1967, 86] định nghĩa “thể loại nội tại” như là “cảm thức về toàn bộ nội dung ý nghĩa mà một nhà chú giải có thể hiểu đúng được bất cứ phần nào thuộc phạm vi của nó”. Vì điều này, dĩ nhiên, ông trở thành chuyên gia về khái niệm thể loại, mà trong cách sử dụng thông thường cho thấy còn có nhiều phạm trù rộng lớn hơn trong nỗ lực văn học. Ở đây, Hirsch tập trung chủ yếu vào mối liên kết giữa sự quán triệt ý nghĩa văn bản và xác định thể loại của nó, nhưng ông lại tránh phép lặp thừa (tautology) mà bất cứ văn bản nào cũng hình thành một thể loại nội tại riêng của mình.

Thử nghiệm lại việc chú giải sẽ cho thấy tác giả có muốn nói qua các văn bản như điều chúng ta hiểu hay không. Như trước đây, Hirsch đã loại bỏ vấn đề luân chuyển bằng cách xem xét các yếu tố tự tìm hiểu trong việc chú giải, ông lập luận rằng nếu chúng ta quá tha thiết tìm sự chắc chắn, thì hy vọng của những người hoài nghi sẽ càng được củng cố, và làm cho việc tìm kiếm ý định của tác giả càng trở nên vô ích. Nhưng chúng ta không yêu cầu tính chính xác đối với phần lớn bối cảnh tư tưởng và hành động, và cũng chẳng cần phải làm như vậy trong vấn đề chú giải các văn bản cổ. Mục tiêu của chúng ta là đạt tới được các quan điểm với xác suất cao; tiến trình công nhận giá trị của những chú giải chính xác là đánh giá những xác suất có liên quan trong việc sàng lọc chú giải. Như thế, những khía cạnh không chắc chắn, khả năng của những quan điểm hỗ tương, vai trò của các yếu tố chủ quan – cùng giống nhau trong phạm vi tìm kiếm của con người – là những khía cạnh tự nhiên trong lãnh vực chú giải. Đề nghị những vấn đề này như là các phản chứng cơ bản chống lại sự đổi thay trong việc nghiên cứu ý định (điều muốn nói) của tác giả thì đơn thuần là hiểu sai vấn nạn “đâu là những mục tiêu người ta phải đến”.

Như thế, chú giải không phải là việc làm máy móc: đó là một tiến trình tự tìm hiểu mang tính linh hoạt, qua đó người ta tìm cách đo lường giá trị của những chú giải. Theo quan điểm của Hirsch, điều này đủ để xua tan những khó khăn lớn nhất do các nhà hoài nghi đề ra. Người ta có thể tiến hành lần lượt một cuộc tìm kiếm một chú giải có giá trị về ý định của tác giả; ý định của tác giả (điều tác giả muốn nói) là đối tượng mà tiến trình này phải hướng đến. Hirsch nhận định rằng các nhà hoài nghi chấp nhận điều này một cách hiển nhiên vì nó là yếu tố của chủ nghĩa hoài nghi: vì sự thẩm tra sẽ vô nghĩa nếu tất cả mọi yêu sách chấp nhận được về một văn bản đều có cùng một giá trị. Cuối cùng, hiểu ý định của

tác giả là tiền đề cho tất cả mọi cuộc thẩm tra mà các nhà phê bình tiến hành, vì đó là nét đặc trưng duy nhất của một văn bản chung cho mọi phê bình tiềm năng.

Kế hoạch phê bình này cung cấp cho ta điều cơ bản để xem xét việc chú giải các văn bản của các nhà toán học cổ xưa. Nó cũng cung ứng cho ta sự cảnh báo, nhờ tỉnh táo cảnh giác nhà chú giải có thể tháo gỡ các khó khăn do hoạt động chú giải đề ra, đặc biệt, những bất ngờ phát sinh trong mối tương tác giữa nội dung khách quan của văn bản và những yếu tố chủ quan xuất hiện trong kinh nghiệm của nhà chú giải. Các văn bản toán học rất đáng hoài nghi khi chúng được đọc trong bối cảnh định kiến triết học và toán học của người đọc hướng đến những môn học hiện đại. Tránh được những hiểu biết sai về ý định của tác giả, như chúng ta sẽ thấy trong những thí dụ sau đây, phải là mối quan tâm đặc biệt của nhà lịch sử toán học.

2. Những khái niệm của Euclid về tỉ số và tỉ lệ thức

Như người ta vẫn thường nghĩ, việc chú giải các văn bản toán học cổ chịu ảnh hưởng rất mạnh bởi những nghiên cứu đặt nền tảng trên lý thuyết toán học hiện đại, và điều ấy có thể gây nên những khuynh hướng làm sai lệch niên đại. Thảo luận về những nguyên tắc hội tụ xưa, đặc biệt khi chúng có liên hệ đến các định nghĩa của Euclid vào buổi đầu ông xây dựng lý thuyết về tỉ lệ thức [Elem.v], cho ta một ví dụ thú vị. Người ta thường nói rằng các định nghĩa của Euclid (đặc biệt định nghĩa số 4) có mục đích loại trừ các đại lượng phi Archimedes ra khỏi lãnh vực hình học, một điều kiện trong quá trình xem xét các yêu cầu tinh vi thuộc những chứng minh của Euclid. Những nhận xét tương tự được kết luận đối với các định lý hội tụ của Archimedes và việc ứng dụng gọi là định đề Archimedes, mà định nghĩa của Euclid là sự kết hợp tiêu biểu. Nhưng

nếu người ta chuyển từ toán học sang lãnh vực văn bản thì lại là chuyển khác.⁽¹³⁾

Trong số các định nghĩa mở đầu cho lý thuyết về tỉ lệ thức trong tác phẩm *Elem.v* như sau:⁽¹⁴⁾

“Tỉ số” giữa hai đại lượng đồng nhất là mối tương quan theo loại (có tỷ lệ với nhau) giữa chúng.⁽¹⁵⁾ [định nghĩa số 3].

“Có tỉ lệ với nhau” được xác định bởi những đại lượng mà khi được nhân lên chúng cũng tăng lên theo. [định nghĩa số 4].

Căn cứ theo định nghĩa số 4, T.L.Health đã bình luận như sau:

“De Morgan nói rằng rất cuộc nói đến đại lượng nghĩa là nói đến các loại giống nhau. Nhưng điều đó không thể là tất cả; mặt khác định nghĩa xem ra đã đi quá “điều muốn nói” là loại bỏ tương quan giữa một trường độ được xác định với một trường độ cùng loại cực lớn hay cực nhỏ, và hơn nữa, để “nhấn mạnh” sự kiện, như mô tả trong định nghĩa trước..., mà là thuật ngữ *tỉ số* loại bỏ tương quan giữa bất kỳ hai đại lượng *không thể so sánh* nào cũng như giữa bất kỳ hai đại lượng xác định có thể so sánh nào của cùng một loại”. [Health 1956, ii 120: his emphasis].

⁽¹³⁾ Quan điểm của tôi được sự đồng ý thực tế qua trình bày của Mueller 1981, 138-145.

⁽¹⁴⁾ Bản dịch của tôi căn cứ theo văn bản của Heiberg [1983, ii 2]

⁽¹⁵⁾ Contrast Health 1956, ii 114 (nhấn mạnh): “Tỉ lệ là một loại tương quan giữa hai đại lượng cùng một loại”. Chắc chắn, sự trình bày của Health hiện nay được coi như tiêu chuẩn. Nhưng khi sử dụng một mạo từ không xác định (‘a sort of relation’), dường như đã làm mất đi sắc thái mạo từ xác định trong bản gốc Hy Lạp (‘the manner of relation’). Quan trọng hơn, bản dịch của Health có vẻ ngây ngô, vì từ một điều không xác định nay lại được xác định, (Mueller [1981, 126]) gọi cách định nghĩa này là không có công dụng toán học, và áp đặt thêm sự khó khăn cho Euclid. Trong bản dịch của tôi, Euclid xác định “tỉ lệ” là một tương quan có tính đo lường định lượng của các con số cùng loại. Đó là điều kiện thiết yếu và quan trọng, và khi chấp nhận như vậy, thì giả định rằng người đọc đã phải có được khái niệm về khối lượng và loại.

Bằng các cụm từ “điều muốn nói” và “nhấn mạnh”, Heath xác định rõ ý kiến của riêng của mình khớp với ý nghĩa mà chính Euclid muốn nói. Nhưng cần lưu ý rằng cả ba ý nghĩa khác nhau như trên - đồng nhất, việc loại trừ những đại lượng không xác định (nghĩa là phi Archimede), và việc gộp chung các đại lượng không thể so sánh bằng một sự mô tả đơn giản và hơn nữa rằng Euclid có thể nhấn mạnh yêu sách các đại lượng không thể so sánh trừ phi thực sự sử dụng thuật ngữ.⁽¹⁶⁾ Như thế, chúng ta phải đối đầu với một tình huống trong đó, sử dụng thuật ngữ của Hirsch, cố gắng hiểu (giải thích) văn bản của Euclid tách rời sự chỉ trích của nó, đó là chất lọc những điều tiềm ẩn mang tính toán học của nó.

Khi tách riêng ra, Định nghĩa số 4 có thể được hiểu như một điều kiện có khuynh hướng loại bỏ những đại lượng phi-Archimedes. Nó được viết dưới hình thức là các đại lượng A và B ($A < B$) có tỉ số nếu và chỉ nếu có số nguyên xác định m sao cho $mA > B$. Như vậy, ví dụ, đối với số nguyên tố A thuộc số xác định B, có thể không có tỉ số giữa A và B, vì A là bất cứ một số xác định nào nhân với nó miễn là không lớn hơn B.⁽¹⁷⁾ Các bằng chứng về Số nguyên tố v. prop. 8 và x prop. 1, cả hai đều tùy thuộc vào một sự thừa nhận như thế: một đại lượng nhỏ hơn trong hai đại lượng cho sẵn khi được nhân lên sẽ có giá trị lớn hơn đại lượng kia.⁽¹⁸⁾ Hơn nữa, vì các số nguyên tố đã được bàn luận nhiều trong triết học tự nhiên Hy Lạp cổ và đã đóng

⁽¹⁶⁾ Thuật ngữ “thông ước” (commensurable) và “vô ước” (uncommensurable) xuất hiện trong diện nghĩa thứ nhất trong tập 10.

⁽¹⁷⁾ Sử dụng các các nguyên tố, một hình thức rất quen thuộc trong công trình của B. Cavalieri (1598-1647), là một đặc tính của các đo lường theo phương pháp tự tìm kiếm của Archimedes trong tác phẩm *phương pháp luận*; xin xem Dijksterhuis 1956, chương x, esp. 318-322. Tôi đang chuẩn bị nghiên cứu về Phương pháp luận các số nguyên tố của Archimedes và những bằng chứng của các tiền bối trong truyền thống hình học Hy Lạp.

⁽¹⁸⁾ Phát biểu về quan niệm chú giải của họ xuất hiện trong số 24 sau đây. Về sự giải thích các mệnh đề này, xin xem Mueller 1981, 139-142; van der Waerden 1954, 185-186, 188.

một vai trò quan trọng trong việc phân tích để tìm hiểu về con số do một số nhà tiên bối của Archimedes,⁽¹⁹⁾ người ta phải thừa nhận rằng Euclid (hoặc Eudoxus, tác giả bản dịch gốc về lý thuyết) đã chọn phương pháp loại bỏ những trường hợp như thế khỏi lý thuyết chính thức về tỉ lệ thức của các đại lượng. Thật vậy, giữa các học giả cổ điển, đã xuất hiện khuynh hướng cho rằng định nghĩa được coi như điều kiện thỏa hiệp ngầm là loại bỏ những đại lượng xác định.⁽²⁰⁾

Tuy nhiên, quan điểm này về nguyên tắc của Euclid vẫn còn gặp một số khó khăn. Nhất là, định nghĩa của Euclid đã thiết lập một tương quan đối xứng giữa hai đại lượng cho sẵn, trong khi những ứng dụng như đã nói chỉ yêu cầu một đặc tính liên quan đến đại lượng nhỏ hơn đối với đại lượng lớn hơn. Mueller đã tóm tắt rất tài tình những khía cạnh của vấn đề này, vì thế, ở đây, tôi muốn bỏ qua thảo luận của họ, và trở lại trình bày về quan điểm hỗ tương.⁽²¹⁾

Trước hết, chúng ta hãy để ý đến định nghĩa về tỷ lệ thức ảnh hưởng nhiều đến lý thuyết của Euclid; phải nói ngay rằng nó chỉ đứng sau nguyên tắc mà ta mới trình bày:⁽²²⁾

“Trong cùng một tỉ số” – đại lượng thứ nhất đối với đại lượng thứ hai và đại lượng thứ ba đối với đại lượng thứ tư – được xác

⁽¹⁹⁾ Về cuộc bàn luận về các bằng chứng sử dụng số nguyên tố trong thời tiền Archimede, xin xem Knorr 1982a, 135-142.

⁽²⁰⁾ Theo Hero trong tác phẩm, *Def. No. 123*, Định nghĩa của Euclid về tỉ số không được áp dụng đối với sự sắp xếp các điểm; đặc tính so sánh là thiết yếu đối với các đại lượng đồng loại: xin xem Schöne và Heiberg 1903-1914, iv 78. Ngược lại, các học giả về số nguyên tố của Euclid kêu gọi chú trọng đến tính đồng nhất [xin xem Heiberg và Stamatis 1969-1977, i 215-216; số 13, 15-17] hoặc đọc thêm về số vô tỷ [số 14]. Trong khi các học giả về Hero và Euclid có thể dựa vào các truyền thống chú giải chính thức, nhưng niên đại của họ không rõ ràng và các chứng cứ họ sử dụng còn đáng nghi ngờ trong việc xác định những mục tiêu của Euclid.

⁽²¹⁾ Những chi tiết phụ thêm, xin xem Mueller 1981, 138-145.

⁽²²⁾ Bản dịch của tôi dựa trên văn bản của Heiberg [Heiberg và Stamatis 1969-1977 ii 1].

đỉnh trong tương quan đẳng bội của đại lượng thứ nhất và thứ ba đối với đẳng bội thứ hai và thứ tư, theo bất cứ cấp số nhân nào, giữa đẳng bội trước với đẳng bội sau, hoặc chúng bằng nhau, hoặc nhỏ hơn hoặc cùng một bậc. [Định nghĩa 51]”.

Đối với các đại lượng A, B, C, D, tỉ số A:B bằng với tỉ số C:D nếu, các số nguyên bất kỳ m, n, $mA > nB$ và $mC > nD$ nghiệm được với nhau và $mA = nB$ và $mC = nD$ nghiệm được với nhau, và $mA < nB$ và $mC < nD$ chung với nhau. Như vậy kế hoạch của Euclid về các tỉ lệ thức tùy thuộc vào cơ cấu và sự so sánh các đẳng bội của các đại lượng cho sẵn. Mọi sự áp dụng định nghĩa này tùy thuộc vào các giả thiết $mA > nB$, $mA = nB$ hoặc $mA < nB$.⁽²³⁾

Định nghĩa thứ tư, như vừa trình bày, có thể được hiểu trong bối cảnh trình bày này về tỉ lệ thức. Như thế nó quy định rằng các đại lượng A, B sẽ được coi là có tỉ số nếu các bất đẳng thức giữa các bội số của chúng được thỏa mãn; nghĩa là phải có m, n sao cho $mA > nB$ và m', n' sao cho $m'A < n'B$. Mueller thích cách hiểu này, nhưng các nhà bình luận khác lại không chấp nhận.⁽²⁴⁾ Điều kiện, như trình bày ở đây, đơn giản căn cứ vào sự so sánh các bội số bất kỳ, như là định nghĩa thứ năm và tất cả các bằng chứng tùy thuộc vào những đòi hỏi của nó sẽ trình bày sau.

Dĩ nhiên, định nghĩa thứ tư loại trừ các đại lượng phi Archimedes. Vì nó tạo ra một khe hở mà định nghĩa thứ năm

⁽²³⁾ Người ta có thể ghi nhận có một mức độ dư thừa. Điều kiện $mA = nB$ chỉ được thỏa mãn nếu A, B là những số thông ước; trong trường hợp này bất đẳng thức là không cần thiết. Mặt khác, nếu các bất đẳng thức được thỏa mãn (dĩ nhiên, điều này chỉ có thể xảy ra đối với các số vô ước), sau đó mới đáp ứng việc thiết lập tỉ lệ thức, ngay cả khi không có qui chiếu với các đẳng thức.

⁽²⁴⁾ Cách viết thông thường là “cho một số nguyên m nào đó, mà $mA > B$, trong đó $B > A$ ”. Trích dẫn Heath 1956, ii 120; Dijksterhuis 1929-1930, ii 58; van der Waerden 1954, 186n; Frajese và Maccioni 1970, 298. Quan niệm này, dĩ nhiên đã có trong tác phẩm *Elem.* v prop. 8 và x prop. 1, do Mueller lấy lại thì khác với tác phẩm *Elem.* v def. 4 (xin xem phần dưới đây).

tự nó phải chịu: nếu B và D là những đại lượng vô tỉ (chẳng hạn zêrô), thì chỉ có các bất đẳng thức $mA > nB$ và $mC > nD$ là có thể xảy ra; đó là điều khả dĩ có tính chuyên môn để chứng minh tỉ lệ thức $A:B=C:D$, vì điều kiện đối với những bất đẳng thức đối nghịch chỉ là ảo. Nhưng về phương diện từ ngữ của công thức, định nghĩa này không dễ dàng chấp nhận hệ quả vừa rồi như một mục tiêu chính. Thật vậy, vì nó đã được diễn tả theo đúng các yêu cầu của định nghĩa về tỉ lệ thức trong định nghĩa số 5 – khi người ta muốn xác định ý định của định nghĩa số 4 như là điều kiện tiên quyết hiển nhiên đối với định nghĩa số 5 thì người ta phải hoài nghi rằng Euclid đã công nhận sự mặc nhiên của nó là loại bỏ các số không xác định. Khi tất cả các ứng dụng của hệ thống định lý tỉ lệ thức (trong tập 6,11-13) là sự kiện đối với các trường hợp đại lượng được xác định, thì khó khăn không xuất hiện. Mặt khác, các định lý chung của cuốn 5 đã đòi hỏi hạn chế có điều kiện phạm vi để xác định. Người ta có thể tự ý xét đoán Euclid có nghiêm túc không khi loại trừ một tuyên bố có hạn định thích đáng như vậy. Dù ở mức độ nào, rõ ràng định nghĩa số 4, như trình bày trong tác phẩm *Elements*, đã không diễn tả đầy đủ vai trò của mình.

Chứng cứ của Archimedes và các nhà bình luận sau đó cung cấp cho ta các chất liệu để tìm ra nguồn gốc của các định nghĩa của Euclid, bằng cách phát hiện ra hình thức kỹ thuật của các tỉ lệ thức liên quan đến điều kiện nay chúng ta có trong *Elem.v.* như tôi đã lập luận [Knorr 1978b] rằng có một chứng cứ kỹ thuật nào đó trong những nguồn này được coi là của thời tiền Euclid, của chính Eudoxus. Trong sơ đồ tôi trình bày ở đây, tôi sẽ xem nó như là “của Eudoxus” với dấu trích dẫn để chỉ rõ bản chất tình huống của thẩm quyền.

Để chứng minh một định lý cho sẵn theo kỹ thuật “Eudoxus”, trước hết người ta phải lấy trường hợp số có thể so sánh, thường là hệ quả trực tiếp của quan niệm đại lượng

đo lường chung. Để thiết lập trường hợp số không thể so sánh, người ta thừa nhận một cách lập luận gián tiếp: nếu các tỉ số không bằng nhau (giả sử $A:B$ lớn hơn), ta có thể lập một đại lượng thích hợp B' có thể so sánh với A , chẳng hạn $A:B > A:B' > C:D$. (A làm nên tiến trình được trình bày trong thực tại hiện có và so sánh với cơ cấu trong *Elem.* xii prop. 16 [xin xem Knorr 1978b, 187-188]. Sau đó, điều kiện này được mô tả để đối lập với các thuộc tính hình học đã trình bày đối với trường hợp số hữu ước. Cũng vậy, người ta nêu ra rằng giả thiết trái ngược (cho $A:B$ tỉ số nhỏ hơn) cũng dẫn đến sự mâu thuẫn.

Nếu chúng ta thay thế tỉ số giữa các đại lượng có thể so sánh $A:B'$ với tỉ số giữa các số nguyên bằng với nó, chẳng hạn $m:n$, thì bất đẳng thức nói trên có thể được diễn tả bằng hình thức tương đương: cho các số nguyên m, n sao cho $mA > nB$ đồng thời $mC < nD$. Điều này chính là điều kiện mà Euclid định nghĩa là “tỉ số lớn hơn” trong *Elem.* v def. 7. Hoán chuyển các bất đẳng thức, ta có các điều kiện đối với $A:B$ là tỉ số nhỏ hơn (dĩ nhiên, không được định nghĩa riêng rẽ bởi Euclid). Sự bằng nhau của tỉ số vẫn diễn ra nếu không có các số nguyên tạo nên bất đẳng thức; nghĩa là, đối với tất cả các bội số, $mA > nB$ đưa đến $mC > nD$, và $mA < nB$ dẫn đến $mC < nD$. Bằng cách này, định nghĩa về “cùng tỉ số” được chấp nhận trong định nghĩa 5 có thể bị giản lược thành sự nghịch đảo hợp lý của các định nghĩa về “tỉ số lớn hơn” và “tỉ số nhỏ hơn”.

Có ba lý do cho thấy định nghĩa về “tỉ số lớn hơn” của Euclid là một vết tích của hình thức lý thuyết cổ xưa, cũng như đề xuất của tôi về nguồn gốc các định nghĩa của Euclid. Trước hết, khái niệm về tỉ số lớn hơn đã không được triển khai như thế; thật vậy, định nghĩa của nó chỉ được trực tiếp nêu lên có hai lần (trong *Elem.* v props. 8 và 13), trong bổ đề hỗ trợ cho các chứng minh về tỉ lệ thức căn cứ theo định

nghĩa 5.⁽²⁵⁾ Ví dụ, *Elem. v prop. 8* chứng minh rằng $A > B$ bao hàm $A:C > B:C$, và tương tự như thế đối với nghịch đảo của các bất đẳng thức; được ứng dụng trong *v prop. 10*, nhưng cách thức trình bày ở đây lại thiếu sót, và một chứng minh để lựa chọn được tìm thấy trực tiếp trong định nghĩa 7 (def.7) rất thích hợp.⁽²⁶⁾ Cả hai định lý, cùng với *Elem.v prop.13*, dẫn đến sự thiết lập những bất đẳng thức tới hạn đối với các chứng minh của *Elem.v prop. 16* và tiếp theo. Đối với những cách sử dụng như thế, khái niệm về tỉ số lớn hơn thật sự không cần thiết, tuy nhiên, vì nó đáp ứng đơn thuần như một sự ước lượng đối với một số bất đẳng thức giữa các bội số của các đại lượng cho sẵn. Ngược lại, trong kỹ thuật “Eudoxus”, việc vận dụng các tỉ số lớn hơn và nhỏ hơn lại là đặc trưng. Cách thức này được mô phỏng lại trong các lập luận gián tiếp ở tập 12 (đặc biệt, các định lý về đo lường hình tròn, hình chóp, hình nón, và hình cầu), trong đó các bất đẳng thức *Elem.v. prop.8* cũng đáng chú ý. Hơn nữa, thật đáng ngạc nhiên là những định đề giống như thế không hề khai thác định nghĩa về “tỉ số lớn hơn”, đó cũng là điều tự nhiên và thích hợp. Nhưng ở đây lại gợi lên những quan niệm lựa chọn, loại kỹ thuật “Eudoxus” đặc trưng mà Euclid xem ra muốn giữ như là dấu hiệu của nền tảng lý thuyết xưa trong tập 5.⁽²⁷⁾ Điểm thứ hai, Euclid đã không cung cấp các cấu trúc về số nguyên mà sự hiện diện của nó được đặt thành định đề trong định nghĩa 7 (def.7). Điều này chắc chắn gây nên khó

⁽²⁵⁾ Đối với sự bình luận về các chứng minh, xin xem Heath 1956, ii 152, 153, 161, 162; Mueller 1981, 130 – 131, 139.

⁽²⁶⁾ Về bằng chứng của *Elem. v prop. 10*, xin xem Heath 1956, ii 156-157; Mueller 1981, 130.

⁽²⁷⁾ Sự tương đồng cơ bản về kỹ thuật giữa các chứng minh trong tập 12 và trong lý thuyết tỷ lệ thức để lựa chọn được sử dụng để biện minh cho tính trội vượt của chứng minh theo Euclid hơn là loại sau: xem Knorr 1978b. Đối với cách trình bày của chứng minh Euclid về lý thuyết định lý đường tròn [*Elem. xii prop.2*] và phương pháp lựa chọn bằng cách thức lý thuyết tại quyển 5, xin xem Knorr 1982a, 124-127; 1986a, 78-80.

khăn, là liệu Euclid có đề xuất những định lý về các bất đẳng thức của những tỉ số liên quan đến các định lý tỉ lệ thức ở tập 5 hay không. Việc dựng hình bổ đề cho vấn đề tương ứng đã có trong các văn bản liên quan đến kỹ thuật “Eudoxus” để lựa chọn [xin xem Knorr 1978b, 187-188]. Thứ ba, như đã nêu trên, quan niệm hội tụ được trưng ra theo nghĩa của định nghĩa 4 (def.4) chỉ được nói đến hai lần (trong *Elem.* v prop.8 và x prop.1), dưới hình thức, những đại lượng A, B cho sẵn, trong đó $A < B$, có một bội số m của B sao cho $mA > B$. nhưng ngay cả ở đây. Người ta có thể đặt câu hỏi liệu Euclid có ý định này trong định nghĩa số 4 của ông hay không. Nói chung, Euclid sử dụng lối tham khảo chéo thông qua phương pháp văn chương của hồi ức; sở dĩ ông yêu cầu một định lý hay định đề có trước để xác minh một bước chứng cứ, ông sẽ tái lập lại các từ ngữ của đề trong các câu đã được điều chỉnh theo văn mạch hiện tại.⁽²⁸⁾ Như thế, cần lưu ý rằng trong v prop.8 và x prop.1 quan niệm về hội tụ được thiết lập bằng những từ hoàn toàn khác so với cách thức và từ trong định nghĩa số 4 (def.4).⁽²⁹⁾ Vì thế, tôi suy ra rằng chính Euclid đã thiết lập công thức, quan niệm này trong các chứng minh của mình mà không cần – hay ít ra không muốn nói đến – mối liên hệ với định nghĩa số 4.

Như vậy xem ra ít rõ ràng hơn là quan niệm thường có đề nghị rằng định nghĩa số 4 của Euclid được dự định như là

⁽²⁸⁾ Neuenschwander [coi 1972-1973, 339-352] đã phân biệt một mẫu kén, thường là theo nghĩa từ, tóm tắt cách thức tham khảo chéo của Euclid trong các sách về phép đo diện tích, đặc biệt nổi bật trong quyển 2 và có suy luận trong quyển 3-4. Những thí dụ dùng để so sánh có thể thấy trong quyển 10, 12-13. Van der Waerden [1979, 352-353] trưng dẫn những điểm trong đó để khẳng định nguồn gốc Pythagoras của quyển 2 và 4, đồng quan điểm với điều mà chính Neuenschwander [1972-1973, 369-78] coi là, dù không hoàn toàn, sự chấp thuận. Đối với tôi, dường như phương pháp tham khảo chéo đã được thiết lập; dù của riêng Euclid hay của một nguồn nào khác, thì vấn đề cũng đã tạm rõ.

⁽²⁹⁾ Trong cả hai mệnh đề này, người ta đã sử dụng công thức sau đây: “khi X được nhân lên, đôi khi lớn hơn Y; hãy làm cho nó nhân lên, và bằng cách lấy Z, một bội số của X, lớn hơn Y”.

một phương pháp hội tụ để loại trừ trường hợp những đại lượng không xác định. Bản trình bày này đã nêu rõ làm thế nào sự xác định lại đi vào cấu trúc logic của toàn bộ lý thuyết của Euclid về tỉ lệ thức như thế. Tôi nghĩ, có thể là Euclid, khi tái lập những tài liệu về tỉ lệ thức và sự hội tụ, như trong *Elem.v* prop.8 và *Elem.x* prop. 1, đã cảm thấy là ông quan niệm có sự so sánh các đại lượng đã quá hiển nhiên không cần đến một định đề đặc biệt nào nữa. Chắc chắn, ở đây không ám chỉ rằng quan niệm của ông được rút ra từ định nghĩa số 4, cho dù người ta có thể làm như vậy. Dù là bất cứ mối liên quan bản gốc nào, người ta vẫn có thể thấy rằng giữa quan niệm hội tụ và định nghĩa – điều này có đôi chút ngạc nhiên – có những tiến triển song song phát sinh từ những nguồn gốc xa xưa hơn.

Như thế, còn xa với vai trò ban đầu của định nghĩa, những ứng dụng trong các định lý hội tụ là những hệ quả tuyệt nhất mà dường như Euclid chưa sử dụng đến. Điều đáng nói là khi Archimedes hình thành điều kiện của mình về vấn đề hội tụ (tiền đề Archimedes), các từ ngữ ông sử dụng cho thấy không có mối liên hệ ngữ học nào đối với định nghĩa của Euclid cả. Vì Archimedes khẳng định:

“Với những diện tích không bằng nhau, phần lớn hơn trời vượt hơn phần nhỏ hơn bằng cách được thêm vào và vượt hơn bất cứ một phần diện tích xác định nào cho trước”.
[Heiberg 1910-1915, II 264]⁽³⁰⁾

Bất cứ nỗ lực nào nhằm xem xét ý nghĩa của định đề Archimedes như là một trường độ rõ ràng trong định nghĩa

⁽³⁰⁾ Nguyên tắc được lặp lại bằng chính những từ sử dụng trong phần mở đầu về Archimede, *De lin. spir.* [Heiberg 1910 – 1915, II 12], nhưng với một cách thức hoàn toàn khác trong định đề số năm trong *De sphaer.* I [Heiberg 1910 – 1915, I. 8]. Đối với các phần phân tích, xin xem Dijksterhuis 1956, 146 – 149; Knorr 1978b, 205 – 213.

của Euclid đều vấp phải sự bất cộng hưởng về từ ngữ giữa các văn bản. Thật vậy, khuôn mẫu đối với từ ngữ của Archimedes đã sẵn sàng trong các ứng dụng quan điểm hội tụ mặc nhiên đối với các định lý giới hạn của Eudoxus, ví dụ những phát biểu về loại trong *Elem.* xii prop. 2:

"Cắt các hình cung thành hai phần ... và liên tục làm như vậy, chúng ta sẽ để lại một số hình viên phân, và chúng sẽ nhỏ hơn phần định mức qua đó vòng tròn EZHO lớn hơn diện tích S". [Heiberg và Stamatis 1969 – 1977, iv 80-83].

Các nguồn gốc và ý nghĩa của định đề Archimedes đề ra những vấn đề vượt quá giới hạn phạm vi hiện nay. Nhưng, tôi phải nhấn mạnh rằng nỗ lực phân tích nó cần phải đi đôi với qui trình của cùng một văn bản mà tôi đã đề nghị đối với định nghĩa của Euclid. Trong cả hai trường hợp, qui trình bình thường, được phát hiện nhờ vào những xem xét từ lãnh vực toán học hiện đại, là cố gắng đúc kết ý nghĩa của các văn bản cổ đại với những hàm ý phát sinh từ chúng. Nói chung, đây là một qui trình chú giải mơ hồ, và trong những trường hợp đặc biệt dẫn đến kết quả lộn xộn thay vì sáng tỏ.

3. Khái niệm cổ đại về phân số

Đọc các ghi chú của David Fowler về kỹ thuật cổ điển đối với các tỉ số [xin xem Chương 6, trên đây], ghi chú sau đây làm tôi chú tâm:

"Không phải từ ngữ hay lời chú thích [được sử dụng để diễn tả các thuật ngữ chỉ phân số có tử số bằng đơn vị, hoặc từng phần riêng] chứa đựng các yếu tố dễ dàng đưa đến quan niệm của chúng ta về các phân số thông thường... Thật vậy, tôi không tin là chúng ta có bất kỳ chứng cứ có sức thuyết phục nào đối với bất cứ việc gì tương đương với

những phân số thông thường m/n trong sinh hoạt đời thường hoặc khoa học của người Hy Lạp”⁽³¹⁾

Luận đề này là kích thích, thách thức trực giác cơ bản của bất cứ ai được huấn luyện cơ bản nhất về toán học ngày nay, rằng khái niệm của chính chúng ta về phân số rất mơ hồ và vì thế đó là nét đặc trưng cố hữu của bất cứ truyền thống tính toán nào còn tồn tại. Như trước đây, chúng ta thấy vấn đề chú giải tập trung vào ý định; phần lớn, các văn bản của chúng ta chỉ trình bày những cách tính toán mà không cần đến những việc hoàn thiện ý niệm, đến độ chúng ta có thể thử nghiệm công thức hóa các ý nghĩa quan niệm của những tác giả cổ theo quan điểm về ý định của chính chúng ta đã lấy cơ sở từ những hoạt động kỹ thuật của họ. Fowler có lý khi đề cập đến vấn đề này và mở ra khả năng cho rằng những quan điểm xưa và nay có thể khác nhau, đặc biệt trong ánh sáng của một số qui trình về phân số có tử số bằng đơn vị làm ranh giới cho sự khác biệt giữa việc thực hành cổ điển và hiện đại. Ông cũng có lý khi nhấn mạnh rằng mọi kết luận đều được chứng minh một cách thuyết phục. Đồng ý về những nguyên tắc cơ bản này, chúng ta có thể tiến hành xem xét kỹ lưỡng hơn mục tiêu của ông, rằng truyền thống Số học Hy Lạp không bao giờ triển khai khái niệm về phân số mà chúng ta có hiện nay. Điều tôi tâm đắc sẽ là định vị bằng chứng chứa đựng vấn đề và hiểu được mức độ nào thì sự chú giải thuyết phục được.

Thứ nhất, sự báo trước: việc tranh luận về những khái niệm là một vấn đề phức tạp và có lẽ nên dành cho triết gia

⁽³¹⁾ Điều khẳng định tương tự cũng có trong D.H.Fowler 1983, 557. Nó được triển khai trong D.H.Fowler 1987, chương 7 (xin xem 193,226), trong đó tính giá trị của nó tùy thuộc chủ yếu vào việc tạo nên sự đoạn tuyệt với truyền thống số học xưa trong thế kỷ thứ nhất sau công nguyên (hoặc sớm hơn). bằng cách này, chứng cứ của Hero và Diophantus được dùng chỉ để xác nhận giai đoạn sau của kỹ thuật số học.

hơn là sử gia. Các công trình kỹ thuật, dù cổ hay kim, dành ít hay chẳng có chỗ cho những cuộc thảo luận về khái niệm; và thật quá dễ đối với chúng ta để trình bày sở thích của mình bằng những từ ngữ đặc biệt như thế trong việc phân tích sự hiện diện hay vắng mặt của chúng trong những công trình cổ xưa theo sự chọn lựa của mình. Cuối cùng, khái niệm hiện đại về phân số là gì? Trong bất kỳ quan niệm hiện đại mang tính nguy biến có liên quan nào [xem Waisman, 1951] người ta cũng tìm được một phân tích nhằm giảm tất cả các đặc tính của các số phân số đối với các tương quan của số nguyên (đặc biệt là số chẵn). Như thế, chẳng lẽ không thể nào Plato [Resp. 525e: xin xem Lee 1955, 293] có được một số đối tượng so sánh trong quan điểm của mình khi ông nhấn mạnh rằng “đơn vị là không thể chia được...” và rằng các chuyên gia sẽ “làm cho bạn thấy vô lý khi nhân nó lên nếu bạn muốn chia nó ra...”. Cũng vậy, Euclid cũng đã từng tiến hành chương trình nguy biến như vậy trong các sách về số học (7-8) trong tác phẩm *Elements*, trong đó ông có thể được coi như người xử lý các số phân số dưới lớp vỏ tỉ số của số nguyên. Trong những trường hợp như thế, sự hạn chế thuật ngữ “arithmos” vào toàn bộ các con số không cản báo trước việc thất bại quán triệt khái niệm về phân số.

Tiếp theo đây, tôi đề nghị một cái nhìn đơn giản về khái niệm phân số. Các nhà văn xưa có thể xử lý các phân số như là những thương số của các số nguyên, hoặc nói khác đi, như là những tỉ số các số nguyên. Tôi nghĩ, có thể như vậy là đủ, nếu như các thực thể tổng hợp trong mỗi trường hợp chúng được xử lý như những chữ số kết hợp với những chữ số khác và với các số nguyên theo các nguyên tắc số học. Những cách chú giải hoặc chọn từ không cần phải loại bỏ một nỗ lực cổ xưa như một bước đầu, một lối trình bày khả dĩ chấp nhận được đối với khái niệm tổng quát về phân số. Điều đặc biệt lý thú đối với chúng tôi là sự liên kết chặt chẽ đáng chú ý của

thời xưa vẫn còn tồn tại đối với những lối trình bày về phân số có tử số là đơn vị. Những điều này có thực sự tránh khỏi việc công thức hóa kỹ thuật tổng quát về phân số không? Vì sự chứng minh của chúng ta sẽ thu được tính cổ xưa, thì chúng ta cũng phải xem bằng cách nào việc chứng minh sau có thể chấp nhận được quan điểm của chúng ta về một thời cổ xưa (thời tiền-Euclid).

Một kho tàng phong phú về những tính toán liên quan đến phân số vẫn còn tồn tại trong các sách viết trên giấy cói (papyrus) Akhmim (tại Hy Lạp, từ thế kỷ thứ 6 trước Công nguyên ở Ai Cập).⁽³²⁾ Nó mở ra một bảng tính lớn, với một bảng danh sách có hệ thống kết quả số chia của một loạt số nguyên, trước hết là cho 3, rồi cho 4, và đến 20, được diễn tả như là tổng kết của các phân số có tử số là đơn vị. Ví dụ, lấy 12 chia cho 17 sẽ được $2' 1'2 1'7 s'4 5'1 6'8$.⁽³³⁾ Bảng này được sử dụng nhiều lần trong các phép tính số học làm nên phần còn lại của cuốn sách papyrus (viết trên giấy cói). Một thí dụ điển hình trong phép tính phân số, được sử dụng trong khoảng 30 bài toán, là bài này(số 8):

"Lấy $2/3$ trừ cho $3'9' 9'9$. Phép tính nào cho kết quả $3'9' 9'9$? Đó là $5/11$. $2/3$ của 11 là $7 3'$. $7 3'$ trừ cho 5, còn lại $2 3'$. $2 3'/11$ là $6' 3'3 6'6$ ". [Baillet 1892, 67].

Các phân số có tử số là đơn vị tạo ra một vẻ xa lạ đối với người đọc ngày nay. Nhưng dường như không hợp lý khi mô tả tiến trình của người viết là tạo những thừa số thứ nhất để

⁽³²⁾ Văn bản bằng tiếng Hy Lạp cùng với bản dịch tiếng Pháp, có chú giải, đã được Baillet xuất bản [1892].

⁽³³⁾ Để nghiên cứu những loại bảng như thế, xin xem Knorr 1982b. Đối với những thí dụ khác, xin xem D.H.Fowler và Turner 1983; D.H.Fowler 1987, chương 7. Thí dụ đặc biệt của chúng tôi trong phép chia 12 cho 17 cũng được D.H.Fowler trưng dẫn lại ở trang 115-116 trong bộ sách ấy.

làm một mẫu số chung, sau đó mới trừ đi, và cuối cùng là đơn giản số dư? Số bị trừ $3'9'9''$ như ta thấy trong bảng của phân số $5/11$; lấy 11 làm mẫu số chung, các số hạng sẽ là $7'3'$ và 5, hoặc hiệu số là $2'3'$. Hiệu số của những phân số đã cho khi ấy sẽ là một thương số $2'3'$ phần 11.

Chúng ta thích làm đơn giản này cho $7/33$ (thừa số chung là 3). Nhưng người viết văn bản xưa đưa ra lời đáp bằng hình thức phân số có tử số là đơn vị, và trình bày theo dạng phép chia để có $6'3'3'6'6'$. Tuy nhiên, các phân số có tử số là đơn vị không có vai trò tính toán: người viết trước hết loại bỏ chúng bằng những thừa số chung thích hợp trước khi thực hiện các phép tính số học và chỉ vào giai đoạn cuối cùng mới rút ra kết quả dưới hình thức phân số có tử số là đơn vị.

Các sách giấy còi về toán học có liên quan đến các tầng lớp xã hội khiêm tốn nhất của việc dạy toán học cổ, và P.Akhmim mới xuất hiện trễ trong truyền thống. Máy thế kỷ trước, đã có một loạt các văn bản giấy còi viết bằng tiếng Ai Cập cổ cũng có một số bài toán tương tự. Tôi xin đơn cử một thí dụ để minh họa như sau:

“Lấy $2/3'2'1'$ trừ cho $3'1'5'$: Ta lấy 5 nhân với 7: 35; $2/3'2'1'$ là 25 và $3'1'5'$ là 14. 25 trừ 14 = 11. Ta thấy $11/35$ là $4'2'8'3'5'$. Đáp số: $4'2'8'3'5'$.”⁽³⁴⁾

Cũng giống như các văn bản cổ Hy Lạp, các công trình của người Ai Cập trong việc định dạng các phân số có tử số là đơn vị, họ cũng chỉ thao tác công việc số học sau khi đã khử phân số, ở đây là bằng cách nhân thành 35. Tóm lại, việc lựa chọn phép nhân (nghĩa là 35 hay 5×7), đã tìm ra sự hội tụ qua các bảng thứ 5 và thứ 7 (vì $2/3'2'1'$ là $5/7$ và $3'1'5'$ là $2/5$).

⁽³⁴⁾ Đây là bài số 60 trong số các bài toán cổ Ai Cập được R.Parker [1970] ấn hành. Những cách thức tương tự cũng xuất hiện trong các số 56-59,61.

Đĩ nhiên, đối với chúng ta, bài toán có đáp án là $11/35$. Tuy nhiên, văn bản Ai Cập cổ lại tiếp tục chuyển đổi kết quả này thành hình thức đơn vị, bằng bài toán chia là $4' 2'8 3'5$. Ở đây, họ cho thấy rõ một tiền đề đối với kỹ thuật mà các văn bản cổ Hy Lạp sau này phải theo trong các papiri Akhim. Sự thống nhất về cách thức của họ, bất kể niên đại, văn hóa và sự khác biệt ngôn ngữ, cho thấy tính bền vững của truyền thống tính toán cơ bản.

Ở tầng lớp xã hội cao hơn trong giới viết sách hình học của Hy Lạp, những thí dụ sau đây được ghi trong tác phẩm *Dimen.circ.prop.* 3, Archimedes (thế kỷ thứ 3 trước công nguyên) đã điều chỉnh cả hai số hạng của tỉ số $(5924 '2'4):780$ bằng $4/13$ để có $1823:240$; sau đó lấy căn bậc 2 số vô tỷ là $1838 9/11$. Điều tối ưu trong tỉ số của chu vi và đường kính (số p) được coi là một hằng số cho sẵn "lớn hơn gấp ba lần $10 7'1$ ". [Heidberg 1910 – 1915, i 242.17 – 18].⁽³⁵⁾ Phải thừa nhận rằng các bản viết tay là những bản sao xuất hiện trễ (vào đầu thế kỷ thứ 10); đặc biệt trong tác phẩm *Dimensio circuli*, văn bản đã được biên tập và viết lại không mấy thận trọng.⁽³⁶⁾ Như thế, chắc

⁽³⁵⁾ Kết quả cũng được phát biểu là "ba lần lớn hơn $10 7'1$ " [Heidberg 1910 – 1915, i 242.19 – 21]. Và một phát biểu khác trong *Dimer.circ.prop.* 3: "chu vi của một vòng tròn lớn gấp ba lần đường kính và thêm mười phần bảy mươi một" [Heidberg 1910 – 1915, i 236.8 – 11]. Trong Knorr 1980a, pt.3, chương 4, tôi thấy có các dẫn chứng về kết quả này. Dẫn chứng cổ xưa nhất ta có được là từ thời Ptolêmê, trong đó tỉ số được xác định đơn giản là lớn hơn "ba lần và mười phần bảy mươi một" [Heidberg 1910 – 1915, i 513.4 – 5]. Cách diễn tả trong mệnh đề số 3 của Archimedes (như nêu trên) xuất hiện và được đóng khung bởi nhà xuất bản theo kiểu Theon.

⁽³⁶⁾ Tôi đã kiểm tra các phiên bản cổ trong *Dimen.circ.prop.* 1. của Archimedes, cho thấy văn bản hiện có chỉ là một bản mô phỏng theo bản bình luận của Theon về *Almagest* của Ptolêmê: xin xem Knorr 1986b; 1989a, pt.3, chương 1-3. Điều này khẳng định sự hoài nghi về văn bản hiện có đối với công trình đặc biệt này của Archimedes, dù các học giả đã giả thiết có một khoảng cách khá xa giữa văn bản gốc của Archimedes với văn bản hiện có. Trong một bản bình luận về số đếm ở các bản viết tay (mss) Prop.3, D.H.Fowler [1987, chương 7.3a] nhấn mạnh về sự sai lệch có tính chất văn bản và sự tràn lan các bản chép lại vào thời Archimedes, và trung dẫn những yếu tố này càng làm phức tạp thêm việc sử dụng chúng như là những điển hình cho các cách giải thích buổi ban đầu.

chấn là rất nguy hiểm nếu thiết lập sự xác nhận về các cách giải thích phân số của Archimedes dựa trên cơ sở bằng chứng của văn bản. Nhưng đặc điểm lối tính toán của Archimedes, gồm cả những giá trị bằng số đã trung dẫn, sẽ chẳng hề bị sửa đổi đáng kể bởi các nhà sác chép và biên tập sau này. Như vậy, những con số hiện nay vẫn có thể là những chứng cứ hiển nhiên cho hệ quả lối tính toán của ông. Đặc biệt, mảnh lời đi kèm các giá trị phân số (như là $9/11$), như đã chứng minh, có thể là rất cần thiết tiến trình của ông.

Về phần chú thích có liên quan, đáng chú ý là trong phần chú giải của Eutocius về mệnh đề này, trong đó mỗi trị giá căn bậc hai đều được kiểm chứng bằng phép nhân, thí dụ số hạng $1838 \frac{9}{11}$ bị hiểu sai là $1838 \frac{1}{9} + \frac{1}{11}$ [Heiberg 1910-1915, iii 253].⁽³⁷⁾ Điều này cho thấy lời giải đối với phân số $9/11$ rất gần với cách diễn tả chung về phân số có tử số là đơn vị, chẳng hạn $9' 1'$. Như thế chúng ta có lý do để xác định niên hạn về cách sử dụng các chú thích các phân số chung là vào khoảng thế kỷ thứ sáu trở về trước. Trong khi điều này xem ra không thể thay thế được cho đến mãi sau này, thì các học giả Byzantine đã đưa ra các giả thiết bác bỏ nó. Hơn nữa, nó hỗ trợ cho quan điểm mà các truyền thống xưa đã thừa hưởng từ Archimedes, Hero, và Diophantus cũng từng đã tham chiếu một số hình thức chú thích chung về phân số. Không cần nhấn mạnh rằng các thủ bản hiện có đã dành cho các chú thích đó một sự chính xác trọn vẹn, chúng ta có thể tóm tắt rằng các cách tính toán phân số qua những công trình của họ, chúng ta có được một số hình thức có thể so sánh.

⁽³⁷⁾ Heiberg cho ta một con số chuẩn trong văn mạch trên (dòng 7), nhưng con số không chính xác lại là cơ sở tính toán trong công trình phụ của việc tính toán (cột 3, dòng 11 và tt). Trong một ghi chú về sự tính toán sai này, D.H.Fowler [1987, 244n] ước đoán rằng qui trình của Eutocius bị "gian lận". Nhưng, kiểm tra lại qui trình một cách cẩn thận, tôi thấy rằng [1989, 522-523] văn bản riêng của Eutocius đã thiết lập các con số sai còn được tìm thấy trong những bài toán đúng; trong các công trình phụ sau này cũng đưa ra cùng một lời đáp thông qua những con số sai, như vậy có lẽ lỗi là tại các nhà biên tập sau này.

Trong tác phẩm *Metrica* của Hero thành Alexandria (thế kỷ thứ nhất trước công nguyên), người ta có trưng dẫn những tính toán bằng số đối với phân số. Chẳng hạn, trong *Metrica* iii 3, phép chia $100 \frac{4}{5}$ cho $10 \frac{22}{65}$ được ấn định là $9 \frac{2}{4}$ [Schöne và Heiberg 1903-1914, iii 148].⁽³⁸⁾ Phương pháp chia không được giải thích; nhưng từ một kết quả chính xác, thì sự đo lường cũng đã được đề ra. Một lần nữa, trong *Metrica* iii 8, kết quả của nhân $12 \frac{1}{14}$ với $5 \frac{5}{26}$ và chia cho $7 \frac{1}{7}$ là $8 \frac{1}{4}$, ở đây cũng không có lời giải thích nào [Schöne và Heiberg 1903-1914, iii 158].⁽³⁹⁾ Người ta nghi ngờ rằng phương pháp tăng số hạng đã được sử dụng trong những trường hợp như thế này có thể so sánh với qui trình của trường phái hiện đại.

Chúng ta có một số sưu tập các bài toán bằng văn điệu chứa đựng một loạt các bài tập hữu ích có liên quan đến việc nghiên cứu sách *Metrica* của Hero.⁽⁴⁰⁾ Đây là một số thí dụ cho thấy các phân số được xử lý theo cách riêng biệt, tách biệt với những phương pháp quen dùng hiện đại. Những bài toán này đôi khi gọi lên các phân số có tử số là đơn vị, nhưng như trình bày trong các sách papyri (sách cổ viết trên giấy cói), mang tính chú thích đơn thuần, không phải là một phương pháp tính toán. Điều quan trọng chúng ta cần lưu ý là bất cứ một chú thích hay sự diễn tả nào được sử dụng để trình bày về phân số, thì các nhà biên soạn vẫn hoàn toàn tự do sử dụng chúng như những số hạng của số đếm. Thí dụ, một giá trị cổ điển cho dù ta viết là $5/26$ (như trên đây) được diễn tả bằng “5 phần 26” “5

⁽³⁸⁾ Theo thủ bản chính (thủ bản Constantinopolitan, pal. vet. 1) có niên đại từ thế kỷ 11. Được tái tạo bằng phương pháp sao chụp tại Bruins 1964, i.

⁽³⁹⁾ Theo qui trình hiện đại, bằng cách khai thác việc giản lược (khử), sẽ là: $(\frac{189}{12}) \cdot (\frac{135}{26}) \cdot (\frac{53}{7}) = 13.135 \cdot 212 = 8 \frac{5}{212}$; số này có thể đơn giản (rút gọn) đến gần con số $8 \frac{1}{4} \frac{1}{36}$, trong khi đáp án của Hero là $8 \frac{1}{4}$.

⁽⁴⁰⁾ Những bài toán này do Heiberg biên tập và ấn hành với tựa đề *Goemetrica* và *Stereometrica* trong Schöne và Heiberg 1903-1914, iv-v. Có một số thí dụ về cách tính toán phân số trong công trình này được bàn luận trong Knorr 1982b.

trên 26” hoặc “5 2’6” hay 5 2’6 2’6 (trong đó bội số của 2’6 chỉ số nhiều),⁽⁴¹⁾ và khi một số hạng chỉ được coi là kết quả của phép chia (chẳng hạn 5 chia cho 26), thì thương số có được vẫn được coi như một số hạng thuộc số đếm kèm theo một số hạng tích phân để đưa ra một tổng số (số tương đương với $5\frac{5}{26}$), có thể nhân hay chia với những số hạng tương tự.

Sáu cuốn sách hiện vẫn còn bằng tiếng Hy Lạp, sách *Arithmetica* của *Diophantus* gồm hầu hết 200 bài toán mà lối giải thường là số phân số dưới dạng số nguyên.⁽⁴²⁾ Thí dụ, trong *Arithmetica* tập 2, prop. 8, về những đáp án – Diophantus đã sử dụng thuật ngữ “arithmos”, từ chuẩn bằng tiếng Hy Lạp về “số” (thường đó là “số nguyên”) – như $\frac{256}{25}$ và $\frac{144}{25}$. Các đáp án là số phân số theo cùng loại trong mọi bài toán thuộc cuốn sách này, mệnh đề 35, bài toán cuối cùng, bảo lưu cho các mệnh đề 10, 19 và 23 (mà kết quả bằng các số hạng phân số có tử số là đơn vị hỗn hợp, như 72 4), và 19 (có các đáp án tích phân).

Rõ ràng là nỗ lực của Diophantus tùy thuộc vào một sự vận dụng thuần thực các phân số. Điều này không chỉ áp dụng cho những số hạng hằng số hiển nhiên nhưng còn cho các biến số nữa. Thí dụ, trong mệnh đề 36, có hai số hạng phân số không xác định, $3p/(p - 3)$ và $4p/(p - 4)$ [đọc: “3p phần (en moriô) p - 3”, ..vv..] được thiết lập để có kết quả $12p^2 / (p^2 + 12 - p)$ [*Tannery 1893 - 1895*, i 288.9 - 10].⁽⁴³⁾ Cũng trong bài toán này, kết quả của chúng sẽ là $(7p^2 - 24p)/(p^2 + 12 - 7p)$, với lời giải như sau:

⁽⁴¹⁾ Điều này phù hợp với thỏa ước tốc ký chung về những văn bản Byzantine. Về những khái niệm phân số cổ điển nói chung, ta có thể tham khảo Heath 1921, i 41-44; D.H.Fowler và Turner 1983; D.H.Fowler 1987, chương 7: Fowler thường lưu ý về sự thiếu sót trong các tiêu chuẩn tính toán cổ xưa, như trong tác phẩm của Heath.

⁽⁴²⁾ Xin xem ấn bản của Tannery về Diophantus [1893-1895], và Heath 1910. Tính trôi vọt của lối giải phân số thật hiển nhiên trong phép chia ở sách Arith. Chỉ tồn tại trong thế giới Ả rập: xin xem Sesiano 1982, Rashed 1984.

⁽⁴³⁾ Ở đây tôi gọi ký hiệu p của Diophantus là số không biết trước.

“Chẳng hạn, bất cứ khi nào tổng các phần tử (moria) $3p$ trên $p - 3$ và $4p$ trên $p - 4$, số phần (tử số) được nhân với các số so le (mẫu số của phân số khác), thí dụ, $3p$ nhân với mẫu số của phân số khác, là $p-4$, và đổi lại $4p$ nhân với mẫu số của phân số khác, là $p-3$, thì bằng cách này, ta tạo được một phân số khác có tử số là $7p^2 - 24p$ và mẫu số là $p^2 + 12 - 7p$.”⁽⁴⁴⁾ [Tannery 1893 – 1895, i. 288.1-9]

Chắc chắn lối tính toán này có vẻ rườm rà. Nhưng đây là cách thích nghi cho học trò mới học, là người ưa hỏi về cách mở rộng cách làm toán số học vượt ngoài cách thức đơn giản của những số hạng nhất định để vươn tới những số chưa biết. Ở đây chỉ nói về mặt nguyên tắc mà không có chứng minh. Hơn nữa, nó xuất hiện như một phần phụ thuộc để chứng minh (đúng hơn, để kiểm chứng) sự sai sót của các cách giải toán phát xuất từ văn bản chính của bài toán. Người ta cũng có thể đưa ra giả thiết rằng, như từng bị nghi ngờ đó đây trong sách *Arithmetica*, như một phần được thêm vào sau này, và chính bản thân Diophantus cũng tiếp nhận những cách giải như vậy mà không bình luận gì cả.

Như thế các cách giải phân số cơ bản xuất hiện như một sự hiển nhiên, trong khi việc tra cứu kỹ càng hơn thì đòi phải được giải thích. Vì Diophantus được coi như người đã viết giáo trình về phân số (tác phẩm *Moriastica*), có thể công trình này đã cung cấp những phần cơ bản cho các đoạn của sách *Arithmetica*.⁽⁴⁵⁾ Mặc dù niên đại của Diophantus không rõ ràng, nhưng tính chuyên môn cơ bản có liên quan đến phân số có thể được coi như dữ kiện mới lạ đối với công trình toán học của ông: người ta có thể tham khảo những trường hợp có thể so sánh trong cuốn 6 (các mệnh đề 12, 14, 19, 21 – 22).

⁽⁴⁴⁾ Số hạng của Diophantus (moriôn) ở đây mang nghĩa “mẫu số”, trong khi ông sử dụng từ *arithmos* để chỉ số hạng mà nay ta thường gọi là tử số.

⁽⁴⁵⁾ Về những công trình đã thất lạc của Diophantus, xin xem Heath 1910, 3-4.

Tuyển tập Hy Lạp (Greek Anthology) có chứa hàng tá những áng thơ có liên quan đến số học, trong số đó có văn bia nổi tiếng của Diophantus [Tannery 1893 – 1895, ii 60 – 61].⁽⁴⁶⁾ Đa số những vần thơ này đều kèm thêm lời chú giải giúp tìm ra lời đáp, có một số bài có những chi tiết đáng kể. Bằng một kiểu chung, toàn bộ số hạng được giảm đi bằng cách thay đổi mẫu số để có được số dư cho sẵn. Thí dụ, trong số 2, tính toán lượng vàng để đúc bức tượng của Pallas, như sau:

“Charios đã cho một nửa số vàng, Thespis một phần tám và Solon một phần mười, và Themison thêm một phần hai mươi. Số dư là chín *talents* đó là phần quà tay nghề của Aristodikos”. [Tannery 1893 – 1895, ii 44].

Để tìm ra tổng trọng lượng vàng cần thiết, nhà bình giải chỉ dẫn chúng ta hãy tìm mẫu số chung nhỏ nhất có chứa tất cả các phần (mẫu số) như đã nêu, theo qui trình của Euclid, tác phẩm *Elem. vii prop.39*; con số đó ở đây là 40; các phân số $1/2$, $1/8$, $1/10$, $1/20$ (đó là $20+5+4+2 = 31$) lấy 40 trừ cho 31 còn lại 9, như con số yêu cầu, như vậy đáp số là 40. Trong trường hợp có số dư khác, chẳng hạn số 6, nhà bình luận bảo chúng ta hãy điều chỉnh lại con số 40 theo tỉ số $6/9$, và có đáp số là $26 \frac{2}{3}$.

Thật khó xác định được niên đại của các vần thơ trong tác phẩm *Greek Anthology* và lời bình của chúng: cột mốc được xác định là vào khoảng đầu thế kỷ thứ 10, theo những yếu tố thuộc niên đại và lai lịch khác.⁽⁴⁷⁾ Tannery bỏ ngờ khả năng cho rằng nhà ngữ pháp Metrodorus (vào khoảng đầu thế kỷ thứ tư sau công nguyên) có trách nhiệm không những đối với các vần thơ mà cả đối với các lời bình. Điều rõ ràng là

⁽⁴⁶⁾ Bài thơ số 13 đề cập đến bài toán số học cho thấy tuổi của Diophantus lúc ông chết: thực vậy, tuổi của ông ít hơn $1/6$, $1/12$, $1/7$ và một nửa của các phân số là chín năm. Các học giả đã tìm ra đáp án là 84 tuổi.

⁽⁴⁷⁾ Về ấn bản các vần thơ này, xin xem Tannery 1893 – 1894, ii x – xii.

bất cứ nhà văn nào có kiến thức về kỹ thuật số học của Euclid và Diophantus đều có khả năng tái lập những lời bình như thế.

Đối với những mục tiêu của chúng ta bây giờ, điểm trung tâm của vấn đề là cách sử dụng phương pháp Euclid của nhà bình giải văn học cổ Hy Lạp. Cách thức tìm ra mẫu số chung nhỏ nhất đối với các mẫu số đặc biệt [*Elem. vii prop. 39*] là sự biến đổi để tìm ra bội số chung nhỏ nhất của các số nguyên [*Elem.vii prop.36*]. Tại sao các mệnh đề này lại có trong sách *Elements*? Dem cuốn thứ bảy ra để đúc kết, người ta không thể giả định rằng chúng cần để làm bằng chứng cho những định đề sau này. Nhưng những thí dụ trong sách *Greek Anthology* cho thấy qui trình về mẫu số được gọt tĩa cẩn thận dùng giải quyết các bài toán phân số có tử số là đơn vị, đúng là qui trình tìm bội số chung nhỏ nhất (l.c.m. – procedure) có chức năng mờ nhạt trong việc cộng và trừ các phân số nói chung. Hơn nữa, quan điểm của Euclid về qui trình mẫu số, một biến số bề ngoài có vẻ không cần thiết đối với qui trình tìm bội số chung nhỏ nhất (l.c.m.), lúc này lại được coi như động lực trong việc thực hành tính toán. Một quan điểm theo các phạm vi này đã được Itard [1961, 128] đề xuất, gợi lên những những giao kết khả dĩ với các phương pháp được sử dụng trong tác phẩm *Rhind Papyrus* [xem Mueller 1981, 80, 114-115; R.Parker 1970, 8-10].

Tôi thiết nghĩ sự nghiên cứu này trình bày một chuỗi bằng chứng, có khi đến hàng tá thí dụ về loại tương tự như đã trưng dẫn. Những biện luận nào đã được sử dụng để hỗ trợ cho sự có mặt hay vắng mặt của khái niệm chung về phân số? Trước hết, tôi muốn đặt vấn đề liệu nó có được xem xét để áp đặt một phép chia thuận túy giữa bằng chứng sau này (thí dụ, La tinh – Hy Lạp và Byzantine) và bằng chứng xa xưa (thí dụ, thời tiền Euclid và thời Ai cập), một khi các kỹ thuật tính toán là quá giống nhau như vậy. Nếu những kỹ thuật “mới” rõ ràng nhất trong các văn bản Byzantine, thì điều

này chẳng cần việc mở đầu sử dụng nhiều đến vậy những kỹ thuật xưa của chúng. Thật vậy, các thí dụ của Hero và Archimedes cho ta thấy chúng có nguồn gốc rất xa xưa trong truyền thống Hy Lạp. Thứ hai, tôi coi nó có lý hơn là một thuyết ngẫu biến giống như trong *Element. vii*, của Euclid được triển khai trên một cơ sở vững chắc về kỹ thuật thực hành, hơn là, cách ngược lại, một lý thuyết trừu tượng đã phát sinh tự phát và phải mất một giai đoạn khá lâu trước khi được áp dụng. Những phân biệt mang tính kỹ thuật chúng ta có thể bàn luận vừa mang tính chuyển nhượng vừa mang tính sư phạm theo các yếu tố thời gian. Tính kiên trì kỳ quặc của những kỹ thuật phân số có tử số là đơn vị đã ghi đậm dấu vết trong các papyri và những sưu tập thi ca, là một loại văn bản viết cho người mới học. Tuy nhiên, ngay cả ở đây, phương thức đơn vị cũng đã bao hàm một kỹ thuật tính toán tổng quát. Chắc chắn nó đã được giao cho các giáo chức giàu kinh nghiệm bù đắp những thiếu sót trong các sách papyri bằng cách giảng giải thêm qui trình tổng quát.

Truyền thống tiền Hy Lạp tại Hy Lạp được trình bày cho chúng ta chỉ trong một số tài liệu, chẳng hạn tác phẩm *Rhind Papyrus*, có niên đại cả thiên niên kỷ trước các văn bản Hy Lạp.⁽⁴⁸⁾ Ngoài tính cổ xưa, những tài liệu này xuất hiện để báo trước về kỹ thuật phân số tổng quát. Từ thời Hy Lạp, các papyri bình dân đã cho thấy sự hiểu biết về phương pháp tổng quát hơn, như R. Parker [1970, 9 – 10] đã nhận xét; và chắc chắn họ đã tiếp nhận ý tưởng này từ truyền thống tự nhiên của mình hơn là vay mượn từ truyền thống Hy Lạp. Điều này cho thấy sự gắn gũi với kỹ thuật tổng quát về phân số hơn là với các truyền thống của người Hy Lạp trong thời

⁽⁴⁸⁾ Tác phẩm *Rhind Papyrus* được ấn hành bởi Peet [1923] và Chace và Manning [1927]. Về các nghiên cứu, xin xem van der Waerden 1954, chương 1; Gillings 1972; Robins và Shute 1987. Một số thí dụ về tính toán phân số đã đề cập trong Knorr 1982b.

tiền – Euclid, qua cách diễn tả của họ đối với những phương pháp Ai cập cổ xưa.

Ngày xưa vào cuối thế kỷ thứ ba hoặc đầu thế kỷ thứ hai sau công nguyên, truyền thống toán học Hy Lạp gặp vận may khi tiếp nhận các nền kỹ thuật thiên văn và tính toán của người Mesopotamia.⁽⁴⁹⁾ Hệ thống thứ sáu mươi đã cung cấp một công cụ nhảy bèn cho các tính toán phức tạp vượt xa khả năng của các phương pháp phân số cơ bản. Nhưng các ý niệm về số của số học Hy Lạp có liên quan như ta thấy bằng chứng trong tác phẩm của Hero và các papiri, lối trình bày này không có gì khác biệt. Đối với người Hy Lạp, không bao giờ họ chấp nhận đưa những kỹ thuật mới này vào các bài học cơ bản về Số học. Thật vậy, có những nhà giáo như Theon thành Alexandria (thế kỷ 4 sau công nguyên) cũng thấy điều ấy có ích lợi khi đối chiếu với các khái niệm cổ truyền về phân số để giải thích trong hệ thống sáu mươi.⁽⁵⁰⁾ Chính sự kiện người Hy Lạp chấp nhận hệ thống sáu mươi trong những việc sử dụng khoa học tiên tiến hơn cho thấy có thể trước đó đã có một khái niệm tương ứng về phân số. Nghĩa là, người ta đã chuẩn bị sẵn sàng chuyển dịch kỹ thuật nhân các số hạng dạng phân số n/m sang hệ thống sáu mươi.

⁽⁴⁹⁾ Đối với việc tính toán theo những phương pháp tính toán của Babylon, xem van der Waerden 1954, 37 – 45; Neugebauer 1957, 29 – 35.

⁽⁵⁰⁾ Về lối tính toán trong hệ thống sáu mươi nói chung, xin xem Theon, in Ptol. Ad i 10 [Rome 1936, 452-62]. Đặc biệt, Theon qui chiếu với những truyền thống quen thuộc của Hy Lạp, như Diophantus đã trình bày, để giải thích những phép tính phân số của hệ thống sáu mươi; thí dụ, Theon ghi rằng [Rome 1936, 453]:

“Trong trường hợp phân số...theo cách tính như Diophantus, thì các số hạng tương tác trong phép nhân giữa các phân số trong phép tính lũy thừa, [thí dụ] một phần ba nhân với chính nó làm nên một số lũy thừa bậc hai, [nghĩa là] một phần chín và làm thay đổi các số hạng, cũng một cách như thế, ở đây ta có các phân số khi thay đổi các số hạng”.

Xin xem Tannery 1893 – 1895, i 8: “arithmoston nhân với arithmoston thành dinamoston”. Theon tiếp tục xem xét từng trường hợp trong hệ thống sáu mươi (thí dụ, phút nhân phút thành giây, phút nhân giây thành một phần sáu mươi giây, vân vân).

Về mặt toán tử, các qui trình mới khác biệt căn cơ với các qui trình truyền thống mà người Hy Lạp đã biết; chẳng hạn để hoàn chỉnh chúng, cần phải có một hệ thống bảng tính hỗ trợ hoàn toàn mới, dựa trên mô hình hệ thống tính toán của Babylon cổ. Nhưng hệ thống sáu mươi không ảnh hưởng đối với cơ sở khái niệm chính đã có sẵn nơi các nhà toán học Hy Lạp thuộc những thế kỷ trước. Về mặt bàn luận, chúng ta không thể cho rằng sự hiện diện dai dẳng của các phân số có tử số là đơn vị trong số học phổ biến kế thừa bất cứ giới hạn nào trong khái niệm chính yếu đó. Trong quan điểm thiếu nguồn của chúng ta về nội dung ý niệm, chúng ta buộc phải xử lý khái niệm cổ điển về phân số như là một loại “hộp đen” cùng cộng tác và với các qui trình kỹ thuật lưu trữ trong các văn bản. Theo quan điểm của tôi, bằng chứng phải vượt ngoài tầm bao quát và hiển nhiên hơn là chỉ hỗ trợ các giả thiết để phân biệt giữa những khái niệm cũ và mới.

4. Mục tiêu của tác phẩm *Elements* của Euclid

Trong những phần trước, chúng ta đã đề cập đến những khó khăn trong việc chú giải các lý thuyết của Euclid về tỷ lệ thức và số. Ngoài việc phải làm sáng tỏ ý nghĩa của các đoạn văn đặc biệt, chúng ta đã thấy những cách thức để khám phá Euclid như một nguồn để hiểu các khía cạnh của việc phát triển thời tiền Euclid về những lý thuyết này. Nhưng, công việc trước tiên của việc phân tích văn học đối với một bản văn phải được giải thích các ý nghĩa và đối tượng của tác phẩm như một tổng thể. Trong phần này, chúng ta định làm các phân tích như vậy đối với tác phẩm *Elements*.

Euclid muốn tác phẩm *Elements* của mình thuộc loại tác phẩm nào? Ý kiến của Hirsch về loại (genre) có thể hữu ích trong trường hợp này. Khái niệm về loại, như ông từng đề xuất [1964, chương 3], được dùng như sự tập trung vào các định thức chung hay ngoại tại của văn bản, bổ sung cho những ý nghĩa

riêng tư nội tại của tác giả. Ngay khi vừa tiếp cận với một văn bản, chúng ta đã bắt đầu thiết lập ý nghĩa của nó dựa trên cơ sở những quan điểm tạm thời mà chúng ta có sẵn về loại, hay phân loại kiểu. Ý tưởng của chúng ta về loại bao hàm những dự phóng chúng ta có về văn bản, khi chúng ta theo đuổi việc kiểm chứng văn bản ấy. Lúc đầu ý tưởng về loại của chúng ta rất rộng; nhưng dần dần chúng được thu hẹp lại, được tinh luyện, và đôi khi được tĩa gọt, thay thế để có một ý tưởng về loại hoàn toàn mới trong quá trình chúng ta đọc văn bản. Khi chúng ta đã đọc kỹ văn bản, ý tưởng của chúng ta về loại của nó (hoặc loại nội tại) sẽ được điều tiết cho gần với điều này.⁽⁵¹⁾ Điều nổi bật trong quan niệm này là sự hỗ tương giữa các ý nghĩa của văn bản và ý tưởng về loại mà người ta có về nó. Loại phân định ranh giới vào mỗi khoảnh khắc mà người ta gán ý nghĩa cho văn bản; nhưng ý tưởng về loại luôn luôn có tính tạm thời, chủ quan và dẫn đến sự xung đột với những tinh tiết mới và hàm ý của văn bản.⁽⁵²⁾

Khi chúng ta đã tiếp cận một trường hợp cá biệt trong *Elements*, chúng ta thấy rằng những quan điểm về mục tiêu và ý nghĩa của nó song hành bởi các quan điểm mặc nhiên về loại. Thiết lập một cái nhìn đáng tin cậy về loại sẽ giúp người ta tìm đến những mục tiêu của Euclid.

Vấn đề về các đối tượng của Euclid xưa kia cũng đã được đề ra. Nhà bình luận về ông, Proclus (thế kỷ 5 sau Công nguyên), nhận định [Friedlein 1873, 70-71] rằng mục tiêu (okopos) của tác phẩm *Elements* có thể được nhìn dưới hai phương diện có liên hệ với những phát hiện khi nghiên cứu và những ứng dụng giáo dục. Trong quan điểm thứ nhất, Proclus thấy rằng đỉnh điểm và mục tiêu của công trình nằm

⁽⁵¹⁾ Đối với định nghĩa của Hirsch về “loại nội tại”, xin đọc số 12.

⁽⁵²⁾ Mang tính bình luận, Hirsch [1967, 71-77] đưa ra những thí dụ lý thú khi những ý niệm về loại có thể dẫn đến việc bất hòa hợp với văn bản.

trong chính việc giải thích năm hình ảnh có trật tự (đó là năm khối đa giác thường, có lúc đã được coi như “hình mẫu của Plato”).⁽⁵³⁾ Nhưng theo quan điểm sư phạm, theo ông, Euclid nhắm đến việc nhập môn (giới thiệu) một vốn liếng kiến thức hoàn hảo cho người học nắm được trọn bộ về hình học.

Dự phóng trước tiên của Proclus trong tâm thức ông⁽⁵⁴⁾ chắc chắn không thể là một phát xuất từ chủ trương Tân Platon [xem Heath 1956, i [15]. Điều đáng chú ý là trong sách *Elements* có nhiều thí dụ mang cấu trúc năm hình khối trong tập 13 – và gồm cả những kết quả từ hình học phẳng trong các tập 1 – 4 và 6, hình học khối trong tập 14, và lý thuyết về số vô tỉ trong tập 10. Tuy vậy, có nhiều nội dung trong những tập này không liên quan gì đến cấu trúc khối, trong khi phần chính của cuốn *Elements* trong các tập khác lại hoàn toàn bỏ ra ngoài khái niệm về: lý thuyết tỷ lệ thức trong tập 5, lý thuyết về số trong các tập 7 – 9, và các bài toán khử trong tập 12. Trong phần biện minh của Proclus, người ta thấy vai trò của ông khó được chấp nhận hơn là những lý thuyết mới về học thuyết Platon của Euclid, phần lớn dựa trên cơ sở những định nghĩa ở phần mở đầu các tập 1 và 7.⁽⁵⁵⁾

Nhưng trong đề nghị thứ hai của ông, về những mục tiêu sư phạm của Euclid, Proclus đã lấy phần chính yếu của công trình làm cơ sở xây dựng các định đề phức tạp từ những điểm

⁽⁵³⁾ Proclus [Friedlein 1873, 23] cũng ám chỉ đến những hình ảnh trong bối cảnh các ghi chú trong sách *Timaeus* của Plato. Căn cứ theo những khối tương tự, Pappus có lúc đã gọi chúng là “năm khối hình mang tính Plato nhất” [Hultsch 1876-1878, 352.11-12]. Như một học giả về *Elements* nhận xét [Heiberg và Stamatis 1969-1977, v.2 291.1-9], sự liên tưởng của Plato chỉ nhờ vào các hình khối trong *Timaeus*, qua sự phát hiện ra chúng, và ông phải nại đến Pythagorus và Theaetetus.

⁽⁵⁴⁾ Proclus hạn định cách nói của mình trong câu “Tôi muốn nói”. Nhưng Heath [1956, i 33-34] lưu ý rằng những đoạn văn như thế không cần phải nói là bắt nguồn từ Proclus.

⁽⁵⁵⁾ Nỗ lực rộng lớn nhất nối kết Euclid đặc biệt với các nhà tiền bối Pythagorus và Eleate là Szabó 1969. Tôi có bình luận một số khía cạnh của luận chứng này trong Knorr 1981b.

khởi đầu cơ bản và đơn giản nhất. Trong việc này, ông đã báo trước một số quan điểm mới nhấn mạnh kiến trúc tiền đề của *Elements*. Nét nổi bật của *Elements* là cơ cấu diễn dịch.⁽⁵⁶⁾ Như một tiền ảnh của những nỗ lực cơ bản mới giống như cuốn “Nền tảng Hình học” (*Foundations of Geometry*) của Hilbert, chính nó cũng vay mượn lối phân tích toán học trong kỹ thuật tiền đề – nghĩa là: những gì thay đổi phải được thiết lập trong hệ thống tiền đề của Euclid làm cho nó tự tỏ hiện trong các mệnh đề thuộc những phần chính của hình học Euclid?⁽⁵⁷⁾ Cũng đã từng có một cuộc thảo luận mở rộng liên quan đến quan điểm triết học trong quan niệm của Euclid về những nguyên lý thứ nhất: Điều nào trong các tiên đề và mệnh đề của Euclid là khởi điểm cho hệ thống diễn dịch của ông? Đặc biệt, làm thế nào quan niệm của Euclid so sánh với các định luật của Aristotle về điểm khởi đầu trong những trình bày chính thức của kiến thức khoa học?⁽⁵⁸⁾

Bao hàm trong những quan điểm này, có hai ý niệm bổ sung về loại trong *Elements* của Euclid. Khi tính đến năm hình khối như điểm chính yếu là khi định nghĩa công trình bằng chính những từ ngữ của chủ đề, Proclus coi đó như một cách trình bày thuộc lãnh vực kỹ thuật trong nghiên cứu. Nhưng, giống như nhiều học giả hiện đại như nói trên, khi ông nhấn mạnh đến hệ thống diễn dịch của nó, thì công trình lại chuyển sang phạm trù bình luận triết học – một cách biến thành hiện thực một số chương trình tiền đề còn tiềm ẩn. Đối với những hình thức trình bày kỹ thuật và bình

⁽⁵⁶⁾ Đây là trọng tâm bài phân tích của Mueller 1981.

⁽⁵⁷⁾ Trong sự so sánh ngắn gọn của ông về những bàn luận liên quan đến Euclid và Hilbert, tôi nghĩ là Mueller [1981, ch. 1] đã cố gắng tìm cách phân biệt những quan niệm cũ và mới.

⁽⁵⁸⁾ Trong những bàn luận có liên quan đến lý thuyết về khoa học diễn dịch của Aristotle và qui trình của Euclid trong *Elements*, người ta có thể ghi nhận ý kiến của Mueller trong chương 5 trên đây; Mendell 1986, chương 6; Hintikka 1981; và Heath 1949, 50 – 57.

luận triết học này, chúng ta có thể thêm vào một hình thức thứ ba, cũng được Proclus chấp nhận, như là giáo trình nhập môn. Trong thảo luận sau đây, chúng ta sẽ khám phá một quyết định có liên quan như thế nào đến loại lại tác dụng trên quan điểm của chúng ta về những mục tiêu mà Euclid theo đuổi và sự thành công của ông trong việc nắm bắt chúng.

Proclus triển khai quan điểm thứ hai của mình về mục tiêu của cuốn *Elements* bằng cách xem xét các nghĩa của từ "elements" (στοιχεῖα). Điểm đặc trưng ông mượn từ Menaechmus, người tiên nhiệm của Euclid vào thế kỷ thứ 4, là điểm đặc biệt lý thú, vì đó chính là điều mà Euclid cũng từng biết. Như Proclus [Friedlein 1873, 72 – 73] trình bày, Menaechmus công nhận hai ý nghĩa làm nền tảng cho hệ thống hình học: trong nghĩa tương đối, bất cứ một mệnh đề nào cũng có thể được coi là một yếu tố trong ngữ cảnh của mệnh đề khác mà nó bao hàm; theo nghĩa tuyệt đối, các yếu tố là những mệnh đề đơn giản hơn (nghĩa là: những tiên đề) trong đó tất cả các phần tử của các định lý phải tùy thuộc vào. Proclus nhận định rằng theo nghĩa trước thì có nhiều mệnh đề được coi là yếu tố, trong khi theo nghĩa sau thì chỉ áp dụng cho một số mệnh đề tương đối ít và đặc trưng mà thôi.⁽⁵⁹⁾ Người ta có thể thấy trong nghĩa thứ nhất của Menaechmus về số, đặc điểm hỗ tương của các yếu tố: hai mệnh đề có thể là yếu tố của mệnh đề khác, để chứng minh điều này người ta cần đến điều kia và ngược lại; việc này cho thấy có sự linh động nào đó trong trật tự chứng minh mà ta đã từng thấy trong lãnh vực này trước khi xuất hiện sự xử lý bằng sách giáo khoa.⁽⁶⁰⁾

⁽⁵⁹⁾ Về những nhận xét thêm nữa hơn, xin xem Burkert 1959, 191-192.

⁽⁶⁰⁾ Barnes [1976] lấy những ghi chú này của Menaechmus để chỉ ra sự sử dụng lý luận vòng tròn trong việc chứng minh của các nhà toán học tiền Aristotle. Tôi nghĩ rằng, sự tham chiếu này quá táo bạo nếu có trong những bằng chứng có sẵn.

Ý niệm thứ hai về yếu tố có xu hướng gọi lại quan điểm mà Aristotle đề cập trong tác phẩm *Physics* i 1.⁽⁶¹⁾ Trong nỗ lực muốn tổ chức một lãnh vực bao gồm kinh nghiệm trong khoa học diễn dịch, theo quan niệm của ông, chúng ta có được tổng thể phức tạp dễ hiểu hơn đối với chúng ta qua quan niệm về ý nghĩa và đem chúng về những cấu hình đơn giản hơn dễ hiểu hơn của chúng theo bản chất; điều sau là những yếu tố hay những nguyên lý thứ nhất làm nên cơ sở cho khoa học. Bao hàm trong sự ghi chú này, là một tiến trình có hai phần trong đó, trước hết, là sự phân tích hiện tượng dẫn đến việc khám phá những quan niệm ban đầu, và sau đó là lãnh vực được cấu tạo một cách suy diễn dựa trên cơ sở của những quan niệm này. Theo quan điểm này, tác phẩm *Elements* của Euclid phải được nhìn như một tổng hợp đề của loại sau, trong đó những nguyên lý cơ bản đã được phát hiện, có thể được trình bày ngoài lề và những hệ quả của chúng được thiết lập như những định đề, trong một trật tự mang tính hệ thống.⁽⁶²⁾

Ý nghĩa về “element” này được liên kết với những quan điểm hiện đại trước đây đã đề cập, không những chỉ vì sự nhấn mạnh của nó đối với hình thức diễn dịch, mà còn đối với sự kết nối quan trọng trong quan điểm về lãnh vực hình học có tương quan với các nguyên tắc. Vì tất cả chúng đều bao hàm trong lối mô tả một hệ thống chính thức vốn ưu tiên cho các tiên đề và xem các tỉ lệ thức của nó như là những hệ luận diễn dịch. Thực ra, trong quan điểm mới, các tiên đề xác định hệ thống bằng cách chỉ định các thực thể mà nó bao hàm và các đặc trưng của chúng; bất cứ đặc trưng nào khác được diễn dịch từ những điều này đều có thể được

⁽⁶¹⁾ Về đoạn này, xin xem Ross 1936, 456-458.

⁽⁶²⁾ Những đoạn khác về Aristotle được trưng dẫn trong Heath 1956, i 116 – Tpp. 158b35, 163b23, Meta. 998a 25, 1014a35 – b5; xin cũng xem Heath 1949, 205-206. Về sự bàn luận thêm về những ý nghĩa liên quan đến “element” của Aristotle, xin xem Mendell 1986, 492 tt.

coi như đã hàm chứa trong các tiên đề.⁽⁶³⁾ Thật vậy, chứng minh trở thành một qui trình máy móc, rút ra các hệ luận từ những nguyên lý thứ nhất phù hợp với luật diễn dịch. Trong môn tu từ học toán học cổ, qui trình này được gọi là tổng hợp, và xác định đặc tính của tất cả các bằng chứng người ta có thể tìm thấy trong sách *Elements* của Euclid.⁽⁶⁴⁾

Quan niệm này về tác phẩm *Elements* như là một yêu cầu của những nguyên lý thứ nhất về hình học sẽ chắc chắn hỗ trợ sự hiểu biết cận kề trong bản chất của những nghiên cứu chính thức. Nhưng nó giữ một vai trò quá nhỏ bé đối với nội dung kỹ thuật trong các lãnh vực của hình học Euclid, và rồi bỏ quên một đặc điểm, mà tôi nghĩ, là quan trọng đối với việc hiểu biết có tính lịch sử về công trình của ông.⁽⁶⁵⁾ Trong phần tiếp theo, tôi sẽ đề cập đến ba khía cạnh có liên quan đến việc quyết định loại công trình của Euclid: vị trí của nó như là mô hình của một loại đặc biệt về giáo trình kỹ thuật; phương tiện hoạt động của Euclid trong việc thu thập và diễn giải các chất liệu nguồn của ông; và đặc điểm chỉ dẫn kỹ thuật hướng đến việc ứng dụng.

Đối với những mục tiêu này, dường như có ích hơn cả là theo nghĩa thứ nhất về từ “element” của Menaechmus, nghĩa là bất cứ một nguyên lý hay định lý nào cũng được thừa nhận

⁽⁶³⁾ Người ta có thể nghĩ đến sự phân biệt điển hình của Aristotle giữa cái có thể và cái hiện có, trong khi hiện tại người ta chưa có thể nói đến sự hiện hữu của những số hạng diễn dịch, nhưng biết về sự hiện hữu của chúng: xin xem Meta. 1051a30, và bài bàn luận trong Mendell 1984.

⁽⁶⁴⁾ Quan niệm xưa chính yếu về phương pháp phân tích và tổng hợp có trong Pappus [Hultsch 1876, 1878, vii 631 – 636]. Văn chương hiện đại về phương pháp này có tầm rộng hơn: chẳng hạn, xin xem Knorr 1986a, đặc biệt chương 8.2; A.Jones 1986, 66 – 70; Hintikka và Remes 1974; Mahoney 1968, 1969; Gulley 1958; Robinson 1936.

⁽⁶⁵⁾ Một sự bóp méo tương tự bằng cách nhấn mạnh, tôi nghĩ, sẽ kèm theo một cái nhìn quen thuộc là các cấu trúc hình học của người xưa đóng vai trò chứng minh những điều đã có: xin xem Knorr 1983.

trong sự chứng minh của một nguyên lý hay định lý khác. Như thế, tất cả các mệnh đề trong sách giáo khoa của Euclid đều là những nền tảng có tương quan với những việc nghiên cứu cao hơn về Hình học. Như chính Proclus cũng nêu rõ điều này xác nhận một cách chính xác là Euclid đã được các nhà hình học sau này sử dụng như thế nào:

“Những định lý đơn giản và căn bản nhất và có liên hệ mật thiết nhất đối với các giả thuyết ban đầu là chúng liên kết với nhau ở đây [*scil.* trong *Elements*], có một trật tự phù hợp, và những bằng chứng về những định lý khác sử dụng chúng vì chúng có liên đới và phát sinh từ chúng. Chẳng hạn Archimedes và Apollonius và tất cả những người khác dường như sử dụng các điều đã được chứng minh theo một cách thức mang tính giáo trình, và được nhất trí ngay từ điểm khởi đầu”. [Friedlein 1873, 71].

Hơn nữa, tiêu đề *Elements* không chỉ giới hạn trong giáo trình của Euclid. Proclus [Friedlein 1873, 66-67] cho rằng thuật ngữ này bao hàm tất cả các công trình về hình học của các nhà tiên bối của Euclid như Hippocrates, Leon, Theudius, và Hermotimus. Cho dù thuật ngữ này dẫn xuất từ bất cứ nguồn nào của Proclus, có lẽ là từ một môn sinh của Euclide là Eudemos, hơn là từ chính tựa đề của các công trình, chúng ta vẫn có thể suy đoán về việc sử dụng ban đầu có từ thế kỷ thứ tư cho rằng nó bao hàm các công trình của Euclide mà thôi.⁽⁶⁶⁾ Theo một trong số các môn sinh khác của Euclide, chẳng hạn

⁽⁶⁶⁾ Burkert [1959,193] dùng từ *perforce* để chỉ ‘elements’ giống như tên gọi hiện nay về các công trình tiền-Euclid. Tuy nhiên, Mendell [1986, 493] nhận xét rằng những gì mà các tác giả này gán cho công trình của mình là không quan trọng; sự kiện nổi bật chính là nguồn của Proclus, Eudemos, có thể nói rõ về chúng như là ‘Elements’, trong lúc chính các công trình cần phải phù hợp với một khái niệm ‘peripatetic’ (lối dạy học bằng cách thầy trò vừa đi dạo vừa trao đổi việc học) về từ. Trong quan điểm của Mendell, thì Eudemos chắc chắn hỗ trợ nghĩa thứ hai trong cách giải thích của Menaechmus về ‘elements’, nghĩa là các nhân tố đơn giản trong một phức hợp có thể được giải quyết.

là Aristoxenus, chúng ta có một giáo trình gồm hai tập, đó là giáo trình *Harmonic Elements* (Những yếu tố hòa hợp).⁽⁶⁷⁾ Appolonius [Heiberg 1891 – 1893, i 4] viết rằng bốn tập sách đầu tiên trong bộ sách *Conics* của ông như “rơi vào (một loại) luyện tập cơ bản”, tương phản với bốn tập sau, có đặc điểm vượt trội hơn, mà ông đặt tên là “phụ thêm”; nhà bình luận Eutocius [Heiberg 1891-1893, ii 176] trưng dẫn cùng một công trình như là *Conic Elements* (Những yếu tố về khối hình nón). Pappus [Hultsch 1876 – 1878, ii 672.12] cho rằng từ *Elements* không phải chỉ là của công trình Euclid, mà còn được các nhà hình học khác sử dụng, ví dụ Conic Elements của Aristaeus.⁽⁶⁸⁾ Có lần Archimedes đã trưng dẫn trong sách *Elements of Mechanics* (Những yếu tố cơ học) của ông như là một kết quả mà chúng ta biết là từ cuốn *On Plane Equilibria* (i 8) [xem: Heiberg 1910 – 1915, ii 350.21]; một số trưng dẫn tham khảo của ông [Heiberg 1910 – 1915, i 270.24; ii 268.3, 436.3] đối với *Conic Elements* (Những yếu tố về khối hình nón) dường như để chỉ các công trình của Euclid hoặc Aristaeus, những tiền bối của Appolonius.⁽⁶⁹⁾ Thật thú vị là có lần Archimedes sử dụng câu “conic elements” để ám chỉ ba mệnh đề đặc biệt (nghĩa là, *Quad. Parab. Propos. 1- 3*) mà ông chỉ cho đề mà thôi, vì các chứng minh của chúng người ta có thể tìm thấy trong sách giáo khoa về khối hình nón, chính cuốn sách giáo khoa này cũng được gọi là *Conic Elements* [Heiberg 1910-1913, ii 266.3, 268.3]. Trong số những nhà văn sau này,

⁽⁶⁷⁾ Xin xem bài bình luận của Barker trong chương 9 sau đây. Nên ghi nhận rằng *Harm.Elements* của Aristoxenus có tính rời rạc.

⁽⁶⁸⁾ Xin xem Hultsch 1876 – 1878, ii 552.4 (có qui cho Theodosius hoặc Euclid: xem 553n), 608.2 (qui cho tác phẩm *Phaen.* của Euclid), 660.19 (Hultsch lấy để chỉ tác phẩm *De Plan.loc.* của Appolonius). Nhưng có thể có một số đoạn có tính nội suy. Về những cách dùng khác của từ, xin xem phần mục lục của Hultsch, ví dụ tra từ *stokheion*.

⁽⁶⁹⁾ Xin lưu ý rằng hai dẫn chứng về *Elements* của Euclid trong Heiberg 1910 – 1915, i 20.15 và ii 444.28 chắc chắn là những nội suy.

chẳng hạn pseudo-Hero [Schöne và Heiberg 1903 – 1914, iv 14.1, 84.18] và Diophantus, thuật ngữ “στοιχεῖως” trở thành đồng nghĩa với “nhập môn / giới thiệu”.⁽⁷⁰⁾

Những trường hợp cá biệt này chứng tỏ rằng *Elements* của Euclide đã từng là mô hình cho một loại văn chương bao gồm các giáo trình kỹ thuật được mở rộng sang lãnh vực đặc biệt thuộc về hình học Euclide. Proclus xác định điều này khi ông đưa “các tổ hợp số” vào phạm trù giáo trình cơ bản trong những lãnh vực Số học và Thiên văn học, khi nói về sinh hoạt chung của việc tạo ra những giáo trình như thế, ông lưu ý có sự khác nhau giữa những lối trình bày [Friedlein 1873, 73]:

“Có một việc khó khăn trong bất cứ khoa học nào để chọn lựa và sắp xếp các yếu tố ngoài những môn học khác được thiết lập và để giải quyết chúng. Đối với ai toan sử dụng chúng [Morrow 1970, 60: scil. về môn hình học] để kết hợp nhiều mệnh đề với nhau; có người sử dụng những chứng minh ngắn hơn, người khác lại trải rộng ra; có người tránh việc đơn giản tới mức tối đa, người khác sử dụng các tỷ lệ thức; có người sáng chế ra thêm những lối bảo vệ chống lại những tấn công vào các điểm khởi đầu; và nói chung có nhiều cách xây dựng những lối trình bày cơ bản đã được phát hiện riêng rẽ”.⁽⁷¹⁾

⁽⁷⁰⁾ Có một nhà bình giải (văn học cổ La-Hy) [xem: Tannery 1893-1895, ii 72.16-20] về Iamblichus đã sử dụng từ này để ám chỉ *Arithmetica* (Số học) của Diophantus. Trong phần mở đầu của Diophantus, những chất liệu ban đầu được gọi là cơ bản [Tannery 1893-1895, i 16.3]. Dĩ nhiên, Proclus thường nói đến công trình của Euclid như là “στοιχεῖως”

⁽⁷¹⁾ Xin xem Morrow 1970, 60, tôi sẽ dẫn chứng sau đây. Đặc điểm ở đây về các yếu tố là “ngoài những môn học được thiết lập để giải quyết chúng” gọi lại các đoạn văn của Aristotle về các yếu tố (đặc biệt về loại chất liệu của các yếu tố): xin xem Meta. 983b8-11; Phys. 194b24, 195a16-19.

Đoạn văn này thỉnh thoảng được sử dụng để giải quyết vấn đề hình học cơ bản;⁽⁷²⁾ nhưng chắc chắn người ta sẽ thấy sự tiến triển rõ rệt trong các ấn bản cổ xưa có liên quan đến Euclid.⁽⁷³⁾ Hơn nữa, Proclus dường như không thích tham chiếu các bản dịch thời tiền Euclide. Nguồn của Proclus trong thảo luận này có thể là Geminus; nhưng chỉ có Eudemus mới có thể cung cấp cho Proclus những thông tin về truyền thống tiền Euclide, và dĩ nhiên Eudemus không thể so sánh những bản dịch như thế với lối xử lý của Euclide [cf. Heath 1921, i 114].⁽⁷⁴⁾ Nhưng khi Proclus làm sáng tỏ điều mình quan tâm trong các trình bày về “bất cứ khoa học nào”, chúng ta phải giả thiết rằng ông đang duyệt xét toàn bộ các giáo trình kỹ thuật, chứ không chỉ riêng về hình học. trong số những giáo trình có sẵn, đơn giản để tránh xuất hiện như một đặc điểm của Menelaus trong tác phẩm *Spherics*, trong khi khuynh hướng này đối với các chứng minh là đặc điểm trong tác phẩm *Spherics* của Theodosius tương phản song song trong Menelaus và Euclid (*Phaenomena*) [xin xem Heath 1921, ii 248-249, 263, 265].⁽⁷⁵⁾ Lời dẫn nhập cho một trong số các ấn bản tác phẩm *Optics* của Euclid tạo nên một loại bảo vệ các định đề của nó, trong

⁽⁷²⁾ Xin xem Morrow 1970, 60n, giải thích về đoạn văn của Proclus “qua đó, ai sử dụng...” trong ghi chú: “scil. về hình học”. Artmann [1985] bắt đầu với đoạn văn này làm cơ sở để triển khai một số lối chứng minh tránh được tỷ lệ thức trong các sách 1 – 4 của Euclide phát sinh từ những giáo trình thời tiền Euclide. Dĩ nhiên, điều khó khăn là Proclus không nói về những nhà tiền bối về *Elements* thời tiền Euclide, nhưng chỉ đề cập chung chung về truyền thống cổ xưa về những giáo trình toán học cơ bản.

⁽⁷³⁾ Dĩ nhiên, có nhiều bài bình luận về Euclid, chẳng hạn các bài của Hero, Geminus, và của Proclus: xin xem Heath 1956, i 33 – 45.

⁽⁷⁴⁾ Chúng tôi sẽ trở lại sau với các bản của các tiền bối thời tiền Euclide về các chứng minh tránh được tỷ lệ thức trong *Elements* [xin xem số 83, dưới đây].

⁽⁷⁵⁾ Tương tự, *De sphaera quae movetur* còn trừu tượng và dài dòng hơn khi so sánh với *Phaen.* của Euclid: xin xem tham các mẫu trưng dẫn bởi Heath [1921, i 351 – 352]. Để bàn luận kỹ hơn về những giáo trình này, xin xem tham luận của Berggren [chương 10, dưới đây], Berggren và Thomas 1992, Knorr 1989b.

đó những khái niệm về thiên nhiên và sự truyền các tia nhìn thấy được giải thích bằng một cách phản thực tế: các giả thiết khác với những gì bao hàm trong Euclid được phản bác qua việc xét đến những hiện tượng vật lý liên quan.⁽⁷⁶⁾ Rồi, các ghi chú của Proclus về sự đa dạng của các loại trong truyền thống này về văn bản kỹ thuật có thể liên quan đến một số công trình có sẵn, cho dù đa số những công trình ông tham chiếu, nay được coi như đã thất lạc.

Như thế tác phẩm *Elements* là mô hình, nếu không muốn nói là mẫu mực hạng nhất, về một loại hình đặc biệt về giáo trình khoa học, trong đó nội dung khoa học được trình bày một cách chính thức, có hệ thống và diễn dịch. Cách trình bày triển khai một loạt mệnh đề trong đó mệnh đề này được chứng minh là tùy thuộc vào những mệnh đề kia và cứ tiếp diễn lần lượt như thế. Toàn bộ hệ thống được bắt đầu bằng lời trình bày gồm một số số hạng và mệnh đề khởi đầu (những yếu tố có nghĩa tuyệt đối), theo hình thức định nghĩa và mệnh đề trong bối cảnh công trình được coi là không thể diễn dịch.⁽⁷⁷⁾

Khi nghiên cứu một giáo trình theo kiểu tổng hợp, người ta phải theo trật tự diễn dịch của nó. Nhưng dự định thiết lập giáo trình kế thừa việc *khám phá* (*discovery*) hệ luận diễn dịch tương ứng và quá trình tự tìm hiểu này sẽ chẳng có giá trị trong tình huống ngược lại, đó là trường hợp phân tích. Theo nghĩa thường dùng trong hình học cổ, “Phân tích” muốn ám chỉ một phương pháp tìm cách giải những bài toán

⁽⁷⁶⁾ Phần dẫn nhập một bản duyệt Optics như Heiberg suy nghĩ [1895, vii 144-154] dựa trên những bài dẫn nhập của Theon. Tôi có bản luận những khía cạnh của bài dẫn nhập trong Knorr 1985b, phần 9, và lập luận phản bác quan điểm của Heiberg về việc phê duyệt trong Knorr 1992.

⁽⁷⁷⁾ Theo nghĩa tuyệt đối, những điều không thể diễn dịch như thế là những định đề hay định nghĩa. Nhưng trong các giáo trình nâng cao, chẳng hạn *Quad. Parab. Và Meth.* của Archimede, người ta đặc biệt cho phép chấp nhận lúc đầu những kết quả được thiết lập trong các giáo trình cơ bản hơn (chẳng hạn *Con.elem.* hay *De plan. Aequil.*).

hình học.⁽⁷⁸⁾ Một kết quả có tính quyết định (ví dụ, một cấu trúc đáp ứng được một số đặc điểm nào đó) sẽ được ưu tiên sử dụng; Truy tìm đạo hàm hay bằng chứng như vậy sẽ dẫn đến những kết quả khác, rồi những kết quả này đến lượt mình lại đưa đến những hệ quả tiếp theo, cho đến khi nào người ta có được một kết quả như mong muốn là cái mà người ta đã biết đến hoặc được mọi người chấp nhận như một điều tự nó (per se).⁽⁷⁹⁾ Dù phương pháp này thường được dùng trong việc truy tìm những cấu trúc cá thể hoặc những mệnh đề, một quá trình tự tìm hiểu về cùng một loại có thể được áp dụng đối với tổ chức các hệ thống cấu trúc và định lý.⁽⁸⁰⁾ Một sắc thái mà chúng ta ghi nhận trong “tường trình thứ nhất về “các yếu tố” của Menaechmus là trật tự diễn dịch thì tương đối: trong một giới hạn nào đó, nhà nghiên cứu có thể chọn những kết quả nào ưu tiên hơn và những kết quả nào dẫn xuất từ chúng. Các ý kiến sẽ chồng chéo nhau khi thúc đẩy đến việc phân tích những mệnh đề và cấu trúc chính của lãnh vực này.

⁽⁷⁸⁾ Pappus [Hultsch 1876 – 1878, ii 634-636] phân biệt hai loại phân tích: phân tích vấn đề (scil. phân tích các bài toán) và phân tích lý thuyết (phân tích định đề), và hiển nhiên ông đã ưu tiên cho việc phân tích lý thuyết. Ở đây, tôi nghĩ ông ấy đã đánh giá chưa đúng về ý nghĩa của sự phân tích các bài toán: xin xem Knorr 1986a, chương 8.2. Hintikka và Remes [1974] cũng tìm ra sự phân tích các bài toán (cấu trúc) là lãnh vực có hiệu quả hơn cho việc nhận xét.

⁽⁷⁹⁾ Trong việc phân tích, sự kiểm tra đi theo những hệ luận diễn dịch của mục tiêu để ra; sự tổng hợp chính thức thuộc về trật tự lý luận (logical order). Trong việc trình bày phương pháp của mình, Pappus đã mập mờ, cùng lúc vừa cho rằng sự lý luận trong phân tích là diễn dịch, rồi lại mô tả nó như sự tìm kiếm những tiền đề phù hợp. Những cách trình bày xưa hơn [ví dụ, Robinson 1936] đã thử giao hòa hai cách nhìn bằng sự nhấn mạnh việc hoán chuyển của các định đề hình học. Hintikka và Remes [1974] đi tìm bản chất riêng cho lý luận thông qua sơ đồ hình học. Knorr [1986a, chương 8] ưa chuộng lối giải thích văn bản hơn, trong đó Pappus đã lồng cách lý luận toán học và lý luận của Aristotle trên những đường lối lượng phản.

⁽⁸⁰⁾ Burkert [1959, 195] đề nghị rằng tính chất lưỡng hướng của việc nghiên cứu hình học, một dạng truy tìm những hệ luận diễn dịch, đang khác truy tìm những nguyên lý ưu tiên hơn, đã đẩy lên trong thế kỷ thứ 5 một cách ứng dụng số “stoikhêion” (cho đến lúc đó người ta chỉ sử dụng để ghi thẻ bài, hồ sơ quân nhân) để chỉ thứ tự những hệ luận trong các định đề hình học. Knorr [1985] đã thích ứng chiến thuật phân tích để giải thích sự phát triển lý thuyết vô tỉ trong *Element.x* của Euclide.

Tuy nhiên, trong trường hợp đặc biệt của tác phẩm *Elements*, Euclid là nhà biên tập hơn là sáng tạo ra nó. Như Proclus thông tin cho chúng ta (có lẽ theo thẩm quyền của Eudemus), những những tài liệu khác theo kiểu “Elements” đã có từ thế kỷ trước Euclid, vì thế giáo trình của ông chỉ là sưu tập của một số thế hệ nghiên cứu hình học. Nguồn của Euclide đã từng cung cấp những mô hình giải thích, không chỉ đối với những bằng chứng về các định đề cá biệt nhưng trong cả những trường hợp đối với chất liệu của những phần chính và ngay cả với toàn bộ bộ sách. Thí dụ, rõ ràng cấu trúc lý thuyết tỷ lệ thức trong tập 5 đã có dưới dạng này nơi nhiều môn sinh của Euxodus, và những nguyên mẫu mở rộng tương tự đã tồn tại đối với lý thuyết về số trong tập 7 của ông, lý thuyết về số vô tỉ trong tập 10, lý thuyết về phép khử liên tiếp trong tập 12, và những cấu trúc về các hình khối thông thường trong tập 13.⁽⁸¹⁾

Tóm lại, Euclid đã không hề đơn thuần sao chép lại các nguồn của mình từng chữ một. Mỗi cuốn trong bộ sách của ông đều có một số vấn đề chủ lực và những định lý riêng [thí dụ, *Elem. I prop. 47*, “định lý Pythagoras”], và Euclid đã có khả

⁽⁸¹⁾ Van der Waerden [1954, 415, 123-124; xin xem 1979, 352-353] đã trung dẫn để quy những nguyên mẫu của những cuốn 2, 4 và 7 cho các nhà nghiên cứu về Pythagoras, và cuốn 8 cho nhà nghiên cứu về Pythagoras tên là Archytas [1954, 142, 149, 153, 155], quy cuốn thứ 10 cho Theaetetus [1954, 172], và quy những cuốn 5 và 12 cho Eudoxus [1954, 184, 189]. Neuenchwander [1972 – 1973] đã bảo vệ một số xác nhận này về lại lịch từ những phần chính của các tập 1 – 4. Nhưng tôi nghĩ sự cố gắng có cái nhìn toàn diện về những cuốn sách của Euclid như là những thủ bản giáo trình được viết hơn một thế kỷ trước quá đơn giản chỉ tựa tựa như một quá trình truyền đạt và soạn thảo. Người ta có thể chấp nhận rằng *nội dung* của các định đề Euclid, đối với phần lớn, hầu như tất cả đã quá quen thuộc với các nhà toán học thời giữa thế kỷ thứ tư trở về trước, nhất là về chất liệu cơ bản. Nhưng cơ cấu tổ chức trong các giáo trình rất giống với các cuốn sách của Euclid là chắc chắn và còn tiến triển cho đến gần thời của Euclid và chính Euclid cũng phải thừa nhận nó có vai trò quan trọng trong việc thiết lập bất cứ một thực thể tiêu biểu nào như ta thấy trong toàn bộ tác phẩm *Elements*. Lối trình bày như thế chắc chắn cũng là điều Proclus muốn lưu ý về những nhà văn thời tiền Euclid viết về những yếu tố cơ bản [Friedlein 1873, 65 – 67].

năng chọn từ những nguồn khác nhau để làm nên cấu trúc và bằng chứng riêng cho mình. Chúng ta không những có thể nghiên cứu cách thức ông xem xét các chất liệu này, mà còn có thể nhanh chóng giả định rằng ông đã sử dụng phương pháp phân tích. Đối với Euclide, nghiên cứu những nguồn khác nhau để tìm ra những kết luận ưu tiên là điều cần thiết để xác lập chúng; lần theo chúng để xác định chúng yêu cầu điều gì; v.v... Sau cùng, hệ luận rút ra từ những kết quả cần được xác định và chấp nhận như yếu tố khởi đầu, mà không cần phải có bằng chứng hay chứng minh nào nữa. Bằng cách này, những yếu tố hay những nguyên lý thứ nhất, thích hợp được coi như cơ sở của lối trình bày tổng hợp tương ứng, sẽ nổi bật lên như những số hạng cuối cùng trong việc tìm tòi phân tích những mệnh đề lớn của mỗi cuốn sách. Chẳng hạn, người ta có thể ghi nhận làm thế nào hệ luận của những bài toán trong cấu trúc của Tập 1 của Euclid lại đề ra tới ba mệnh đề về cấu trúc làm phần mở đầu cho cuốn sách; hoặc hơn nữa, mệnh đề về đường song song lần đầu tiên đã đi vào phần chứng minh của *Elem. i prop.29* như thế nào, và trong thực tế, chính xác nó như thế nào theo yêu cầu của chứng minh [xin xem Knorr 1983].⁽⁸²⁾

Một trong những đặc điểm nổi bật của thể loại chính thức của Euclid là sự trì hoãn của ông đối với các phương pháp định đề cho đến tập 5. Điều này cho phép Euclid dành phần trình bày những chứng minh tương đẳng đối với tất cả các định đề thuộc hình học phẳng trong các cuốn 1 – 4. Đồng thời, điều này đưa đến kết quả trong những chứng minh tương đẳng phức tạp trong đó việc sử dụng những số tương đồng sẽ không phức tạp [xin xem *Elem. i prop.47, iii props. 35, 37, iv prop. 10*].

⁽⁸²⁾ Xin lưu ý rằng sự trình bày ở phần 2 trên đây về việc triển khai lý thuyết tỷ lệ thức theo mẫu tương tự như sự chứng minh bằng cách phân tích (nghĩa là theo kiểu "Eudoxus"), lần lượt, trở về với những nguyên lý ưu tiên, vốn được dùng làm nền tảng cho sự tổng hợp một thể loại có sự hỗ trợ lý thuyết (nghĩa là theo kiểu Euclide, *Elem. v*).

Thật vậy, người ta có thể dự đoán được những biến số đơn giản hơn của thể loại sau đã được sử dụng trong các nguồn của Euclid.⁽⁸³⁾ Theo quan điểm kỹ thuật, đây là một dự án hoàn toàn có tính nhân tạo, vì các kết luận được thiết lập trong bất kỳ sự kiện nào cũng giống nhau. Tại sao Euclid lại các chất liệu thuộc hình học phẳng theo cách này? Có phải vì lý do triết học không, chẳng hạn: việc đưa một nguyên tắc kinh tế vào sự thiết lập hệ thống diễn dịch? Hoặc vì lý do thuần toán học (chẳng hạn các tiên đề tương đồng)?⁽⁸⁴⁾ Nhưng mỹ học lại phải quyết định cách chứng minh đơn giản sử dụng mệnh đề và cách chứng minh phức tạp không được rõ ràng lắm. Hơn nữa, Euclid đôi khi cũng không đề cập đến những chi tiết vụn vặt, chẳng hạn trong những cách sử dụng mà không cần giải thích về tính liên tục trong các tập 5 và 12,⁽⁸⁵⁾ hoặc sự biện minh của ông về những chuyển động hình học trong tập 13.⁽⁸⁶⁾ Trong điều kiện tốt nhất, sự thành công

⁽⁸³⁾ Một bản tóm lược rất hay về những chứng minh này và các bản dịch tương ứng của chúng có trong Artmann 1985. Tuy nhiên, như đã lưu ý ở trên, sự hiển nhiên trong Proclus [Freidlein 1873: 73] chẳng có liên hệ đặc biệt gì – và có lẽ không có gì – đối với các giáo trình có trong truyền thống hình học xưa. Như thế, chúng ta không có cơ sở (bối cảnh) nói rằng dự tính về những lối chứng minh tránh được các mệnh đề thuộc về bất cứ người biên tập tiền Euclid nào về *Elements*. Tôi nghĩ, Artmann có lý khi nhìn thấy trong các chứng minh của Euclide có một dự định tinh tế: càng muốn thiết lập nhiều trong lãnh vực hình học, càng ít hiểu về chúng. Nhưng chúng ta cũng nhận ra nỗ lực này đối với Euclide cũng như đối với các nhà tiền bối của ông, động lực tìm hiểu của ông là để hiểu biết chúng hơn là lãnh vực thuần túy toán học (chẳng hạn vì tính cách sự phạm), như sẽ được biện minh sau đây.

⁽⁸⁴⁾ Người ta có thể đặt ra những câu hỏi tương tự về lý do giới hạn các phương tiện thiết định bằng compa và thước thẳng: xin xem số 88, dưới đây.

⁽⁸⁵⁾ Chúng ta đã ghi nhận rằng Euclide từng sử dụng và công nhận sự tồn tại sẵn bởi số hữu hạn của các đại lượng thì lớn hơn những đại lượng cho sẵn. Tại một số nơi, ông cũng thừa nhận sự tồn tại của số hạng thứ tư trong tỷ lệ thức về những đại lượng cho sẵn. Không có sự thừa nhận nào bao hàm những tiên đề minh nhiên cả.

⁽⁸⁶⁾ Định nghĩa về “khối” trong cuốn 11 và những ứng dụng của nó trong cuốn 13 thừa nhận loại hình này như một khối xoay tròn. Euclide có thể đã định nghĩa nó theo tính thống kê – như một nơi qui tụ các điểm trong không gian cách đều từ một điểm cho sẵn – bằng phép loại suy với định nghĩa về vòng tròn trong cuốn 1. Thực ra, đây là cách Theodosius định

của Euclide trong việc bảo vệ những giới hạn chính thức như thế là một việc không bình thường.

Mặt khác, việc thử tìm hiểu tận gốc sự trì hoãn của lý thuyết mệnh đề theo các lý do lịch sử sẽ không đối diện trực tiếp với nguồn ban đầu. Đó là trường hợp nên tránh sử dụng các mệnh đề sau khi các nhà hình học đã thực hiện việc làm thế nào các đại lượng vô ước đã làm cho ra vô ích việc sử dụng các định lý toán học được thiết lập thông qua một định nghĩa tỉ số dựa trên cơ sở số nguyên. Nhưng tình trạng này chỉ tồn tại rất ngắn ngủi, trong khoảng một phần đầu thế kỷ thứ tư.⁽⁸⁷⁾ Vào thời của Euclid, Eudoxus đã biết cách giải quyết những khó khăn này. Có vẻ như rất ngây ngô nếu chỉ đơn thuần chú trọng vào phần của Euclid để cố chấp trong việc tránh sử dụng các mệnh đề thuộc các nguồn tiền Eudoxus của ông (vì thực ra ông đã trực tiếp làm việc trên những nguồn cổ xưa hơn là những ấn bản đương thời), khi giải quyết những khó khăn về toán học.

Một lối trình bày theo hướng sư phạm của tác phẩm *Elements* xem ra thích hợp: vì Euclid có thể đã cho rằng những khái niệm đơn giản về sự tương đẳng của các hình làm nên vật thể vì những mục đích có tính dẫn nhập. Việc sử dụng các hình đồng dạng có thể mở rộng lãnh vực và tạo thuận lợi cho nhiều bằng chứng, và những điều này đã được chấp nhận dựa trên cơ sở của một khái niệm ngây thơ về tỷ lệ thức. Nhưng dự

nghĩa hình khối. Chúng ta thử giải thích tinh bất nhất của ông, ví dụ: một cách ngẫu nhiên ta lấy những yêu cầu đặc biệt về các cấu trúc khối ở cuốn 13 [xin xem Heath 1956, iii 269], dường như chúng được chuyển động bởi ý định dành riêng cho nguyên tắc chủ giải (scil. ý định tránh công nhận sự chuyển động) mà hiện chúng không phải chịu ảnh hưởng quan điểm của những người xưa. Ví thế, hiển nhiên là Archimède, Apollonius và Pappus cũng không có sự e ngại khi giữ và khai thác ý niệm phát sinh về hình cầu và các khối xoay khác.

⁽⁸⁷⁾ Tuy nhiên, điều đó vẫn chưa rõ ràng, bất cứ sự trình bày nào kiểu như vậy của các nhà toán học không bao giờ xảy ra trong thời cổ. Xin xem bài bàn luận về những nền tảng được coi là khủng hoảng trong giai đoạn tiền Euclide trong Knorr 1975, chương 9.

định của Euclid về *Elements* bao gồm sự trình bày lý thuyết tỷ lệ thức theo một cách thức hoàn toàn chính xác. Được thiết lập ngay từ đầu trong phần hệ luận của các cuốn sách, sự chỉ dẫn về những tính chất luận lý của lý thuyết tỷ lệ thức tổng quát đã làm quên đi chất liệu hình học, đến nỗi người ta phải cảnh giác rằng hãy dừng lý thuyết đó cho tới khi một cơ sở hình học được thiết định. Chọn điều này, Euclid buộc phải tìm kiếm sự tương đồng hỗ tương dựa trên các bằng chứng, dĩ nhiên những cấu trúc như thế sẽ bị loại ra.⁽⁸⁸⁾

Chiến thuật tránh các tỷ lệ thức trong những cuốn đầu của bộ sách *Elements* như thế đã được gọi lên bởi một sự tổng hợp lý thuyết tỷ lệ thức mạnh mẽ lúc bấy giờ cùng với toàn bộ lãnh vực hình học phẳng. Không có một chất thể nào, được sử dụng riêng rẽ, đòi hỏi những chứng minh như vậy. Tóm lại, không có một tiền bối nào của Euclid đã tìm cách thủ biên tập một phần lớn lãnh vực hình học như thế vào những giới hạn của một giáo trình đơn thuần. Ở đây, quan điểm của chúng tôi chỉ muốn trình bày những bằng chứng tránh sử dụng tỷ lệ thức của chính Euclid mà thôi.⁽⁸⁹⁾

Khi thiết định loại của *Elements* như một giáo trình hình học có hệ thống, thì chúng ta thấy có hai loại hình khác nhau,

⁽⁸⁸⁾ Người ta có thể kể đến giới hạn đối với các cấu trúc hai chiều (đó là vòng tròn, đường thẳng) theo bối cảnh sự phạm tương tự: sử dụng những phương pháp khác, chẳng hạn neuses (thước trượt), hình khối, đường tròn cơ học, và tương tự, sẽ đòi phải có thêm những định đề và một cấu trúc những bổ đề thích hợp, trước khi người ta chấp nhận công trình chính thức như một loại hình *Elements*. Cơ sở hạn hẹp về những mệnh đề của Euclide mở ra một lãnh vực gồm những cấu trúc đủ phong phú để không cần phải có thêm những mệnh đề như thế. Dĩ nhiên, người xưa đã nghiên cứu những cấu trúc mở rộng [xin xem Knorr 1986a, để đối chiếu]. Người ta phải nhìn nhận *Conics* của Apollonius như một nỗ lực định đề hóa lãnh vực khối theo mô hình Euclid. Nhưng không rõ ràng là có bất kỳ cuộc nghiên cứu nào khác được coi là có tầm chính xác hay không. Ngoài điều đó ra, chúng được chấp nhận rộng rãi trong các công trình nghiên cứu trong các bài toán cao cấp.

⁽⁸⁹⁾ Tương phản, Artmann 1985; xin xem số 83 ở trên.

đó là chuyên khảo nghiên cứu và sách giáo khoa dẫn nhập. Chính sự nghiên cứu các yếu tố của một lãnh vực là đối tượng của công trình loại sau đã được minh chứng bởi Aristotle, *Top. VIII* 3. Như đã trình bày ở trên, Apollonius chia công trình *Conics* của ông thành hai phần, phần đầu có tính cơ bản – đó là lối trình bày một cách hệ thống gồm những kết luận quen thuộc, trình bày ngắn gọn những mục tiêu của sự chỉ dẫn và phần thứ hai là phần bổ sung nâng cao bao gồm các chất liệu mới. Phần lớn các văn bản trong hệ thống Archimedes được thiết lập như những công trình nghiên cứu, và người ta gộp nhặt chúng từ những phần mở đầu,⁽⁹⁰⁾ tuy nhiên, cuốn thứ nhất *On Plane Equilibria*, phù hợp hơn với phạm trù chỉ dẫn.⁽⁹¹⁾ Trong trường hợp công trình của Euclid, thực ra được phóng tác theo sách giáo khoa chuẩn trong lãnh vực của nó.⁽⁹²⁾ Điều này thật rõ ràng trong cách trưng dẫn của nó qua truyền thống hình học sau này và sự xuất hiện của những thực thể chú giải về nó, chẳng hạn Hero, Apollonius, Geminus và những tác giả khác.⁽⁹³⁾ Thí dụ, Proclus [Friedlein 1873 – 74] thường ám chỉ đến các cách sử dụng của nó trong việc dạy học, như khi ông liệt kê những điểm lợi của nó so với những sách giáo khoa khác.

Thực vậy, đối với Proclus, *Elements* đã xác định mục đích là một giáo trình nhập môn hình học. Cách thức chính thức

⁽⁹⁰⁾ Điều này không loại trừ có một số văn bản của ông được tình cờ tìm thấy trong các sách vở học đường. *De sph. Et cyl., Dimen. Circ., De plan. Aequil., và Meth.* của Archimedes thường được trích dẫn bởi các nhà bình luận sau này chẳng hạn như Hero, Pappus, Theon, và Eutocius là những người khi ấy luôn có uy tín đối với những sinh viên học về toán học cao cấp.

⁽⁹¹⁾ Berggren [1976 – 1977] đề nghị rằng cuốn *De plan. Aequil.* hiện có là một bản phóng tác dùng để học tại trường. Nguồn gốc văn bản *Dimen. Circ.*, hiện nay cũng là một công trình được biên tập lại của Theon, theo cùng một cách thức đối với công trình này: xin xem Knorr 1986b.

⁽⁹²⁾ Một tình trạng tương tự được xem là áp dụng theo *Data, Optics, Catoptrics* (cho dù đây có phải là công trình chính thức của Euclid hay không), và cuốn *Phaenomena*.

⁽⁹³⁾ Đối với những chú giải, bình luận về Euclid, xin xem Heath 1956, i chương 3-4.

của Euclid được đặc biệt đón nhận trong chương trình giảng dạy của Học viện Tân Platon (Neoplatonic Academy), đặc biệt trong việc đào tạo về triết học Platon. Nhưng với tính cách là một dẫn nhập có tính kỹ thuật, *Elements* tất nhiên đã nổi tiếng một đảng về lãnh vực nguy hiểm và đảng khác về sự tối nghĩa của nó. Về phần trình bày cơ bản trong lãnh vực hình học, người ta có thể tìm thấy tác phẩm *Metrica* của Hero vẫn bản đúng hơn.⁽⁹⁴⁾ Thí dụ, trong *Metr. i*, Hero đề ra những loại khác nhau về hình phẳng theo thứ tự (tam giác, đa giác, đường tròn, parabol và hình bầu dục, hình khối và hình cầu) theo qui luật số học để tính toán diện tích của chúng, và cũng theo cách đó đối với các hình khối trong tập 2. (Tập thứ 3 dành cho những bài toán trong phép chia hình phẳng và hình khối). Trong một số trường hợp thuộc phép tính đạo hàm cũng được đề ra (chẳng hạn luật về khối cầu phân trong *Metr. i*). Nhưng đối với phần lớn, các qui luật chỉ được nêu ra, cùng với những chi tiết của công trình về các bài toán rõ ràng; đối với các chứng minh chính thức, sinh viên phải tham khảo những văn bản thích hợp của Euclid, Archimedes, và những tác giả khác. Một cuộc nghiên cứu tương tự được phỏng theo một phần dẫn nhập để giải các bài toán số học trong cuốn *Arithmetica* của Diophantus. Ở đây, người ta kể ra những hệ luận của các bài toán, bằng những con số với những thông số rõ ràng khi công trình hoàn tất; những phần chứng minh chính thức về bất cứ tương quan số học hay đại số cơ bản nào cũng thường được bỏ qua, dành để làm tham khảo cho các giáo trình về so sánh.⁽⁹⁵⁾ Một thí dụ khác về văn bản dẫn nhập, tác phẩm *Almagest* của Ptolemy bao hàm lãnh vực cao hơn về thiên văn học toán học, trong đó một bối cảnh toàn diện về hình học phẳng và hình

⁽⁹⁴⁾ Về văn bản, xin xem SchÖne và Heiberg 1903 – 1914, iii và Bruins 1964. Để nghiên cứu, xin xem Heath 1924, ii chương 18.

⁽⁹⁵⁾ Trong một số trường hợp, Diophantus trưng dẫn *Porisms* của mình về các phép tính đạo hàm: xin xem Heath 1910, chương 5.

học khối được chấp nhận [xin xem Toomer 1984,6]. Trong khi bản trình bày của Ptolemy có chung một số nét đặc trưng với Euclid, trong đó những bằng chứng về những tương quan hình học quan trọng thường được nêu ra, bao gồm sự chỉ dẫn về các khía cạnh thực hành thuộc lãnh vực, như nghiên cứu, nhận xét, phương pháp số, bảng tính, v.v...⁽⁹⁶⁾

Tương phản với những thí dụ này, Euclid không đưa sự quán triệt vào trong việc giải thích các định lý của ông, cũng không bỏ đi bất cứ khía cạnh thực hành nào, giống như bản chất và sự vận dụng các phương tiện đối với sự cấu tạo các bài toán. Đối với hầu hết các định lý của ông về số ưu tiên, số hoàn hảo, số căn bậc hai và bậc ba, số vô tỉ, v.v., chẳng hề có một thí dụ cụ thể nào.⁽⁹⁷⁾ Vì ông theo lối tổng hợp riêng, những lý do ẩn sau các bước tiến trình trong những bằng chứng và cấu hình của ông – thí dụ, lý do vì sao một số hạng phụ lại được đưa vào hoặc một tỷ lệ thức đặc biệt lại được sử dụng – bỏ qua việc giải thích. Đôi khi người ta bị đe dọa, ngay cả làm ra vẻ bí ẩn, vào lúc cuối của một bằng chứng đặc biệt phức tạp.⁽⁹⁸⁾ Không có những hiểu biết tự mình tìm kiếm qua việc phân tích, những bước tiến trình

⁽⁹⁶⁾ Về các qui trình của Ptolemy, xin xem Pedersen 1974. Ptolemy đã bỏ công sức để từ những quan sát rút ra những thông số về các mô hình phẳng. Nhưng ông chỉ đưa ra những giải thích qua loa vừa đủ để chứng minh chính những hình dạng hình học cơ bản đặc biệt mà thôi (thí dụ: các hình lệch tâm, hình ngoại luân, vắn vắn). Tóm lại, những chọn lựa hình học căn bản đã được xác định trong văn chương kỹ thuật xưa, đặc biệt, công trình của Hipparchus, đến độ chỉ có phương pháp tính vì về thông số cần đến sự chú giải chi tiết.

⁽⁹⁷⁾ Có nhiều thí dụ được tìm thấy trong các bản chú giải cổ về *Elements*. Tương phản với Euclid, những lối trình bày số học của các nhà tân Pythagoras (neo-Pythagorians), theo Nocomachus (thế kỷ thứ 2 sau Công nguyên), hầu như hoàn toàn đặt cơ sở trên những ví dụ đặc biệt. Ở đây, những kết quả chung phải được dựa trên những qui nạp bất toàn.

⁽⁹⁸⁾ Chúng ta ghi nhận rằng, vào những trường hợp nổi bật đặc biệt, bằng chứng của *Elements* v *prop.* 8, những luận chứng giới hạn trực tiếp trong *xii propos.* 2,5,10 – 12,18, và những cấu trúc khối trong *xiii propos.* 13 – 17. Chứng minh của Euclid về “định lý Pythagoras” về tam giác vuông góc [*Elements. i prop.*47] thường được duy trì như một mô hình về sáng tạo. Trong trường hợp các bài toán, một sự phân tích tài thiết định sẽ làm nhẹ đi yếu tố ngạc nhiên, như nó tỏ lộ ra lý do cho những bước phụ về chú giải, mà những bằng chứng tổng hợp không có: xin xem Knorr 1986a,9.

của Euclid thường bị xem như tùy ý. Một số phần của *Elements*, đặc biệt là phần xếp loại các số vô tỉ trong tập 10 – đã tránh khỏi sự mô tả như là dẫn nhập [xin xem Knorr 1985]. Tóm lại, sinh viên bị kéo vào sự hiểu biết thụ động về cách lý giải thường là áp đặt của Euclid, hơn là được khuyến khích chủ động triển khai năng lực của mình để giải các bài toán.

Sự hiện diện của những đặc trưng tiên tiến như thế trong *Elements* cho thấy rằng Euclid có thể đã giả thiết sinh viên có một sự hiểu biết căn bản về hình học và số học thực hành, đó cũng là tính chất và qui luật Hero đề ra. Mặc dù Hero trưng dẫn Euclid và những tác giả khác theo truyền thống chính thức, thì cũng không nhất thiết bao hàm sự hiểu biết trước của sinh viên đối với những công trình này; những điều này có thể cũng (dĩ nhiên, phù hợp hơn) được xem như những công trình có tính chất cao hơn dành cho sự nghiên cứu trong tương lai. Những tiền lệ về việc này có phần cụ thể hơn, toán học có hướng ứng dụng được xác lập trong các truyền thống Ai Cập và Mesopotamia cổ.⁽⁹⁹⁾ Chính các học giả Hy Lạp, từ Herodotus và Eudemus đến Proclus đều nhìn nhận bối cảnh thực hành đối với nguồn gốc của ngành toán học, và các học giả thời nay có khuynh hướng bảo vệ quan điểm cho rằng có sự chuyển giao các kỹ thuật cổ xưa cho người Hy Lạp trước kia vào khoảng thời tiền Euclid.⁽¹⁰⁰⁾ Sự thành tựu của người

⁽⁹⁹⁾ Để tham khảo, xin xem van der Waerden 1954, chương 1 – 3; Neugebauer 1957, chương 2,4.

⁽¹⁰⁰⁾ Tiền lệ Ai Cập được trích dẫn bởi Proclus [Friedlein 1873, 64-65; xin xem Morrow 1970, 51 – 52]. Tiền lệ Mesopotamia, dù ít được người xưa chú ý, cũng là tiêu chuẩn trong dòng văn học lịch sử đương thời; xin xem van der Waerden 1954, 124; Neugebauer 1957, chương 6. Tôi đề nghị rằng kênh chuyển tải kỹ thuật của Mesopotamia cho Hy Lạp trong thời tiền Euclid chính là Ai Cập trong và sau thời gian chiếm đóng của Ba tư (Perse) (khoảng thế kỷ thứ 6 – thứ 5 trước Công nguyên) [Knorr 1982b, 157]; tuy nhiên, thái độ hoài nghi về yếu tố Mesopotamia trong hình học Hy Lạp cổ đã được Berggren [1984, 339] đề ra. Với cùng một hiệu quả tương tự, D.H.Fowler [1987, 8,285] cho rằng những đặc tính Mesopotamia hiển nhiên trong thi ca thời Heronius đã đi vào truyền thống Hy Lạp trong thời kỳ Hy Lạp cổ, sau giai đoạn Euclid đã được xác định qua các nghiên cứu trước về thời kỳ Cổ điển.

Hy Lạp trong thế kỷ thứ 5 và thứ 4, tích lũy nơi Euclide, nằm trong dự định về một nền móng diễn dịch chính xác của kiến thức về hình học, không phải là sáng tạo ra một loại hình học trừu tượng từ hư vô (*ex nihilo*).

Khó khăn khi ước định các mục tiêu của Euclid trong *Elements* xuất hiện từ sự lẫn lộn về giống. Vì Euclide đã rập khuôn sách giáo khoa có tính dẫn nhập của ông theo các ngành khiến chúng ta thường liên tưởng với những giáo trình nghiên cứu hơn. Thay vì đưa ra các mô thức phân tích, thì người sinh viên phải học nghệ thuật nghiên cứu hình học, phải đưa ra một bản trình bày chính thức về các kết quả theo phương cách tổng hợp. Chắc chắn, giáo viên sẽ được tự do bổ sung văn bản bằng những kiến thức chỉ dẫn và thúc đẩy thích hợp, khi ông ta thấy cần phải làm như vậy. Nhưng tự bản chất *Elements* không hề hướng dẫn gì suốt hành trình này, và người ta nhận thức từ những bài bình luận kỹ thuật mở rộng của các nhà văn sau này như Pappus, Theon, Proclus và Eutocius, rằng những khía cạnh chính thức của môn hình học đã thống trị khóa học toán học có cấp độ đại học.

Thật vậy, Euclid đã biến việc học môn hình học và những môn học kỹ thuật khác thành một kỹ năng giáo dục lượng giá và phê bình các văn bản chuẩn.⁽¹⁰¹⁾ Trong khi nghiên cứu sáng tạo ở tầm mức cao được theo đuổi trong những nhóm trực tiếp của những khuôn mặt nổi tiếng nhất lớn như Archimedes, Appollonius, Hipparchus, và Ptolemy, sức căng giữa mục tiêu nghiên cứu và phê bình đã xuất hiện rất sớm. Archimedes đã có thể phê phán Dositheus và những đồng nghiệp Alexandria của ông:

⁽¹⁰¹⁾ Người ta có thể thấy rằng học giả Alexandria vào thời kỳ đầu văn học cổ đại Hy Lạp cũng có cách thức chuyển đổi tương tự đối với các lãnh vực học tập khác, nhất là về văn học: để tham khảo, xin xem Reynolds và Wilson 1968, Russell 1981.

“Về những định lý toán học gởi cho Conon, và về những gì quý vị liên tục viết cho tôi để xin gởi các bằng chứng, thì tôi gởi cho quý vị một số bằng chứng trong cuốn sách này.... Xin đừng ngạc nhiên nếu như tôi đã mất một thời gian dài trước khi đưa ra các bằng chứng của nó. Vì điều này tôi muốn như vậy trước hết là để cho họ thành thạo về hình học và dần thân vào sự tìm kiếm.... Nhưng sau khi Conon chết, dù đã nhiều năm qua đi, chúng tôi có cảm tưởng rằng chưa có ai đụng đến bất cứ bài toán nào trong số những bài toán này”.⁽¹⁰²⁾ [Heiberg 1910 – 1915, ii 2.2 3,.5 – 10, 18 – 21].

Người ta có cảm tưởng rằng nhóm Alexandria đã phải chịu đựng nhiều đối với việc truy tìm bằng chứng hơn là phát hiện ra những kết quả mới. Ngược lại, về phía Archimedes lại tỏ ra tra vấn nhiều hơn khi ông ca tụng Conon.

Quan điểm của chúng ta về loại mà tác phẩm *Elements* của Euclid trải rộng khi chúng ta lướt từ những nguyên lý mở đầu, định nghĩa, tiên đề, và định đề đến phần chính của các bài toán và định lý. Lúc đầu, có vẻ đáng khích lệ vì mục đích của Euclid là ráp nối những nguyên tắc tuyệt đối của khoa hình học, và từ đó thảo ra nội dung của lãnh vực. Nhưng Euclid vẫn giấu kín tính chất triển khai hệ thống của ông; tương quan của một định đề cho sẵn và những nguyên lý ban đầu không bao giờ được ghi chú rõ rệt, nhưng chỉ có sự chứng minh đối với mỗi bước trong quá trình chứng minh. Hơn nữa, sự hiện diện và vị trí của bất cứ cấu trúc hay định đề nào cũng được xác định bởi điều có thể chứng minh được vào lúc ấy; không có sự chỉ dẫn nào về điều không có hay bị loại bỏ trong bối cảnh tuyệt đối, ví dụ: có một số thực thể mà cấu trúc của nó không thể đề ra thì không tồn tại trong hệ thống được xác định bởi các tiên đề ban đầu [xin xem Knorr 1983]. Euclid phải là người thực dụng hơn: ông không nắm về những kỹ thuật đại số điều có thể thiết

⁽¹⁰²⁾ Cùng một cách thức tự vệ như vậy, làm quân bình những mục tiêu tự học và xác thực của cuộc nghiên cứu, rõ ràng trong Mehod. [Heiberg 1910 – 1915, ii 428 – 430]

định dứt khoát những cấu trúc nào ở trong phạm vi Euclid, ông chỉ có thể biết những cấu trúc nào đã được sử dụng và những cấu trúc nào thì không.⁽¹⁰³⁾ Về những cấu trúc thuộc loại sau, có một số được thiết lập thông qua những phương tiện hỗ tương (như là: phép nhân tam thừa hoặc chia tam giác bằng cách (phương tiện) hình cung cơ học hoặc hình nón); nhưng khả năng tác động chúng qua định đề Euclid vẫn là điều chưa được giải quyết. Trong quan điểm này, *Elements* của Euclide không thể, ngay cả đối với chính Euclide, là một lối trình bày toàn bộ lãnh vực hình học.

Vậy, như chúng ta đã làm theo cách của mình thông qua giáo trình của ông, chúng ta nhận ra làm thế nào cấu trúc trở nên phương tiện trình bày toàn bộ những điều cơ bản. Tuy nhiên, cấu trúc tự nó không phải là điều quan tâm của Euclid. Euclid chú tâm quá kỹ càng đến chi tiết chính thức có liên quan với *Elements* theo những khảo sát toán học và triết học ngay biện được đưa vào nền tảng. Nhưng đó không phải là giáo trình về nền tảng. Nỗ lực giải thích nó như giáo trình làm tăng chất lượng phê phán triết học về *Elements*, nhưng không phải là bản bình luận của các đối tượng riêng của nó.

Người ta phải xem xét quyết định đặc biệt và có lẽ không may mắn của Euclid để thông qua loại hình hình học chính thức này trong bối cảnh của một công trình nhằm dẫn nhập vào việc nghiên cứu trình độ cao hơn. Sự hiểu biết thấu đáo trong kỹ thuật tự tìm hiểu bị bỏ qua, giống như giàn giáo đã làm nên sự hoàn thành tòa nhà.⁽¹⁰⁴⁾ Tác phẩm *Elements* đề

⁽¹⁰³⁾ Để bàn luận về những quan điểm cổ về việc xếp loại và giải quyết các bài toán, xin xem Kneir 1986a, chương 8.

⁽¹⁰⁴⁾ Xin xem nhận xét có liên quan trong Hirsch 1967, 78: “ Ý tưởng về loại ... Có một nhiệm vụ tự tìm hiểu quan trọng trong việc chú giải, và người ta cũng thường nói rằng những công cụ tự tìm hiểu cần phải được bỏ đi càng sớm càng tốt và sử dụng mục đích của chúng”. Nhưng, ở đây, Hirsch không trình bày vị trí riêng của mình; ông tiếp tục biện luận rằng khái niệm về loại, đặc biệt “loại nội tại”, không cần thiết cho việc ráp nối ý nghĩa.

ra một thành phẩm cho chúng ta chiêm ngưỡng; đó không phải là một cẩm nang dành cho nhà xây dựng. Vì thế, chắc chắn Euclid có chủ ý trong tác phẩm của mình là sử dụng như một dẫn nhập vào việc học hình học một cách đặc biệt, một thể loại mô tả chính thức về hình học. Thực vậy, những mô tả đề ra các nguyên nhân xác minh các qui trình hình học. Điều gây ấn tượng là Euclid coi phương pháp trình bày này như là một sự mô tả chính thức về những kết quả đã hoàn thành, để làm cơ sở cho việc dạy học. Điều đó sự khác biệt cơ bản giữa những quan điểm của ông về sự nghiên cứu và sự phạm đối với những quan điểm của chúng ta. Euclide hy vọng rằng học viên sẽ có được kiến thức thành thạo về hình học thông qua sự chiêm ngưỡng chính loại hình đã hoàn tất, hơn là thông qua việc thực tập để sản xuất ra nó.

5. Kết luận

Sự thông hiểu về toán học cổ đại phải luôn kiên định đi theo vốn từ ngữ định sẵn trong việc thiết lập sự chú giải. Khi thảo luận những đoạn văn trong các văn bản cổ, chẳng hạn tác phẩm *Elements* của Euclid, học giả phải trình bày quan điểm của mình như của chính Euclid. Tuy nhiên, các nhà lý thuyết về phê bình văn học từ lâu đã nhận ra rằng những khó khăn theo đuổi một khái niệm gây thơ về nghĩa, mà tác giả muốn thể hiện và họ đã làm phát sinh một hình ảnh của các luận điểm về khả năng được chấp nhận của khái niệm này. Tôi đã thử áp dụng một số ý tưởng của E.D.Hirsch, Jr. người bảo vệ ý nghĩa mà tác giả muốn thể hiện, tôi nghĩ, một luận điểm có kết quả đối với nhà sử học thực hành hơn là đối với những đa dạng của chủ nghĩa hoài nghi trong lãnh vực văn chương. Mục đích của tôi, không phải để gạt hất sự đồng tình về một số chú giải của riêng tôi đối với những điểm cần thảo luận về Euclid, nhưng là để trình bày việc làm thế nào sự hiểu biết của Hirsch có thể mở ra những thừa nhận mang tính phương pháp luận hàm chứa trong những

quan điểm khác nhau và rồi truyền thông tiến trình xử lý chúng. Bốn tiêu chuẩn của ông là *tính chính thống* (*legitimacy*), *tính phù hợp* (*correspondence*), *tính chính xác về loại* (*genre appropriateness*), và *tính mạch lạc* (*coherence*) có ích lợi đặc biệt trong việc xác định liệu có một quan điểm có sẵn có thể trình bày ý nghĩa của một cuốn sách cổ hay không, hoặc thay vì phê bình, liệu có một dự định của văn bản nhằm đưa vào môi trường các khái niệm và những điều có liên quan trong vấn đề chú giải hay không.

Những quan điểm chuẩn về lý thuyết tỷ lệ thức của Euclid (thí dụ, những điều đã trích dẫn của Morgan và Heath) nhằm đọc được những ý niệm hiện đại về số thật trong văn bản. Trong định nghĩa “có một tỷ lệ” [*Elements v def. 4*], một trong những ý định (có lẽ có ba tất cả) của Euclide là như sau: giới hạn các tỷ lệ vào từng cặp đại lượng cùng loại, hoặc loại bỏ những đại lượng vô hạn, hoặc sáp nhập những đại lượng không thể xác định như là những đại lượng xác định được. Tất cả những quan điểm này đều phù hợp với các yêu cầu kỹ thuật có thể áp dụng cho bất cứ một lý thuyết tổng quát nào về tỷ lệ thức. Nhưng mỗi tiêu chuẩn lại tạo nên một tình huống làm cho văn bản của Euclid trở nên khó hiểu hơn: *tính chính thống* (*legitimacy*) – bao hàm những nghĩa phải phù hợp với từ ông sử dụng, nơi đó chẳng có lý do rõ ràng nào giải thích tại sao ông lại muốn nói đến những nghĩa ấy, nếu đó không không phải là ý định (muốn nói) của ông; *tính phù hợp* (*correspondence*) – những khía cạnh văn bản để qua một bên luận điểm hay điều được coi là không cần thiết (ví dụ, tại sao “qui trình bội số” lại được coi là tương quan hỗ tương?); *tính mạch lạc* (*coherence*) – định nghĩa được coi cô lập đối với luận điểm của văn bản giữa những định nghĩa và định lý trong lý thuyết của Euclid.

Giống như Keath, Mueller cũng lấy định nghĩa gộp vào số không thể xác định; nhưng ông sao lại dưới dạng khác với điều các nhà chú giải trước đã viết. Trong văn bản của ông,

định nghĩa được thiết lập cách chẵn chẵn trong văn mạch so sánh các số đẳng bội, một đặc tính của hình thái lý thuyết Euclid. Như tôi đã xác nhận, điều này thay thế một cách có hiệu quả cả ba quan điểm đã đề nghị trước về ý định trong định nghĩa và thiết lập một quan điểm hỗ tương sử dụng như một tiền đề đặc trưng cho định nghĩa “có cùng một tỷ lệ” đi liền theo sau. Từ đó, người ta có thể phát triển một quan điểm về nguồn gốc định nghĩa thứ tư của Euclid như là một pho sản viết lại văn bản có trước về lý thuyết tỷ lệ thức trong tập 5. Quan điểm hệ luận, tôi nghĩ, vận hành như một lối trình bày lịch sử về ý nghĩa của Euclide và phương pháp biên tập. Những quan điểm chuẩn, trong lúc ở đây thay thế lối trình bày về ý nghĩa của Euclide, vẫn giữ nguyên giá trị như là những công cụ phê bình. Vì bây giờ chúng ta có thể sử dụng chúng để phê phán qui trình của Euclide, đối chiếu với những lý thuyết chuẩn hiện đại.

Đối với những lý thuyết số học, có phải Euclid và những tác giả cổ xưa khác đã coi phân số như là yếu tố làm nên toán học hiện đại – nghĩa là họ có ý định sử dụng từ ngữ về phân số theo cùng một nghĩa như chúng ta hay không? Fowler biện hộ cho những luận điểm mang tính khiêu khích rằng không, vì phương thức phân số có tử số là đơn vị được đưa vào việc tính toán của Ai Cập và Hy Lạp cổ được coi như chương ngại vật cho việc hình thành khái niệm tổng quát hơn về số phân số. Thay vì trình bày kết quả phép chia một số nguyên m cho một số nguyên n khác đơn thuần bằng một phân số tương ứng (nghĩa là tương đương với cách viết của chúng ta là m/n), người thời xưa quen đưa chúng vào cách tính toán xa hơn, bằng cách tính thương số như là tổng của các phân số có tử số là đơn vị. Có vẻ như, một phân tích văn bản theo kiểu đã cho trong thí dụ trước sẽ khẳng định việc phân biệt giữa những khái niệm mới và cũ. Nhưng ở đây, tôi thấy sự khác biệt, giữa cách mà chúng ta xử lý một văn bản đặc biệt được

thiết định rõ trong phạm vi văn bản, mà thay vì với một gia đình rộng lớn của các văn bản trải rộng trên toàn bộ thời cổ đại Ai Cập, Mesopotamia và Hy Lạp. Như thế, tiêu chuẩn về sự *mạch lạc* là sự mơ hồ và ứng dụng của nó: nếu chúng ta giảm thiểu tối đa những câu thúc của chúng ta đối với một quan niệm về phân số có thể chấp nhận được và chúng ta chỉ nhấn mạnh đến sự tương đồng với những phân số kiểu hiện đại, thì khi ấy các văn bản thời xưa (chẳng hạn như Diophantus và Hero cũng như những nhà văn cổ đại khác trong truyền thống toán học có khuynh hướng thực hành) chắc chắn sẽ được rõ ràng hơn, và người ta sẽ tự nhiên xác định được niên đại của các khái niệm mà không cần phải có bất cứ những dấu hiệu rõ ràng nào về sự đổi mới nơi các tác giả sau. Nhưng nếu chúng ta chấp nhận nghĩa hạn hẹp như David Fowler biện hộ (ở đó, nếu tôi hiểu luận điểm một cách chính xác, thì người ta phải chấp nhận phân số như là những dạng số học (arithmoi), và đặc biệt các phạm trù logos (khoa học) và arithmos (số)), như thế chẳng có một tác giả cổ xưa nào lại triển khai một khái niệm như vậy, hoặc, nếu người ta có làm thì chỉ xảy ra trong các văn bản thời đại hậu Hy Lạp cổ từng chịu ảnh hưởng bởi sự hấp thụ phương pháp sáu mươi của Mesopotamia và được ghi dấu từ truyền thống số học xưa của người Hy Lạp.

Tiêu chuẩn của sự thích hợp về loại gây nên một khó khăn khác. Bằng chứng chính của chúng ta về số học thực hành cổ điển đến từ toán học viết trên giấy papyri. Hai thiên niên kỷ kể từ papyri sông Rhin thuộc Ai Cập đến papyri La Hy bao gồm một truyền thống duy nhất đáng kể về trường phái số học, trong đó phân số thường được xử lý theo phương án đơn vị và áp dụng theo cách tổng quát, trong khi ngày nay người ta có thể cho rằng chúng không được giải thích một cách có hệ thống như là một kỹ thuật riêng biệt. Nhưng, liệu chúng ta có thể mong chờ một loại trường phái khác vốn có để giải quyết các thí dụ, hay là trình bày, lập luận và chú giải không? Nhưng nếu chúng ta trở về với “truyền thống xưa hơn” của

Archimedes và các học giả về hình học chính thức, thì việc tính toán thuộc loại này vốn đã được coi như một phần của việc huấn luyện cơ bản cho sinh viên. Hơn nữa, khi các khái niệm về số như $1838 \frac{9}{11}$ xuất hiện trong truyền thống chính thức, thì có phải chúng đơn thuần chỉ là sản phẩm của các thỏa thuận viết tay của Byzantin hay chúng còn cung cấp một kiến thức thâm sâu về toán học của những thế kỷ trước?

Lý thuyết số học của Euclid trong tập 7 trong tác phẩm *Elements* thuộc loại "hình học cao cấp" mãi sau này mới xuất hiện. Khái niệm chính của nó về phân số là gì thật khó xác định, vì không hề có những số như vậy xuất hiện, nằm ngoài ý niệm về đo lường (metrein).⁽¹⁰⁵⁾ Nhưng nó có liên hệ chủ yếu với tỷ số các số nguyên, và dĩ nhiên, chúng ta nhận ra làm cách nào để thiết lập một sự tương đương giữa các tỷ số và phân số.⁽¹⁰⁶⁾ Hơn nữa, các tác giả thực hành đã trích dẫn Euclid làm lý thuyết cơ bản cho các định đề số học của họ. Như vậy, tự nhiên người ta suy rằng những bài toán của Euclid về việc tìm ra các thừa số chung nhỏ nhất [*Elements* vii props 36, 39] là có ý cung cấp một chứng minh chính thức về những kỹ thuật gần với lãnh vực số học thực hành. Chắc chắn, bằng chứng của chúng ta không ủng hộ trực tiếp quan điểm này, cũng không phải chúng ta trông đợi như vậy. Nhưng tôi thấy điều ấy tốt hơn là quan điểm ngược lại cho rằng

⁽¹⁰⁵⁾ Trong *Elem* vii, def.3, đã có tương quan về đo lường (katametrein) và được định nghĩa như "phần" (meros); xin xem def.5. Khái niệm về một số được đo lường bởi một số khác được khai thác trong định nghĩa về đôi khi là số chẵn, đôi khi là số lẻ, số ưu tiên ưu tiên tương đối, phức hợp, và tương đối phức hợp (defs. – các định nghĩa – 8 – 15), cho là một chiến thuật rõ ràng hơn có được để ra, bằng cách áp dụng khái niệm về phần đã họ sẵn trong định nghĩa số 3. Các bài toán được đặt ra trong vii props. 2 – 3 cho thấy là thế nào để tìm ra sự đo lường chung lớn nhất về những số nguyên cho sẵn; nhưng không có "sự đo lường" lẫn "sự đo lường chung lớn nhất" nào đã được xác định. Tương tự, người ta được cho là đã hiểu các khái niệm về đo lường và sự đo lường như bối cảnh cho các định nghĩa và số thống ước và vô ước trong cuốn 10.

⁽¹⁰⁶⁾ Ở đây, tôi muốn nói rằng bất cứ một phép tính nào về phân số để có thể tái lập như một tương quan giữa các số nguyên.

Euclid đã (hoặc chính xác hơn là truyền thống mà ông cũng cố) củng cố lý thuyết số học của ông ta thuần túy là một bài tập trừu tượng, trong khi các tác giả sau này tình cờ khám phá ra công dụng của nó đối với việc tính toán phân số.

Một trong những đóng góp của phái phê bình là ráp nối những hàm ý vốn huyền ảo lại thành những nhận thức của chúng ta. Fowler trình bày công việc này khi nhắc nhở chúng ta về những sắc thái trong nhận thức của chúng ta về phân số: xưa nay chúng ta vẫn coi “ m chia cho n ” là phân số m/n , một số có thể được vận dụng với một số khác theo những qui luật quen thuộc của số học. Nhưng người ta có thể áp dụng cùng khái niệm như vậy cho các văn bản số học cổ không? Fowler cho là không, và luận điểm của ông đề ra những câu hỏi là khi nào, ai và trong những hoàn cảnh nào những khái niệm tổng quát đã được đưa ra. Tuy nhiên, không chỉ những nguồn cổ xưa không giúp gì được cho lời đáp mà dường như chúng chẳng quan tâm gì đến bất kỳ những câu hỏi nào như thế. Như chính những quan điểm của chúng ta, chúng xuất hiện như những sắc thái tiềm tàng trong các qui trình về phân số.⁽¹⁰⁷⁾ Với tôi, dường như nên giữ sự thỉnh lạng này một cách nghiêm túc. Khía cạnh về khái niệm phân số vẫn còn đang là vấn đề được tranh cãi, khái niệm về phân số tổng quát không phải là một khám phá theo nghĩa đơn giản, nó xuất hiện song song với khái niệm cơ bản về các phần.

⁽¹⁰⁷⁾ Bằng sự tương phản, rõ ràng là lúc các nhà chú giải phải chấp nhận rằng các khái niệm hay kỹ thuật đã quen thuộc với độc giả. Thí dụ, trong bản trình bày về các qui trình sáu mươi, Theon diễn giải các qui trình đầy đủ chi tiết, gồm những tính toán chi tiết đối với các thí dụ đặc biệt và những lời trình bày đầy đủ về các trường hợp cá biệt (ví dụ: phút nhân phút, phút nhân giây, giây nhân giây, và vân vân): xin xem *In Ptol. Ad i 10* [Rome 1936, 452 – 457]. Dĩ nhiên, điều này không đề ra nét mới về những kỹ thuật này vào thời của Theon; chúng trở nên có giá trị đối với các nhà thiên văn toán học của Hy Lạp cùng với sự tiếp nhận các phương pháp của Mesopotamia trong thời của Hipparchus (thế kỷ thứ 2 trước Công nguyên) hoặc sớm hơn nữa. Nhưng nếu các kỹ thuật đơn thuần có tính mới lạ đối với một nhóm học viên đặc biệt kế thừa những công trình được soạn thảo từ mi của Theon, tất cả những kỹ thuật mới khác mà hiện nay đã tiếp nhận sự xử lý như thế gần thời đại của lần giới thiệu đầu tiên.

Chắc chắn, sự kiên trì của các phương pháp phân số có tử số là đơn vị có khuynh hướng làm mờ nhạt khái niệm tổng quát này trong nhiều văn bản của chúng ta, nhưng tôi không cho điều này có ý nghĩa trên bình diện nhận thức. Người ta có thể so sánh với sự tồn tại của các tiêu chuẩn “Anh ngữ” ở nước Mỹ ngày nay, bất kể giá trị của một hệ thống đo lường có hiệu quả hơn. Tuy nhiên, có nhiều học viên người Mỹ phải phàn nàn về những khó khăn của hệ thống đo lường, rõ ràng là chẳng có một vấn đề khái niệm nào được giải quyết, nhưng ít ra có sự nhận thức về một kỹ thuật đã lỗi thời. Không còn nghi ngờ gì nữa, người xưa có những lý do về một tính toán kinh tế để giữ những phương pháp đơn vị, mãi sau này những lợi ích về các qui trình hỗ tương mới rõ ràng. Nhưng đó cũng không phải là những giới hạn mang tính khái niệm.

Vấn đề đặc điểm *chính xác về loại* (*genre appropriateness*) cũng soi sáng sự hiểu biết về các mục tiêu của Euclid trong *Elements* xét như một tổng thể. Euclid trình bày hình học theo một cấu trúc diễn dịch được tính toán rất cẩn thận, nhưng giáo trình của ông không nói về cấu trúc diễn dịch. Nói theo cách của tác phẩm *Posterior Analytics* của Aristotle thì đó không thuộc về loại, ngay cả khi so sánh hai công trình này có thể mang lại những chi tiết thú vị về những quan điểm của người xưa trong các hệ thống chính thức. Như tôi đã đề nghị trên đây, những động lực thúc đẩy lý thuyết số học của Euclid có thể được đặt nền tảng trên thực hành, và người ta có thể lập luận tương tự đối với những phần khác của *Elements*.⁽¹⁰⁸⁾ Thật vậy, có nhiều chất liệu của nó về sự đo lường mặt phẳng và hình khối tái xuất hiện dưới một hình thức số học đi theo sự ứng dụng thực hành trong lối trình bày hình học của Hero. Vì quan điểm này trong hình học của Hero

⁽¹⁰⁸⁾ Những hiện tượng vật lý đối với các định lý hình học có liên quan thường được trình bày trong các trường hợp của *cuốn Optics* của Euclid (và chắc chắn *cuốn Phaenomena* cũng đã sử dụng thuật ngữ về thiên văn học quan sát) và *cuốn Sphaerica* của Theodosius. Những

có thể được coi như duy trì mãi mãi các qui trình thực hành của những truyền thống xa xưa của Ai Cập và Mesopotamia,⁽¹⁰⁹⁾ tiếp theo là Euclide cũng triển khai lý thuyết hình học của ông trên cơ sở thực hành so sánh. Những quan niệm cổ về hạn từ “*elements*” liên kết những việc nghiên cứu một thể loại với việc dạy nhập môn các môn học kỹ thuật. Như thế, thật là hợp lý để chấp nhận ý định riêng của Euclid khi biên soạn *Elements* với sự sử dụng nó trong truyền thống kỹ thuật đến sau, nghĩa là như một cuốn sách giáo khoa cơ bản về hình học. Nhưng *Elements* không ở cùng một phạm trù với những sách giáo khoa của Hero hay Diophantus: Euclid dường như thừa nhận bối cảnh thực hành trong môn học, vì vậy ông nhắm tới việc cung cấp những chứng minh chính thức thích hợp. Thật vậy *Elements* là một giáo trình về những nguyên nhân có liên quan đến lãnh vực hình học; nó đem đến cho các học viên những mô hình làm thế nào để đảm bảo được các kết quả hình học như là những hệ luận diễn dịch chắc chắn trong một số khái niệm (như là những định đề và tiên đề) về hình và số lượng. Học viên được mong đợi tiếp thu những kiến thức chắc chắn về lý thuyết hình học thông qua việc học những mô hình hoàn chỉnh theo lối trình bày chính thức.

Có thể tin được là chính Euclid chịu trách nhiệm về quyết định đưa một thể loại chính thức vào trong sách giáo khoa *nhập môn*. Nhưng hình thức diễn dịch về lý thuyết hình học là một

phần đó của Euclid trong *Elements* i đã được đề ra trong văn mạch đo lường thực hành và khoa sử dụng công cụ được ghi nhận nơi Proclus [xin xem Friedlein 1873, 283, 352, về sự ghi chú của ông có liên quan đến Oenopides và Thales], trong khi ông xác nhận rằng Pythagore đã làm cho toán học trở nên như một sự nghiên cứu trừu tượng, ngược lại nơi những người Ai Cập và Phoenicia cổ, nó đã được sử dụng để phát triển các lợi ích kinh tế và đo đạc địa hình [Friedlein 1873, 64 – 65]. Rõ ràng là các cấu trúc hình học do Euclide và những nhà văn khác trình bày đã được trực tiếp rút ra từ kinh nghiệm trong lãnh vực xây dựng với công cụ, và nhiều văn bản đã cho thông tin cụ thể về việc thi công trên thực hành: xin xem Knorr 1983, 1986a.

⁽¹⁰⁹⁾ Về món nợ của người Hy Lạp đối với các truyền thống cổ của Mesopotamia và Ai Cập, xin xem các số 49 – 50, trên đây.

khái niệm ông thừa hưởng từ các tiền bối của mình. điều này đã pha trộn qua tương tác của các chuyên gia toán học và triết học trong suốt thế kỷ thứ tư. Dù chỉ là thử ráp nối mỗi liên hệ rõ ràng giữa hệ thống của Euclid và những công bố tu từ học của các triết gia cổ đại, đặc biệt là Aristotle và Plato, thì tình huống cũng trở nên khó hiểu. Euclid tham chiếu nhiều mẫu mực khác nhau từ những thế hệ nhà văn kỹ thuật tiền bối, và chắc chắn ông chịu ảnh hưởng trong cách trình bày mô hình riêng của mình sau đó mới cố gắng tạo ra mô hình làm thỏa mãn những qui định của người ta hay triết gia khác. Để mở rộng điều này, Euclid đã phù hợp với các triết gia tiền nhiệm, người ta thấy được điều này trong sự gần gũi với thể loại kỹ thuật.

Ba thí dụ này trong nghiên cứu về Euclide quay quanh một đề nghị chung thuộc phương pháp luận – đó là sử gia toán học phải ưu tiên cho việc kiểm tra phê bình các văn bản trước khi đi vào khám phá rộng rãi hơn những ngành toán học và triết học của chúng. Điều này quá rõ ràng để đảm bảo sự bình luận đặc biệt. Nhưng phối hợp bằng chứng rời rạc với một lãnh vực chính có liên quan với những lãnh vực hiện đại của toán học và triết học đã làm cho việc nghiên cứu toán học cổ trở nên một vũ đài cho việc bình luận, trong đó sự tái cấu trúc áp đảo sự phê bình văn bản. Kết quả là sự sử dụng đặc biệt tu từ học có chủ đích trong các luận chứng còn quá lệ thuộc vào khuynh hướng riêng (toán học và triết học) của phái phê bình, và các tác giả cổ điển khó có thể có ý chống lại chúng.⁽¹¹⁰⁾ Nếu có sự bất đồng về tình huống đó thì nay đã rõ ràng hơn và tiềm năng về một phương pháp nghiên cứu văn bản có tính hỗ tương cũng rõ ràng, như thế, ở đây, tôi đã hoàn thành mục tiêu của mình.

⁽¹¹⁰⁾ Các học giả cổ xưa khó được miễn khỏi cùng một trách nhiệm như thế, Russell [1984, 97] gọi khoa phê bình của Hy Lạp như là phái chủ ý, cho dù trong số đó có Stoic và các nhà văn thuộc phái tân Plato học (neo-platonist) vẫn liên quan đến các bài đọc mang tính ngụ ngôn. Thời đó, trong quan niệm phê bình xưa, Homer (đã trưng dẫn một thí dụ đặc biệt) có ý nói đến những nghĩa mang tính ngụ ngôn mà họ đã suy diễn từ các văn bản của ông.

TÁC PHẨM *SECTIO CANONIS* CỦA EUCLID VÀ LỊCH SỬ CỦA HỌC THUYẾT PYTHAGORAS

ALAN C. BOWEN

L luận thuyết được truyền lại đến đời chúng ta như tác phẩm *Sectio canonis* hoặc *Division of the Canon* (sự Phân tích Âm nhạc) nằm trong đoạn giới thiệu có 33 dòng [Menge 1916, 158.1 160.4] và 20 luận chứng được kết nối với nhau một cách thô ráp tương tự với cách của các luận chứng trong tác phẩm *Elements* (các Nhân tố) của Euclid [cf. tháng 1/1895, 115-116].⁽¹⁾ Không kể đến điều này thì người ta tranh cãi về hầu hết mọi thứ. Ban đầu, các học giả tranh cãi về quyền tác giả của *Sectio*. Những học giả phủ nhận hoặc dè dặt trước luận điểm cho rằng *Sectio* bắt nguồn từ Euclid thường đi đến so sánh *Sectio* với các luận thuyết thường được nhìn nhận là của Euclid, và chỉ ra những điểm được cho là không tương đồng trong chính tác phẩm *Sectio*, được coi như không phù hợp với một nhà toán học có tầm cỡ như Euclid [cf. ví dụ: Menge 1916, xxxviii xxxix]. Tuy nhiên, không có lý luận nào có tính

⁽¹⁾ Về thắc mắc liên quan đến ngày tháng của Euclid, tôi đặt bối cảnh vào hạ bán thế kỷ thứ 3 trước Công nguyên, xem Bowen và Goldstein 1991, 246n30 hoặc Bowen và Bowen 1991, phần 1.

thuyết phục đặc biệt. Trước hết, các nhà phê bình có khuynh hướng không để ý đến sự khác nhau trong cấu trúc lô-gic và ngôn ngữ được chứng minh trong tất cả các bản sao lục tác phẩm của Euclid, và họ cho rằng bất kỳ một tác giả cổ điển nào viết luận thuyết về các ngành khoa học khác nhau cũng cần phải làm như vậy để phù hợp với các chuẩn mực tương tự về lối viết mô tả và tính chính xác.¹²⁶ Giả thuyết như vậy đã thất bại khi được áp dụng cho các tác phẩm trong tập sao lục Ptolemy, ví dụ: [cf. Neugebauer 1946, 112-113]. Thứ hai, theo quan điểm của tôi, nhiều điểm không tương đồng “đã được khám phá” ra trong luận thuyết này cho thấy, theo quan điểm của tôi, tính học giả bị thất bại hơn bất kỳ một vấn đề quan trọng nào trong chính tài liệu này. Thật vậy, mục đích chính của tôi trình bày trong chương này là bỏ bớt những luận điệu về tính không tương đồng bằng cách lập nên một đoạn viết mới trong phần giới thiệu luận thuyết này.

Việc tranh cãi giữa các học giả về nguồn gốc và bản chất của tác phẩm *Sectio canonis* tập trung ở 5 vấn đề sau:

- (1) Lập luận của lời mở đầu là gì?
- (2) Lời mở đầu có liên quan gì đến 20 luận chứng sau đó?
- (3) Mối tương quan giữa 9 luận chứng đầu tiên với 9 luận chứng tiếp theo là gì?
- (4) Hai luận chứng cuối cùng, mô tả một phần trong tác phẩm *Canon*, có liên quan đến 18 luận chứng trước đó không?
- (5) Luận thuyết đó có hoàn chỉnh khi nó đứng một mình hay không?

¹²⁶ Để biết thêm về chủ nghĩa phê phán đối với tính xác thực dựa trên các dữ liệu ngôn ngữ, hãy xem Menge 1914, xxxix-xi.

Vấn đề đầu tiên là nền tảng, bởi vì các đáp án cho những vấn đề khác đều giả định trước ý nghĩa của lời mở đầu. Vì vậy, trong những trình bày sau đây, tôi sẽ tập trung chủ yếu vào vấn đề đầu tiên mặc dù tôi sẽ hướng vài điểm vào vấn đề cuối cùng. Ngoài ra, tôi sẽ tiến hành bằng cách phân tích chi tiết trình tự lý luận về lời mở đầu của Euclid cho *Sectio*, mục tiêu của tôi là đề xuất một đoạn viết về các lý luận này và liên kết với các lý luận này lại thành một khối chặt chẽ và dễ hiểu [phần 2].⁽³⁾ Xin nhấn mạnh rằng tôi không định tranh cãi cho là tất cả các giải thích khác về lời mở đầu đều sai. Bởi vì, đoạn viết này không chỉ không đúng chủng loại phê phán trong trường hợp hiện tại mà nó còn làm sai hàm ý giao ước của tôi đối với những giải thích khác này, và đặc biệt, đối với giải thích tranh luận thú vị của Andrew Barker [1981]. Mục đích của tôi đúng hơn là xác định một nhóm giả thuyết tối thiểu cần để trình bày lời mở đầu như một tổng thể đáng tin và có lý luận. Và, để làm được điều này, tôi sẽ dựa rất nhiều vào các minh chứng trong chính lời mở đầu và chỉ viện dẫn các giả thuyết từ những nơi khác khi cần thiết.

Luận điểm cơ bản của tôi là tác phẩm *Sectio canonis* lập nên một luận điểm rút gọn mang tính bản thể trong một môi trường khoa học hài hòa, đó là tất cả đều mang số; và một khi luận điểm này được hiểu đúng như nó đã thể hiện trong *Sectio*, thì những ưu đãi quan trọng nhất trong quá khứ về cấu trúc và ý nghĩa của luận thuyết này đều tan biến. Nói

⁽³⁾ Những ai đã quen với luận thuyết này có thể nhìn thấy cách tiếp cận của tôi với vấn đề thứ hai và ba. Vấn đề thứ tư, thường được nêu lên trong phạm vi bảo cáo của Proclus và Mrinus về *Musica elementa* của Euclid (cf. Menge 1916, xxxvii xxxviii), và đã bị Paul Tannery [1912, 213 215] tranh cãi ngược lại, đã được Andrew Barker [1981, 11 13] giải đáp rất tốt, theo tôi nghĩ. Về vấn đề thứ năm, đòi hỏi phải nghiên cứu một cách nghiêm túc toàn bộ luận thuyết và nó đặt ra những vấn đề về lối viết kỹ thuật trong các ngành khoa học khác nhau mà bây giờ tôi phải hoãn lại.

cách khác, như Barker đã đề nghị [1981, 15-16], nếu tác phẩm *Sectio canonis* trình bày cách phân tích âm nhạc một cách chính xác như thế nào thì nó đã thực hiện điều này bằng cách biểu lộ chi tiết các mục trong một phạm vi cụ thể như thế nào để tiếng nhạc được hiểu như là những con số.

Tuy nhiên, nếu điều này đúng, có vẻ như chúng ta đã thay thế một loạt vấn đề về *Sectio* bằng một loạt vấn đề khác liên quan đến học thuyết Pythagoras đã được khẳng định. Bởi vì, theo Aristotle, một trong những nguyên lý cơ bản của học thuyết Pythagoras ban đầu đó là tất cả đều được thể hiện bằng số; và theo tôi hiểu về Người [xem Bowen 1992], điều này có nghĩa là con số là những gì thật sự của sự vật. Vì vậy, để kết luận cho chương I này, tôi sẽ hướng đến một cụm vấn đề liên quan đến Euclid, đó là tác phẩm *Sectio canonis*, và học thuyết Pythagoras [phần 3].

1. Lời nói đầu cho *Sectio canonis*

Giờ chúng ta hãy xem cách Euclid giới thiệu 20 luận chứng trong tác phẩm *Sectio canonis*. Đoạn văn bằng tiếng Hy Lạp được sao chép ở đây được trích từ ấn bản năm 1916 của Menge có một số thay đổi nhỏ về cách chấm câu và thêm vào số của câu trong ngoặc vuông để hỗ trợ cho việc phân tích đoạn văn này.

Lời mở đầu sách *Sectio canonis* của Euclid, [Menge 1916, 158.1-160.4].

(trích đoạn từ [1] đến [10] bằng chữ Hy Lạp)

[1] Nếu có khoảng nghỉ và ngừng trong chuyển động thì sẽ có khoảng lắng. [2] Tuy nhiên, nếu có được khoảng lắng và không vật gì chuyển động thì không ai nghe thấy gì cả. [3] Do đó, nếu tai sắp nghe thấy vật gì thì trước đó phải xảy ra va chạm và chuyển động. [4] Kết quả là, vì tất cả các nốt nhạc chỉ xuất hiện khi có một va chạm nào đó, và vì không thể xảy ra va chạm nếu không có một chuyển động trước đó

– một số chuyển động xảy ra gần kề nhau nhưng một số khác lại cách xa nhau hơn một chút; và các nốt nhạc ở gần nhau hơn phát ra âm cao hơn (nói về độ cao); còn những nốt nhạc ở xa nhau hơn một chút thì có âm thấp hơn (nói về độ cao) – các nốt nhạc trước cần phải cao hơn (nói về độ cao) bởi vì chúng được tạo ra từ những chuyển động gần nhau hơn và vì vậy có số lượng nhiều hơn và các nốt nhạc sau thấp hơn (nói về độ cao) bởi vì chúng được tạo ra từ các chuyển động xa nhau hơn và vì thế có số lượng ít hơn; để cho các nốt nhạc cao hơn (nói về độ cao) mức cần thiết đạt đến được mức của nó khi bị giảm thấp vì giảm chuyển động, và các nốt nhạc thấp hơn (nói về độ cao) mức cần thiết đạt đến được mức của nó khi được tăng cao nhờ tăng chuyển động. [5] Do đó, chúng ta nên nói rằng các nốt nhạc bao gồm nhiều thành phần (bè), bởi vì chúng đạt đến mức cần thiết nhờ việc cộng thêm và trừ đi. [6] Nhưng tất cả các sự vật bao gồm nhiều thành phần được mô tả là có mối quan hệ với nhau nhờ một tỷ lệ số (nguyên). [7] Nhưng, có những con số được biết là tuân theo tỷ lệ số nhân/ phức tạp, một số theo tỷ lệ siêu đặc biệt và số khác thì theo tỷ lệ siêu partient,⁽⁴⁾ như vậy các nốt nhạc cũng được biết là tuân theo các loại tỷ lệ này trong mối tương quan với nhau. [8] Trong đó, [*scil.* nốt nhạc] các tỷ lệ số nhân/ phức tạp và siêu đặc biệt được mô tả là có quan hệ với nhau nhờ một đơn thuật ngữ. [9] Thực tế, chúng ta nhận thấy một số nốt nhạc hợp âm nhưng các nốt khác lại không, và những hợp âm đó như thể là một hòa hợp từ một cặp (nốt nhạc) nhưng những nghịch âm thì không phải như vậy. [10] Vì những điều như vậy, thật thích hợp khi cho rằng các nốt nhạc hợp âm, dù là theo tỷ lệ số nhân/ phức tạp hoặc siêu đặc biệt, thuộc về

⁽⁴⁾ Nếu m và n là những số nguyên, trong đó $1 < n < m$ thì tỷ lệ của công thức $m:1$ rất phức tạp, $(m+1):m$ là cấp số siêu đặc biệt và $(m+n):m$ là cấp số siêu partient.

những số (nguyên) đã được mô tả là có tương quan với nhau nhờ một đơn thuật ngữ, vì chúng phát ra một sự hòa hợp tiếng từ một cặp (nốt nhạc).

2. Phân tích lời mở đầu cho *Sectio canonis*

Thật ra, lời mở đầu này là thiết lập nên một chuỗi 5 lý luận cho rằng:

(a) chúng đòi hỏi phải có sự va chạm và chuyển động trước đó nếu muốn nghe thấy bất kỳ một tiếng gì [1] - [3];

(b) độ cao tương đối của một nốt nhạc trực tiếp biến đổi khi tính nhồi hoặc độ nén tương đối chặt của các chuyển động tạo nên [4];

(c) các nốt nhạc được tạo thành từ nhiều thành phần [5];

(d) hai nốt nhạc có thể đi theo tỷ lệ số bội, siêu đặc biệt hoặc siêu partient [6] - [7], và

(e) các nốt nhạc hòa âm được lập luận một cách hợp lý là chúng thuộc về các tỷ lệ số nguyên đó dựa trên một đơn thuật ngữ [8] - [10],

Tôi cho rằng các điều trên đã đủ để làm nổi bật sự thật là lời giới thiệu của *Sectio canonis* khác thường. Thật vậy, tính chất kỳ quặc của các lời lẽ trong các lập luận này, ý nghĩa của chúng và cách làm cho chúng phù hợp với nhau là những vấn đề thật sự gây bối rối. Và, không có cách nào giải quyết được ngoại trừ phải nghiên cứu cẩn thận về những điều đã viết ra trên thực tế.

2.1 Lập luận thứ nhất

[1] Nếu có khoảng nghỉ và ngưng trong chuyển động thì sẽ có khoảng lắng.

[2] Tuy nhiên, nếu có được khoảng lắng và không vật gì chuyển động thì không ai nghe thấy gì cả. [3] Do đó, nếu tai

sắp nghe thấy vật gì thì trước đó phải xảy ra va chạm và chuyển động.

Mặc dù cấu trúc câu rõ ràng, cũng không dễ nhìn thấy được lý luận này nói về điều gì. Tuy vậy, khi chúng ta đọc tiếp, tôi nghĩ, có 3 giải pháp cần được xem xét để quyết định xem cái gì chuyển động và cái gì bị va chạm. Sự chuyển động có thể là:

(a) cái gì đó va chạm vào một vật thể phát âm, ví dụ: bàn tay gảy vào một dây đàn lia; hoặc

(b) một vật thể phát âm chạm vào bầu không khí xung quanh, ví dụ: dây đàn lia chạm vào không khí khi nó chuyển động qua lại sau khi bị gảy; hoặc

(c) vùng không khí đã được đặt vào một trạng thái động bởi vật thể phát âm và nó đập vào tai nghe.

2.2 Lý luận thứ hai

[4] Kết quả là, vì tất cả các nốt nhạc chỉ xuất hiện khi có một va chạm nào đó, và vì không thể xảy ra va chạm nếu không có một chuyển động trước đó – một số chuyển động xảy ra gần kề nhau nhưng một số khác lại cách xa nhau hơn một chút; và các nốt nhạc ở gần nhau hơn phát ra âm cao hơn (nói về độ cao); còn những nốt nhạc ở xa nhau hơn một chút thì có âm thấp hơn (nói về độ cao) – các nốt nhạc trước cần phải cao hơn (nói về độ cao) bởi vì chúng được tạo ra từ những chuyển động gần nhau hơn và vì vậy có số lượng nhiều hơn và các nốt nhạc sau thấp hơn (nói về độ cao) bởi vì chúng được tạo ra từ các chuyển động xa nhau hơn và vì thế có số lượng ít hơn; để cho các nốt nhạc cao hơn (nói về độ cao) mức cần thiết đạt đến được mức của nó khi bị giảm thấp vì giảm chuyển động, và các nốt nhạc thấp hơn (nói về độ cao) mức cần thiết đạt đến được mức của nó khi được tăng cao nhờ tăng chuyển động.

Ở đây, rõ ràng là không chỉ việc va đập hoặc tác động và chuyển động phải xảy ra trước nốt nhạc mà chuyển động này còn phải xảy ra trước việc va đập. Nói tóm lại, nếu phải có nốt nhạc thì trước tiên phải có sự chuyển động gây nên tác động để cho tác động này sinh ra nốt nhạc. Bây giờ, câu chuyện trở nên phức tạp hơn, căn cứ vào *φθόγγοι* (mà tôi đã diễn tả bằng “những nốt nhạc”)⁽⁵⁾ không chỉ được phát ra bằng những chuyển động mà là một phần trong những chuyển động đó. Trong bất kỳ trường hợp nào, nếu *φθόγγοι* phải là một phần của những chuyển động, có vẻ như không có khả năng Euclid muốn xác nhận rằng các chuyển động có vấn đề là (a) những chuyển động của một vật gì đó va đập vào một thân phát tiếng, như chuyển động của bàn tay trong lúc gảy dây đàn lia, hoặc (b) những chuyển động của thân phát tiếng, ví dụ những chuyển động qua lại của sợi dây phát tiếng. Vì vậy, nhờ cách loại ra, có vẻ như lý luận đầu tiên liên quan đến sự chuyển động của không khí khi không khí đập vào tai nghe. Tuy nhiên, việc này vẫn còn là một vấn đề: nếu những chuyển động *tạo thành* *φθόγγοι* hoặc các nốt nhạc thì thật khó nhận thấy làm sao mà những chuyển động đó *xảy ra trước* *φθόγγοι* hoặc các nốt nhạc.

Tuy nhiên, vấn đề này không phải là không thể giải quyết được. Theo giả thuyết đầu tiên của chúng ta, chúng ta hãy thừa nhận rằng Euclid phân biệt giữa tiếng nhạc đã

⁽⁵⁾ Danh từ *φθόγγος* có nhiều nghĩa được xác nhận khác nhau gồm một âm thanh trong, rõ ràng bất kỳ, đặc biệt là âm thanh của nguyên âm, mà chủ yếu là âm thanh của giọng (nam) và sau đó được mở rộng ra bao hàm tiếng, cũng như là lời nói, tiếng nhạc và âm thanh nói chung, được phát ra từ phổi của bất kỳ động vật nào. Khuynh hướng của các học giả đã nghiên cứu *Sectio canonis* là cho rằng ở đây nó có nghĩa là “một âm thanh nói chung” và lời mở đầu gợi nhớ đến khoa vật lý về âm học cổ điển. Tôi phân bác điều này vì 2 lý do. Lý do thứ nhất, tôi không nhìn thấy được vấn đề [cf. Bowen 1982] trong việc đề cao loại nhận xét đã được đưa ra trong các đoạn khoa học hóa âm như *Sectio* (hoặc ví dụ trong các đoạn khác nỗ lực giải thích sự việc nghe thấy trên phương diện lý thuyết triết học về sự thay đổi và chuyển động nào đó).

nghe (tiếng nhạc giác quan) và tiếng nhạc được tạo nên từ những chuyển động (tiếng nhạc khách quan) và vì vậy chúng ta hãy đặt giả thuyết rằng lập luận trong các câu [1] [3] trong lời nói đầu là nói về tiếng nhạc khách quan. Nói cách khác, chúng ta hãy lấy lập luận đầu tiên để tập trung các điều kiện cần thiết đối với việc phát ra tiếng nhạc đã nghe.

Giả thuyết này thật hợp lý. Theo quan điểm của tôi [cf. Bowen 1982], việc biến đổi những gì nghe thấy thành những điều kiện khách quan, định lượng được như thế là nền tảng cho kết quả của những minh họa và quan sát trong đoạn trích từ Archytas của Tarentum (là người đã sống trong niên đại cuối thế kỷ thứ V và đầu thế kỷ thứ IV); và, thật vậy, đoạn trích này có những điểm tương đương thú vị với lời nói đầu của Euclid.⁽⁶⁾ Thuyết phục hơn nữa là việc khái niệm về tiếng nhạc giác quan cần thiết để phân biệt những hòa âm và những âm nghịch trong câu [9] (chú ý rằng *γινώσκωμεν*) với cấu trúc động tính từ hiện tại) và câu [10] nhìn chung phát ra trong mối quan hệ giữa tiếng nhạc giác quan và tiếng nhạc khách quan [xem đoạn 2.5 ở dưới].

Cho đến bây giờ, có vẻ như sự chuyển động đã đề cập trong câu [1] – [3] và trong 2 tiền đề đầu của câu [4] phát sinh giữa vật thể hữu thanh và lỗ tai, và sự chuyển động này phát ra nốt nhạc mà chúng ta nghe thấy nhờ sự va đập vào tai. Lập luận thứ hai tiếp tục bằng cách dùng cảm thán từ, trong đó rõ ràng là sự chuyển động chịu trách nhiệm phát ra cái mà chúng ta nghe thấy như một tiếng nhạc đơn lẻ thật ra là một chuỗi chuyển động liên tiếp và riêng biệt; và độ cao tương đối của 2 nốt nhạc được nghe thấy thay đổi trực tiếp

⁽⁶⁾ Với một chút hiểu kỳ, Jan [1895, 132, 135, 146] viện dẫn cùng một đoạn trích này để cho rằng lời mở đầu của Euclid liên quan đến những chuyển động của một vật thể hữu thanh va đập vào không khí. Tuy nhiên, Jan không chú ý đến lời tuyên bố rằng *φασίγουσι* bao gồm những chuyển động.

khi các chuyển động trong từng chuỗi nối đuôi nhau với khoảng cách rất gần, nghĩa là, như độ chặt tương đối ($\mu\kappa\nu\omicron\tau\eta\varsigma$) của một chuỗi. Kế tiếp và là điều quan trọng nhất, là kết luận nói rằng cái mà chúng ta nghe thấy như là một nốt nhạc đơn lẻ thật ra là một chuỗi các chuyển động phát ra nốt nhạc đó.⁽⁷⁾ Đây là sức ép của lập luận “bởi vì chúng (*scil.* các tiếng nhạc được nghe thấy) được tạo thành từ ($\sigma\upsilon\gamma\kappa\epsilon\iota\nu\tau\alpha\iota$ $\acute{\epsilon}\kappa$) mang tính sở hữu các chuyển động...”.

Nhiều điểm của lý luận này trong câu [4] đáng được khen. Trước tiên, điểm nói về tiếng nhạc giác quan liên quan nhiều nhất đến Euclid đó là độ cao của tiếng nhạc. Tính cách ly của đặc điểm này là quan trọng. Dù Euclid có nhắc đến khái niệm về việc kết hợp các nốt nhạc hòa âm về sau trong câu [9] thì rõ ràng là ông dự định kết hợp các độ cao. Nói tóm lại, luận thuyết này không xét đến các điểm khác của tiếng nhạc giác quan mà người ta có thể quyết định xem như là phần bổ sung cho tính âm nhạc (ví dụ, âm lượng, nhịp và âm sắc).

Ngoài ra, theo giả thiết của chúng tôi về cách Euclid phân biệt giữa tiếng nhạc giác quan và tiếng nhạc khách quan, có vẻ như là ông ta không chỉ tập trung vào nhiều đặc tính nổi bật của tiếng nhạc giác quan và độ cao mà ông còn xem sự việc này không hơn một chuỗi các chuyển động va đập vào tai nghe. Điều này phải công nhận là rất đặc biệt, nhưng vẫn dễ hiểu. Vì tôi sẽ giải thích đầy đủ hơn khi chúng ta đi đến vấn đề liên quan giữa các quãng nhạc và tỷ lệ số [xem phần 2.4 dưới đây], những gì chúng ta đề cập đến ở đây là bước khởi đầu trong việc phân tích âm nhạc được nghe thấy theo chiều hướng giảm dần xuống thành con số tương ứng.

⁽⁷⁾ Để thảo luận về cách xử lý của Boethius trong bản dịch của *Sectio canonis* của ông ta [Friedlein 1867, 301.12 – 308.15], về việc chuyển đổi tiếng nhạc có thể nhận biết được bằng giác quan thành một chuỗi các chuyển động va đập vào tai nghe, xem Bowen và Bowen 1991, phần 4.

Kế tiếp, có vẻ như đối với Euclid, độ cao là một hiện tượng tương đối – ông không gợi ý rằng độ cao của một nốt nhạc phải được hiểu một cách tuyệt đối và, tôi xin xác nhận điều này, điều cần thiết để hiểu đoạn này là độ cao cũng không được phân tích như là một sự tuyệt đối. Dĩ nhiên, điều này phù hợp với sự không có bằng chứng từ các nguồn khác cho rằng người Hy Lạp cổ xưa nhận thức được chuẩn mực tuyệt đối của độ cao hoặc họ có một dụng cụ đo giờ để xác nhận được chuẩn mực này. Có lẽ việc thích xác định tỷ lệ giữa các khối lượng cùng loại được thể hiện rõ nét trong các tài liệu về khoa học và triết học của người Hy Lạp giải thích được điều này [cf. Euclid *Elem.* v defs. 3 và 4]. Trong bất kỳ trường hợp nào, điều này cũng lập tức tuân theo việc cho rằng tính chất về số lượng hoặc độ chặt của các chuyển động không tương đồng với tần số. Nói cách khác, Euclid không đặt giả thiết với thuyết rung ở đây về cách thức truyền âm thanh. Bởi vì, dù nhiều chuỗi chuyển động khác nhau xảy ra cùng một lúc và được phân biệt nhờ quãng cách thời gian giữa các yếu tố trong từng chuỗi thì cũng không thể định lượng các chuỗi được trong mối quan hệ về một đơn vị thời gian nào đó. Do đó, sự liên kết của các chuyển động không giống nhau vì một số các chuyển động liên kết theo giây, ví dụ như Tannery [1912, 217] và Barker [1981, 8], sẽ có vẻ như giả thiết.

Nếu sự liên kết hoặc nén chặt từng nốt nhạc chỉ tương đối và không đo được về mặt thời gian thì làm sao định lượng nốt nhạc được? Trong lời nói đầu cho *Sectio*, rõ ràng là độ cao hơn được ấn định một con số lớn hơn trong tỷ lệ nốt nhạc bởi vì nốt nhạc có độ cao hơn được cấu thành từ nhiều chuyển động hơn. Để định lượng việc này, tất cả những gì mà người ta cần biết là độ cao thay đổi ngược lại với chiều dài của dây hoặc ống hữu thanh. Tuy nhiên, giả thiết này được mô tả nổi bật trong 2 luận chứng cuối cùng của *Sectio*

canonis [xem ví dụ Menge 1916, 178.14-18]. Vì vậy, đối với Euclid, có vẻ như nếu tính liên kết của các chuyển động tạo nên một nốt nhạc ở một độ cao nào đó thay đổi ngược lại với chiều dài của dây hoặc ống hữu thanh phát ra nốt nhạc đó thì để định lượng sự tương quan giữa 2 nốt nhạc *như là* một độ cao người ta phải đo chiều dài tương đối của các dây hoặc ống phát ra các nốt nhạc đó.

2.3 Lập luận thứ ba

"[5] Do đó, chúng ta nên nói rằng các nốt nhạc bao gồm nhiều bè, bởi vì chúng đạt đến mức cần thiết (*τοῦ δεόντος*) nhờ việc cộng thêm và trừ đi".

Chúng ta lại loại bỏ việc giảm bớt tiếng nhạc giác quan đối với tiếng nhạc khách quan, nghĩa là, nốt nhạc được nghe thấy *như là* một độ cao thành một chuỗi các chuyển động đập vào tai nghe. Và như phần trước, vì độ cao *tương đối* được xem là chất lượng chủ yếu hoặc xác định của tiếng nhạc giác quan, tính liên kết hoặc độ nén chặt *tương đối* là đặc tính chính của tiếng nhạc khách quan. Cái được cộng thêm là việc xác nhận rằng từng nốt nhạc được hiểu theo cách này gồm nhiều phần bởi vì nó được cấu thành từ các chuyển động mà các chuyển động khác có thể được cộng thêm vào hoặc trừ bớt đi. Cách phân tích nguyên nhân hợp lý nào có thể tồn tại cho sự việc này?

Hãy xem xét tác động của dây hữu thanh vào đàn lia. Theo Archytas [cf. Bowen 1982], một sợi dây đàn va đập vào không khí với từng chuyển động qua lại và khiến cho bầu không khí xung quanh chuyển động giống như một vật bắn ra va đập vào tai nghe làm cho người ta nghe được một tiếng động đơn lẻ ở một độ cao mà độ cao này thay đổi ngược lại với chiều dài hiệu lực của sợi dây đàn đó. Dĩ nhiên sẽ dễ tạo nên sự việc này (theo cách mà Archytas đã không sử dụng) bằng cách cho rằng độ cao của âm thanh đã nghe thấy được

xác định một cách ước chừng nhờ tỷ lệ chuyển động qua lại của sợi dây đàn và tùy thuộc ngược lại với chiều dài hiệu lực của sợi dây đàn.⁽⁸⁾ Vì các chuyển động qua lại của sợi dây đàn có vẻ như liên tục và riêng biệt, một loạt các vật bắn ra mang không khí chuyển động từ sợi dây đàn đến tai nghe cũng liên tục và riêng biệt một cách gần như hợp lý và tính chất về số lượng độ nén chặt tương đối của loạt vật bắn ra này tùy thuộc trực tiếp vào tỷ lệ các chuyển động của sợi dây đàn. Ngoài ra, nếu cho rằng độ cao của nốt nhạc được nghe thấy thay đổi trực tiếp theo tỷ lệ chuyển động qua lại của sợi dây đàn thì người ta có thể điều chỉnh độ cao bằng cách tăng hoặc giảm tỷ lệ chuyển động của sợi dây đàn. Và dĩ nhiên, người ta sẽ thực hiện điều này bằng giảm hoặc tăng chiều dài hiệu lực của chính sợi dây đàn đó. Do đó, nhờ việc nhận dạng độ cao đã nghe thấy bằng một loạt các vật bắn ra mang không khí đập vào tai nghe, người ta thu được kết quả là từng nốt nhạc chứa các thành phần riêng biệt và liên tục thay đổi theo việc gia tăng hoặc giảm bớt chiều dài hiệu lực của sợi dây đàn.

Sự giải thích như vậy về ẩn ý của câu [5] được nhìn nhận là mang tính cách phỏng đoán. Ưu điểm chính của cách giải thích này là nó theo sát và phù hợp với những điều đã được thực sự viết ra trong lời mở đầu cho *Sectio*, và nó cho phép việc chuyển đổi một cách dễ hiểu từ câu [4] sang câu [6]. Trong bất kỳ một trường hợp nào, điều quan trọng là hiểu được rằng, nếu tính chất về số lượng hoặc độ nén chặt tương đối của chuỗi các chuyển động tạo nên 2 nốt nhạc được hiểu và định lượng theo cách này thì không cần

⁽⁸⁾ Cf. Các phân tích do Adrastus đưa ra trong Theon (Hiller 1878, 50.11-21), Nicomachus [tháng 01/1895, 243.17-244.1; 254.5-22] và phiên bản của Porphyry về tài liệu báo cáo của Heracleides nói về những nhận xét của Xenocrates về Pythagoras [Đring 1932, 30.9-31.21].

phải lo lắng thêm về phạm vi tác động tương đối của các chuyển động thành phần trong các cặp của chuỗi va đập vào tai nghe. Cứ cho là như vậy, người ta có thể chọn việc triển khai một số lời giải thích này vì những lý do độc lập nhau; nhưng vẫn duy trì một sự thật là chính tác phẩm của Euclid viết về các chuỗi chuyển động liên tiếp tạo nên các nốt nhạc được nghe thấy không bảo đảm cho giả thiết là *Sectio* đòi hỏi bất kỳ một quan điểm nào về cách thức các cặp trong chuỗi chuyển động tác động đến tai nghe trong mối tương quan với nhau.

2.4 Lập luận thứ tư

"[6] Nhưng tất cả các sự vật bao gồm nhiều thành phần được mô tả là có mối quan hệ với nhau nhờ một tỷ lệ số (nguyên) ($\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\varsigma$), để cho các nốt nhạc cũng được mô tả là có mối quan hệ với nhau nhờ (έν) một tỷ lệ của số (nguyên)".

"[7] Nhưng, một số con số được biết là có mối quan hệ theo tỷ lệ số nhân/ phức tạp, một số khác thì theo tỷ lệ siêu đặc biệt và một số khác nữa thì theo tỷ lệ siêu partient, vì vậy các nốt nhạc cũng được biết là nằm trong các loại tỷ lệ này trong mối tương quan với nhau".

Từ kết luận cho rằng các nốt nhạc được cấu thành từ nhiều thành phần, giờ đây Euclid tranh luận rằng các nốt nhạc này phải kết nối với nhau trong các tỷ lệ số nguyên. Tannery [1912, 215-216; cf. Fowler 1987, 146] phản đối lập luận này với lý luận rằng bất kỳ 2 vật thể nào được tạo thành từ nhiều thành phần cũng cần phải thể hiện một tỷ lệ bằng số đơn giản là điều không thật và ông ta kết luận rằng một nhà hình học như Euclid khó lòng mà viết nên điều này. Bây giờ, dù chúng ta có hy vọng rằng Euclid đã viết rằng "các sự vật được tạo thành từ các thành phần riêng biệt" (ví dụ, "các trạng thái số nhiều") hay không thì nó vẫn là một vấn đề thú vị. Trong bất kỳ trường hợp nào, nếu tôi hiểu đúng ý

nghĩa của các câu trước thì đây thật sự là những gì mà cụm từ $\pi\acute{\alpha}\nu\tau\alpha\ \delta\epsilon\ \tau\acute{o}\ \epsilon\kappa\ \mu\omicron\pi\iota\omega\nu$ muốn ám chỉ; và vì vậy sẽ không có nỗi khó khăn thật sự nào. Thật vậy, tôi nghĩ rằng Tannery đã sai khi trùu tượng hóa câu này từ ngữ cảnh của nó và phê phán nó như thể nó là một vấn đề về vũ trụ. Về những giả thiết có thể là của Tannery cho rằng một tác giả thời cổ mà viết về một lĩnh vực khoa học thì người này sẽ cần phải viết về các chủ đề tương tự trong một lĩnh vực khác với cùng một mức độ chính xác, tôi đã cho thấy rằng điều này không xác thực về Ptolemy. Ngoài ra, chúng ta nên nhớ lại rằng mức độ nổi kết trong cấu trúc suy diễn trong *Elements* của Euclid đa phần là kết quả của việc tập trung vào các vấn đề về tính vô ước, các vấn đề đòi hỏi những định nghĩa chính xác về cách giải quyết [xem Neugebauer 1941, 25-26]; và chúng ta nên nhận ra rằng sự nguy hiểm khác nhau trong cơ cấu giải thích các ngành khoa học khác cũng có thể tùy thuộc vào bản chất của các vấn đề của chúng. Theo quan điểm của tôi, căn cứ vào việc *Sectio* biểu lộ về hình thức một ngành khoa học liên quan các mối tương quan giữa các độ cao của nốt nhạc và được giới hạn tại vùng gồm các độ âm lượng có thể so sánh được, phản đối của Tannery về câu này trong lời mở đầu mang tính bất bẽ nhiều hơn là tính chất thực sự: chắc chắn là không có lý do gì để phủ nhận quyền tác giả của Euclid đối với *Sectio canonis*.

Việc cho rằng ngành khoa học hòa âm học được trình bày trong *Sectio canonis* thật ra bị hạn chế ở các tỷ lệ về số nguyên trực tiếp tuân theo 2 lý do đã được đề cập. Lý do đầu tiên là độ cao được hiểu một cách tương đối, các độ cao âm nhạc chỉ được nhận thức trong mối tương quan lẫn nhau. Lý do thứ hai là trong *Sectio*, người ta phải định lượng độ cao một cách rõ ràng bằng cách đo chiều dài dây đàn theo một đơn vị thông dụng [cf. Dems. 19-20: Menge 1916, 178.11-180.31]: việc đo lường bằng đơn vị thông dụng này là một quá

trình thực hiện theo kinh nghiệm và khéo lòng tránh khỏi việc đưa ra một tỷ lệ gồm các số nguyên [cf. Bowen 1982, 96].⁽⁹⁾

Nói về các tỷ lệ số nhân/ phức tạp, siêu đặc biệt và siêu partient, không cần phải xét đến vấn đề văn phạm hoặc ý nghĩa để chia ba một cách toàn diện. Tuy nhiên, nếu có đề nghị thực hiện điều này thì người ta sẽ tuân theo việc xem 3 loại tỷ lệ số nguyên này là nền tảng hoặc cơ bản, do đó, các tỷ lệ số nhân/ phức tạp siêu đặc biệt và số nhân/ phức tạp siêu partient thấy rõ nhất trong 2 luận chứng cuối cùng đều không nguyên gốc.⁽¹⁰⁾ Về phần tôi, tôi thích đặt giả thiết rằng khi nhắc đến 3 loại tỷ lệ số nguyên, Euclid có và bỏ qua các tỷ lệ khác bởi vì chúng không liên quan với mục đích của lời mở đầu này [xem phần 2.5 ở dưới].

Giờ đây, nếu độ cao của một nốt nhạc và độ nén của chuỗi chuyển động va đập vào tai nghe đều tương đối thì do đó mà hiện tượng nhạc nền theo *Sectio canonis* là một quãng giữa hoặc sự phân cách (διαστημα) được xác định bởi 2 độ cao riêng biệt.⁽¹¹⁾ Ngoài ra, theo giả thiết của sự biến đổi hiện tượng bằng cách

⁽⁹⁾ Nếu điều này đúng, chúng ta có được một giải trình cho sự việc là khi các nhà lý luận Hy Lạp dựa trên các tỷ lệ để phân tích các mối tương quan về âm nhạc, họ đã hạn chế quan tâm của mình ở những tỷ lệ số nguyên. Nói theo một nghĩa thì sự hạn chế này mang tính độc đoán dù rằng rõ ràng là không phải tất cả những người xưa đều hiểu được điều này và thậm chí có thể họ đã xem điều này như là một vấn đề về quy ước. Ví dụ, Adrastus [Hille 1878, 50.14-16] đề cập đến các tỷ lệ về độ âm lượng không thể đo được và chuyển chúng sang thành tiếng ồn hoặc các âm thanh không phải là âm nhạc. Như tôi cho rằng đây là một tính chất triệu chứng về đặc tính toàn diện logic hơi có vẻ hợp lý của nhiều tác phẩm mang triết lý của Aristototele. Bởi vì, theo Adrastus, nếu người ta ấn định cho các nốt nhạc những tỷ lệ số nguyên bằng cách định lượng tốc độ nhờ một đơn vị đo lường nào đó như là một cách đo lường thông dụng thì người ta có thể ấn định các tỷ lệ tốc độ không đo được (giả thiết) cho tiếng ồn bằng các tốc độ định lượng nhờ việc sử dụng các kỹ thuật hình học chứ không phải là một cách đo lường thông dụng. Tuy nhiên, hãy xem Barker 1984-1989, ii 214n16.

⁽¹⁰⁾ Nếu m , n và p đều là những số nguyên, trong đó $1 < n < m$ và $1 < p$, thì các tỷ lệ trong công thức $(mp + 1):m$ là tỷ lệ siêu đặc biệt và phức tạp và $(mp + n):m$ là tỷ lệ siêu partient phức tạp.

⁽¹¹⁾ Fowler [1987, 148] lặp lại lời xác nhận của Szabó [1978, 99-144; cf. Barker 1981, 13] là trong các đoạn viết như *Sectio διαστημα* biểu thị một "khoảng cách ở giữa" hoặc "quãng giữa" theo một nghĩa rất chung chung. [cf. Bowen 1984, 337-341], một lời xác nhận mà có lẽ đó là một lý do tại sao ông ta không nhìn thấy rằng trong *Sectio* (các tỷ lệ) λόγος số nguyên là những gì mà διαστημα thật sự là [cf. Bowen và Bowen 1991, phần 4].

loại trừ thành tiếng nhạc khách quan, người ta cũng đi theo quan điểm cho rằng từng quãng giữa hoặc từng việc phân cách phải được nhận dạng như là một tỷ lệ số nguyên. Thật vậy, ở đây chúng ta có cái mà tôi đã gọi là việc phân tích âm nhạc thu nhỏ bằng cách loại trừ *như là* một hệ thống độ cao (các quãng giữa) tương đối so với con số (các tỷ lệ) tương đối.

Vì vậy, thật là một sai lầm khi cho rằng bài nói của Euclid về việc thêm vào và trừ đi các chuyển động trong câu [4] có nghĩa các nốt nhạc là những con số và các quãng giữa trong âm nhạc được xác định bằng các cặp độ cao là những chênh lệch về số. Do đó, tôi nghĩ rằng Düring [1934, 177] đã

Trong bất kỳ trường hợp nào, lời nhận xét của Szabó dựa trên một môn ngữ văn yếu kém. Như tôi đã lý luận ở một phần khác [Bowen 1984, 340-341: cf. 1982, 95 và nn81-83], ý nghĩa cội rễ của διακρίσις là "việc phân cách". Dĩ nhiên, vấn đề thử thách là mô tả đặc điểm của sự phân cách này và cách khác là xem nó như một đường kẻ giữa các độ cao. Tuy nhiên, có những đường kẻ khác và theo trực giác không có đường nào chính xác hơn. Thật ra, Porphyry [Düring 1932, 90.24-95.23] đề nghị rằng tất cả các trường dạy ngành khoa học hòa âm đều bắt đầu từ giả thiết là quãng giữa là khoảng cách của các độ cao, nhưng khác nhau ở chỗ cách nhận thức sự phân cách này. Đặc biệt, ông ta báo cáo rằng một số người cho là các quãng giữa âm nhạc giống như những sự khác biệt (διαφοραί, ὑπεροχαί), trong khi những người khác lại nói rằng chúng là các tỷ lệ số nguyên và còn có những người khác nữa cho rằng chúng là những trường độ cao liên tục xác định τόποι (vùng). Chúng ta hãy xem xét thêm điều này.

Độ cao là một độ âm lượng được xác nhận không ít thì nhiều. Sự khác biệt giữa 2 độ cao có thể ví như là việc phân cách các điểm cuối của 2 đoạn thẳng trùng nhau và có chung một gốc. Giờ đây, có 3 cách để mô tả việc phân cách này và mỗi cách được một trường dạy khoa học hòa âm nào đó chấp nhận. Một số trường xem việc phân cách như là một tỷ lệ số nguyên được xác định bởi các độ lớn của 2 đoạn thẳng: trong đó có những người theo học thuyết Pitago và những người theo học thuyết của Euclid. Những trường khác định nghĩa sự phân cách như là sự vượt quá về số lượng của đoạn thẳng lớn hơn so với đoạn thẳng nhỏ hơn. Aristoxenus, người xem các nhà lý luận loại này như là bậc tiền bối của mình, gọi họ là ἀρμονικοί; và muốn có một thuật ngữ hay hơn chúng ta có thể làm theo ông mặc dù tôi phải nói thêm rằng việc sử dụng thuật ngữ của ông có thể là thiên vị. Theo cách đó, Aristoxenus chống lại lý thuyết của Pitago bằng cách ông ta phủ nhận hiện trạng của lý thuyết đó, không cho nó là khoa học hòa âm và từ chối không gọi tên bất kỳ một ai theo học thuyết Pitago là ἀρμονικός hoặc không cho rằng bất kỳ một ai trong số họ là bậc tiền bối của ông [xem Barker 1978a]. Trong bất kỳ trường hợp nào, Euclid, những người theo học thuyết Pitago và ἀρμονικοί, tất cả đều xác định việc phân cách của 2 độ cao bằng cách tham khảo độ âm lượng của chúng; Euclid và nhóm người đầu tiên xem việc phân cách như là một tỷ lệ và nhóm người sau chót xem đó như là một sự chênh lệch hoặc vượt trội về con số.

sai khi duy trì lời phê phán của Theophrastus về những người theo học thuyết Pythagoras về việc xem các quãng giữa trong âm nhạc như là các con số [Düring 1932, 62.5 10: xem Barker 1977, 3 5 để biết thêm về đoạn viết và sự diễn giải], nghĩa là, đối với việc xáo trộn tỷ lệ của 2 con số với độ chênh lệch của chúng [cf. Thrasyllus trong Düring 1932, 91.14 92.8] thì nên được hiểu như đã được hướng dẫn ngược lại với truyền thống của những người theo học thuyết Pythagoras mà (Düring cho rằng) *Sectio canonis* đã thuật lại chi tiết.⁽¹²⁾ Bởi vì, điều này không chỉ hiểu sai *Sectio*, là một tài liệu có thể không theo học thuyết Pythagoras, mà theo tôi biết, không có bằng chứng rõ ràng nào là bất kỳ một người đầu tiên nào theo học thuyết Pythagoras lại dốt nát đến mức lầm lẫn các nốt nhạc được đánh giá một cách tương đối với các nốt nhạc được xác định một cách độc lập hoặc tuyệt đối. Theo cách nhìn nhận vấn đề của tôi, lời phê phán của Theophrastus không nhằm chống lại bất kỳ một người nào thật sự theo học thuyết Pythagoras: theo các nhận xét thoáng hoặc của Aristototele về chủ nghĩa của học thuyết Pythagoras và một ít đoạn nhận xét còn sót lại của Philolaus về lý thuyết âm nhạc, thay vào đó tôi sẽ nói rằng lời phê bình của Theophrastus là một sự tấn công vào một người rơm được sáng chế trên cơ sở của một đoạn chữ trong phép siêu hình học của Aristototele.

Tuy nhiên, vẫn còn một cách khác nhìn nhận việc phân cách các điểm cuối của 2 đoạn thẳng của chúng ta. Aristoxenus và những người theo học thuyết của ông định nghĩa quãng giữa là một trường độ giữa 2 độ cao và quy định rằng tính đồng nhất của quãng giữa phải được bảo tồn khi độ âm lượng của trường độ đó thay đổi trong vòng giới hạn mà tai nghe xác định được là những mức giới hạn của quãng giữa đó bằng cách tham dự vào chức năng mang tính giai điệu (*δύναμις*) của các độ cao. Vậy thì, để áp dụng điều này vào các đoạn thẳng của chúng ta, những người theo học thuyết của Aristototele nghĩ rằng việc phân cách các điểm cuối tạo một trường giữa các điểm cuối này và bảo vệ quan điểm cho rằng việc phân cách đó có thể duy trì tính đồng nhất khi trường này tăng hoặc giảm độ âm lượng giữa các giới hạn nào đó được xác định trên nền định tính.

⁽¹²⁾ Ruelle [1906, 319] giả định sai rằng di Fthma trong *demis*. 1-9 biểu thị một sự chênh lệch về số: cf. Bowen và Bowen 1991, phần 4.

2.5 Lý luận thứ năm

“[8] Trong đó (τούτων), [*scil.* nốt nhạc] các tỷ lệ số nhân/ phức tạp và siêu đặc biệt được mô tả là có quan hệ với nhau nhờ một đơn thuật ngữ (ἐνὶ ὀνόματι). [9] Thực tế, chúng ta nhận thấy một số nốt nhạc hợp âm nhưng các nốt khác lại không, và những hợp âm đó như thể là một hòa hợp từ một cặp (nốt nhạc) nhưng những nghịch âm thì không phải như vậy. [10] Vì những điều như vậy, thật thích hợp khi cho rằng các nốt nhạc hợp âm, dù là theo tỷ lệ số nhân/ phức tạp hoặc siêu đặc biệt, thuộc về những số (nguyên) đã được mô tả là có tương quan với nhau nhờ một đơn thuật ngữ, vì chúng phát ra một sự hòa hợp tiếng từ một cặp (nốt nhạc)”.

Ba câu trên thiết lập nên một lập luận mà thực ra đó là đỉnh điểm của lời mở đầu. Tuy nhiên, dù đa số người nhìn nhận điều này nhưng chỉ có ít người đồng ý về việc thật sự lập luận này là gì.

Tranh cãi bắt đầu xảy ra với câu [8]. Đại từ chỉ định trong “of these (trong các loại tỷ lệ này)” (τούτων) ám chỉ cái gì? Một số người [ví dụ, Burkert 1972, 383-384; Barker 1981, 2-3; Fowler 1987, 144] nghĩ rằng đại từ chỉ định đó là “các con số”, nghĩa là, các con số phức tạp/ bội số và siêu đặc biệt phải được định rõ nhờ một đơn thuật ngữ. Những người khác [ví dụ, Jan 1895, 117-118; Tannery 1912, 218-219] gợi ý rằng điều ám chỉ đó là “các tỷ lệ”. Thật ra, các quan điểm này đều tương đồng, bởi vì đó cùng là một sự việc nói về một tỷ lệ số nhân/ phức tạp và về một con số như thể là bội số của một số khác; nghĩa là, λόγι τοῦ ἀριθμοῦ cũng giống như ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους.⁽¹³⁾ Và vì vậy dù trên quan điểm nào thì vấn đề là

⁽¹³⁾ Tương đồng về mặt toán học, nghĩa là: có một sự khác biệt giữa 2 cách phát biểu gây nên những vấn đề về nhận thức và bản thể về hiện trạng của các mối tương quan so với *relata* của chúng. Khi người ta nói một con số nào đó là bội số của một con số khác, một *relatum* có thể

phải khám phá ra xem đơn thuật ngữ này là gì, bởi vì trong đoạn viết này không đưa ra một đơn thuật ngữ nào.

Jan [1895, 118] tham kiến Porphyry [Düring 1932, 98.3-6] và đề nghị xem các tỷ lệ số nhân/ phức tạp và siêu đặc biệt là *potiores* hoặc có năng lực lớn hơn ($\kappa\rho\epsilon\iota\tau\tau\epsilon\varsigma$), bởi vì các tỷ lệ này có mối tương quan đơn giản hơn các tỷ lệ siêu partient. Tuy nhiên, Barker [1981, 2-3]⁽¹⁴⁾ tranh luận rằng thật ra không có thuật ngữ chung cho các tỷ lệ này hoặc cho các mối tương quan về số. Thay vào đó, ông ta đề nghị cho rằng những điều mà Euclid ám chỉ là sự kiện về ngôn ngữ học mà người Hy Lạp đã biểu thị từng tỷ lệ số nhân/ phức tạp và siêu đặc biệt bằng một thuật ngữ nhưng lại sử dụng các nhóm chữ cho từng siêu partient. Luận điểm này có một ưu thế rõ ràng trong việc diễn giải lý do tại sao không có đơn thuật ngữ rõ ràng trong *Sectio canonis* – đây là một vấn đề đã khiến cho Jan [1895, 118-119] phải thừa nhận sự khiếm khuyết trong đoạn viết nhưng giống như phiên bản của Jan, lý luận mang tính kết luận không được thuyết phục lắm. Sau cùng, không có lý do thuyết phục nào để nối kết tính đơn giản của các tỷ lệ số nhân/ phức tạp và siêu đặc biệt và tính đồng nhất của sự hòa âm, hoặc nối kết vận dụng của ngôn ngữ học ($\nu\omicron\mu\omicron\varsigma$) vào việc đặt tên cho các tỷ lệ này và bản chất ($\phi\upsilon\sigma\iota\varsigma$) của hòa âm.

được xem như là chủ đề và một *relatum* khác được xem như là một phần của một thuộc tính phức tạp: ví dụ, p là bội số của q . Trong bài luận giải này, mối tương quan giữa p và q phải được xem như là một tài sản thuộc về một *relatum* và được xác định dưới dạng một *relatum* khác. Tuy nhiên, khi người ta nói rằng tỷ lệ, $p:q$, là một bội số, mối tương quan giữa p và q được mô tả trước tiên là một tỷ số, và rồi tỷ số này được định lượng bởi thuộc tính “bội số”. Do đó, mối tương quan này ít ra cũng được nhận thức tách biệt khỏi *relata* biểu thị ra nó.

Nói một cách hạn hẹp hơn, sự khác biệt giữa 2 cách phát biểu đó là việc xem âm nhạc như là một chuỗi nốt nhạc và như là một chuỗi quãng giữa có giai điệu.

⁽¹⁴⁾ Cf. Tannery 1912, 218-219; Ruelle 1906, 319; burkert 1972, 383-384; Fowler 1987, 146-147.

Tuy nhiên, chúng ta hãy xem kỹ hơn lý luận cuối cùng này. Về phần văn phạm, thật ra, điều ám chỉ của τούτων trong câu [8] không phải là các con số hoặc các tỷ lệ mà là các nốt nhạc (φθόγγοι) [cf. Ruelle 1906, 319; Mathiesen 1975, 254n12]. Vì vậy, mặc dù ngay thoát đầu đại từ chỉ định τούτων đã được thừa nhận là có khả năng ám chỉ các con số [cf. [7]; τῶν δὲ ἀριθμῶν] hoặc các tỷ lệ [cf. [7]: ἐν τοιούτοις λόγοις],⁽¹⁵⁾ chúng ta hãy cứ cho rằng người ta vớ lấy chủ ngữ của mệnh đề kết quả đứng ngay trước đó (ὥστε τοὺς φθόγγους... ἀλλήλους). Do đó, câu [8] có nghĩa là các nốt nhạc phức tạp và siêu đặc biệt (nghĩa là các độ cao trong âm nhạc như là những chuỗi chuyển động liên tiếp) tạo thành một loại tiếng nhạc đơn lẻ khi được chọn trong mối tương quan với nhau.

Cứ cho là như vậy, điều này đòi hỏi các nốt nhạc đó phải thuộc một loại tỷ lệ số nhân/ phức tạp và siêu đặc biệt. Tuy nhiên, giờ đây có khả năng là thuật ngữ sử dụng cho loại tỷ lệ này thuộc về âm nhạc và không cần thiết phải mang một thuộc tính nào đó phù hợp với các tỷ lệ số nguyên như vậy. Nói một cách khác, *analysantia*, là các tỷ lệ số nguyên nào đó, ban đầu có thể có một thuộc tính phù hợp với *analysanda*, là các nốt nhạc nào đó được nghe thấy.

Do đó, câu [8] đưa ra một vấn đề là đơn thuật ngữ sử dụng cho các nốt nhạc phức tạp/số nhân và siêu đặc biệt là gì? Vì không có thuật ngữ nào được đưa ra rõ ràng trong đoạn viết, có vẻ như có 2 cách để tìm ra câu trả lời. Cách thứ nhất là tìm ở một đoạn viết khác một thuật ngữ thỏa mãn được các yêu cầu của lý luận trong câu [9] và [10]. Ví dụ, đây là loại tiếp cận là Jan và Barker đã sử dụng. Cách thứ hai là xem xét dòng tư tưởng dẫn dắt từ câu [8] đến

⁽¹⁵⁾ Mathiesen [1975, 254n12] gạt bỏ ngay lập tức khả năng cho rằng Euclid nghĩ đến sự kiện về ngôn ngữ học, đó là người Hy Lạp sử dụng các đơn thuật ngữ để biểu thị các tỷ lệ số nhân/ phức tạp và siêu đặc biệt.

câu [9] và [10] để xem thuật ngữ đó có được mô tả ngầm trong lý luận hay không. (Dĩ nhiên, hoàn toàn có khả năng xảy ra sự việc đơn giản là thuật ngữ đó không thể phục hồi được, có một kẻ hở không thể nối liền được tại điểm này trong logic của lời mở đầu.⁽¹⁶⁾)

Khi xem xét việc chuyển tiếp từ câu [8] đến câu [9], chúng ta đừng quên rằng câu [8], như tôi đã phân tích, nói về âm nhạc khách quan. Rồi thì, giả sử là một nốt nhạc (*như là* chuỗi các chuyển động liên tiếp) “được xem là có mối tương quan với” một nốt nhạc thứ hai. Điều này có nghĩa là 2 nốt nhạc này biểu thị một tỷ lệ số nguyên. Khi người ta đề cập đến cùng 2 nốt nhạc này bằng giác quan, tỷ lệ số nguyên này trở thành thực tế cho việc phân cách hoặc quãng giữa (διαστημα) được nghe thấy giữa các nốt nhạc [cf. phần 2.4 ở trên]. Nói cách khác, bản đối chiếu về giác quan của lời xác nhận cho rằng các nốt nhạc phức tạp/số nhân và siêu đặc biệt (*như là* chuỗi các chuyển động liên tiếp) được mô tả trong mối tương quan với nhau nhờ một khóa nhạc đơn đó là các quãng giữa, do các nốt nhạc này xác định, được định rõ nhờ một đơn thể loại tỷ lệ phức tạp/ số nhân và siêu đặc biệt. Vì vậy, vấn đề về đơn thuật ngữ/ khóa nhạc đơn cũng đồng thời là vấn đề về thể loại quãng giữa hoặc loại nốt nhạc đã được nghe thấy.

Giờ đây, câu [9] trình bày cách phân biệt các nốt nhạc giác quan: những nốt nhạc được cảm nhận là hòa âm sẽ phối hợp âm thanh vào thành một, trong khi những nốt khác được cảm nhận là nghịch âm sẽ không thực hiện điều này. Tôi nhấn mạnh rằng cách phân biệt này không nhất thiết phải là một sự phân đôi: đi ngược lại với ý nghĩa thông thường

⁽¹⁶⁾ Tuy nhiên, kẻ hở trong logic đó không cần thiết phải bộc lộ khiếm khuyết trong đoạn viết khi có đoạn viết

của đoạn viết này, thật ra, đoạn viết bỏ ngo khả năng là (a) một số nốt nhạc có giai điệu không phải hòa âm mà cũng chẳng phải nghịch âm, (b) không phải mọi cặp nốt nhạc được cảm nhận là một sự phối hợp âm thanh lại thành một đều là một hòa âm, và (c) không phải mọi cặp nốt nhạc hoặc các nốt nhạc được nghe thấy *không* giống như một âm thanh hợp nhất đều là nghịch âm. (Lưu ý rằng những người nghĩ đến sự phân đôi sẽ sớm gặp khó khăn trong các đoạn khác của *Sectio* mà họ thường dùng để công kích sau này [cf. n18 ở dưới].) Ngoài ra, căn cứ vào việc Euclid phân biệt tiếng nhạc giác quan và khách quan, có vẻ như các cặp nốt nhạc phức tạp/số nhân và siêu đặc biệt (*như là* các chuỗi chuyển động liên tiếp) được đề cập trong câu [8] có thể là hòa âm hay nghịch âm, khóa nhạc đơn được biết là dùng để xác định các nốt nhạc này (được hiểu theo cách khách quan) có thể là “một hòa âm” hoặc “một nghịch âm”.⁽¹⁷⁾

Câu [10] tiếp tục như là kết luận của câu [8] và [9] – như cụm từ “vì những điều như vậy” đã cho thấy – được bổ sung bằng 2 cấu trúc phụ. Thật vậy, kết luận trong câu [10] là:

(p_1) vì (các cặp) nốt nhạc hòa âm có tính phức tạp hoặc siêu đặc biệt

(p_2) vì (các cặp) nốt nhạc hòa âm được nghe thấy như một sự phối hợp âm thanh lại thành một

(P) Thật phù hợp khi cho rằng (các cặp) nốt nhạc hòa âm có liên quan đến các tỷ lệ được định rõ bởi một khóa nhạc đơn/đơn thuật ngữ.

⁽¹⁷⁾ Mathiesen [1975, 254n12] xác nhận rằng thuật ngữ có vấn đề là “concordant (hòa âm)” và trích dẫn một đoạn tương tự từ Porphyry [Düring 1932, 98.3-6] mà Jan viện dẫn để chứng minh rằng đó là *κρεῖττον*.

Để triển khai điều này và lập luận cuối cùng như là một chỉnh thể, chúng ta cần phải xác định mối tương quan giữa câu [8] và câu [9], và các cấu trúc hỗ trợ trong câu [10] được miêu tả như là các tiền đề p_1 và p_2 . Rõ ràng là p_2 viết lại câu [9]. Vì vậy, p_1 có tạo lại công thức cho câu [8] không? Nếu chúng ta cho rằng p_1 có thì chúng ta sẽ nhận được kết quả là khóa nhạc/ thuật ngữ sử dụng cho các nốt nhạc phức tạp/số nhân và siêu đặc biệt (như là các chuỗi chuyển động liên tiếp) chính là “concordant (hòa âm)”. Thật không may, chúng ta cũng nhận được một phiên bản chưa có bằng chứng: cho rằng các nốt nhạc phức tạp và siêu đặc biệt (như là các chuỗi chuyển động liên tiếp) là các hòa âm (vì thế câu [8] không giống như vậy vì cho rằng các hòa âm là phức tạp hoặc siêu đặc biệt. Do đó, chúng ta nên thừa nhận cụm từ “vì những điều như vậy” có một ý nghĩa thật sự nào đó và xem câu [8] như là một tiền đề độc lập trong lý luận cuối cùng của *Sectio*. Cho nên, chúng ta hãy kết hợp câu [8] với p_1 thành:

(p_3) một cặp nốt nhạc bất kỳ (như là các chuỗi chuyển động liên tiếp) được xác định bởi một khóa nhạc đơn (đơn thuật ngữ), đó là “hòa âm”, nếu và chỉ nếu khi một nốt nhạc mang tính phức tạp hoặc siêu đặc biệt so với nốt nhạc kia.⁽¹⁸⁾

⁽¹⁸⁾ Có nhiều đặc điểm trong tiền đề này để nhận xét tại đây. Thứ nhất là p_3 bị giới hạn trong phạm vi tiếng nhạc giác quan: không có lý do gì để đặt giả thiết là Euclid ủng hộ trạng thái số nhiều vô hạn định của các hòa âm trong một phạm vi có nhiều tỷ lệ phức tạp/ số nhân và siêu đặc biệt. Để trình bày vấn đề và các vị trí khác nhau rõ ràng hơn đã được Adrastus phân tích (người được Theon trích dẫn nhiều trong Smyrna), hãy xem Hiller 1878, 64.1-65.9.

Kế tiếp, Aristoxenus và các nhà văn sau này xác nhận rằng quãng giữa của một quãng tám và một quãng bốn (8:3) là một hòa âm. Tuy nhiên, lời xác nhận này có cho thấy rằng p_3 là sai hay không? Barker [1981, 9-10] xác nhận rằng có, trong phạm vi của p_2 . Nói một cách khác, ông ta cho rằng lời xác nhận của Aristoxenus là hiển nhiên [Da Rios 1954, 25.17-26.1; 56.10-18], đó là việc thêm một quãng tám vào bất kỳ một hòa âm nào cũng sinh ra một quãng giữa sẽ được nghe thấy như một hòa âm là một sự tương thuật chính xác về

Tiếp theo, vai trò của p_2 trong câu [10] cũng có vấn đề. Nếu kết luận P đề cập đến âm thanh khách quan thì điều suy luận trong câu [10] gây nên điều rất bối rối, bởi vì p_2 liên quan đến âm thanh giác quan. Tuy nhiên, nếu P đề cập đến âm thanh giác quan thì p_2 lại cần thiết.

Vậy nên, tôi đề nghị viết lại lý luận cuối cùng trong các câu [8] – [10] (có những phần thừa) như sau:

(p_2) vì các cặp nốt nhạc hòa âm được nghe thấy như một sự phối hợp âm thanh đơn lẻ [cf. câu [9]].

những gì mà những người cùng thời với Aristoxenus đã thực sự nghe thấy; và Barker kết luận rằng *Sectio* bị buộc phải xác nhận điều này vì p_2 . Nhưng, tôi nghĩ rằng điều này thừa nhận và đòi hỏi quá nhiều. Trước hết là, không như Barker, tôi không nghĩ rằng p_2 đòi hỏi là mọi âm thanh được nghe thấy như một sự phối hợp đơn lẻ đều là hòa âm: vì vậy, thậm chí nếu Aristoxenus và những người đương thời của ông nghe thấy quãng giữa của quãng tám và quãng bốn như một sự phối hợp đơn lẻ thì, đối với Euclid, nó không phải tuân theo việc phải là một hòa âm. (Cứ cho rằng câu [9] không nói rõ việc phân đôi các quãng giữa thành các hòa âm và nghịch âm thì nó cũng không tuân theo việc phải là một hòa âm.) Ngoài ra, chính Aristoxenus đã đưa ra chứng cứ [Da Rios 1954, 29.5-30.9] về việc không tán thành những vấn đề về việc nghe thấy trong âm nhạc và khuynh hướng ca tụng loại âm nhạc mà những người khác không thích. Thật ra, nghi vấn của tôi về lời xác nhận của Aristoxenus liên quan đến quãng giữa có vấn đề là nó có thể là một kết luận được rút ra từ nguyên tắc (được trình bày khá trừu tượng), đó là bất kỳ một quãng tám nào được thêm vào một hòa âm đều làm phát sinh một hòa âm. Và, nếu điều nghi vấn này là đúng thì thật ra lời xác nhận về quãng giữa của một quãng tám và một quãng bốn có thể hoàn toàn là một sự khiêu khích. Trong bất kỳ trường hợp nào, vấn đề thật sự ở đây là việc sử dụng lời xác nhận của Aristoxenus và, nhìn tổng quát hơn, việc xác định mối tương quan giữa ngành khoa học hòa âm cổ điển và việc vận dụng âm nhạc. Hiện tại, việc giải quyết được vấn đề này là cực kỳ khó khăn: vì không những không có bằng chứng độc lập xác nhận rằng người Hy Lạp ở thời của Euclid đã nghe thấy quãng tám và quãng bốn như là một hòa âm mà rõ ràng ngành khoa học hòa âm mà Euclid trình bày không nhằm mục đích hòa hợp tất cả các khái niệm về âm nhạc [cf. phần 2.2 về độ cao].

Cuối cùng, có vẻ như theo p_2 thì quãng giữa của âm chủ (9.8) là một hòa âm mặc dù, như mọi người đều biết, Aristoxenus phân loại quãng giữa này là một hòa âm [cf., ví dụ, Da Rios 1954, 25.11-15, 55.12-56.5]. Các quan điểm của Aristoxenus về vấn đề này có phải là một cơ sở phù hợp để hiểu hoặc phê phán *Sectio* hay không thì vẫn là một vấn đề phát sinh ở đây. Trong bất kỳ trường hợp nào, Euclid không gọi quãng giữa này rõ ràng là một hòa âm mặc dù các dòng kết của dem. 12 [Menge 1916, 174.6-7] có thể gây nên vấn đề nếu chúng không được nội suy bởi vì chúng xác nhận rằng đó không phải là một hòa âm. Cf. ví dụ, Adrastus trong Hiller 1878, 50.16-21.

(p_j) căn cứ vào việc bất kỳ một cặp nốt nhạc nào (*như là* các chuỗi chuyển động liên tiếp) được xác định bởi một khóa nhạc đơn (đơn thuật ngữ), đó là “concordant (hòa âm)”, nếu và chỉ nếu khi một nốt nhạc mang tính phức tạp hoặc siêu đặc biệt so với nốt nhạc kia.

(P) Thật phù hợp khi cho rằng các cặp nốt nhạc hòa âm được nghe thấy như là một sự phối hợp âm thanh và mang tính phức tạp và siêu đặc biệt (*như là* các chuỗi chuyển động liên tiếp) có liên quan đến (*scil.* nghĩa là trên thực tế) các cặp số (phức tạp/ bội số và siêu đặc biệt) được xác định là có mối tương quan với nhau nhờ một đơn thuật ngữ/ khóa nhạc đơn.

Đọc giả sẽ chú ý thấy rằng tôi đã lập nên kết luận P đó bằng cách giải thích rõ ràng rằng (a) thoát đầu, chính các con số mà các nốt nhạc phức tạp và siêu đặc biệt có liên quan đến đều mang tính phức tạp và siêu đặc biệt; và (b) các cặp nốt nhạc có liên quan đến các cặp số nguyên theo ý nghĩa là các cặp số nguyên là thực tế mà trong đó người ta nhận dạng ra các cặp nốt nhạc thông qua việc phân tích bằng cách rút gọn.⁽¹⁹⁾ Tuy nhiên, điều này chưa đủ. Lập luận vẫn cần phải có một tiền đề bổ sung,

(p_j) đặc tính của các độ cao âm nhạc được xác định duy nhất bằng những mối tương quan giữa các nốt nhạc *như là* các chuỗi chuyển động liên tiếp xuất phát từ đặc tính của các mối tương quan về số mà đó là thực tế những gì nghe thấy được.

⁽¹⁹⁾ Cụm từ “belonging to (liên quan đến)” báo cho biết bước cuối cùng trong quá trình phân tích theo cách rút gọn trở nên rõ ràng hơn căn cứ vào ngôn ngữ của dem. 1: cf. Bowen và Bowen 1991, phần 1. Cũng xem thêm phần 3 ở dưới.

Mặc dù tiền đề này không có trong đoạn viết nhưng chắc chắn là nó (hoặc cái gì đó tương tự) cần thiết để tôi giải thích các câu [8] – [10]; vì vậy tôi giới thiệu ra đây như là giả thuyết thứ hai của tôi. p_4 là một bổ ngữ cho việc thu nhỏ bản thể theo cách loại trừ, cách này cần thiết (lại theo ý kiến của tôi) cho *Sectio canonis*. Thật vậy, p_4 cô lập một tập hợp con gồm những bổ ngữ được sử dụng vào âm nhạc theo tai nghe (gọi là *analysanda*) và xác nhận rằng các bổ ngữ này lưu lại được bởi vì trên hết tất cả chúng được sử dụng cho các mối tương quan về số (*analysantia*) mà các mối tương quan này tạo nên những gì là thực chất của mối tương quan âm nhạc có thể nhận thức được. Do đó, các câu [8] – [10] đưa ra lý luận rằng các nốt nhạc mà chúng ta nghe thấy như là một hòa âm, như các chuỗi chuyển động liên tiếp, mang tính phức tạp hoặc siêu đặc biệt và trong thực tế các tỷ lệ số nhân/ phức tạp và siêu đặc biệt được xác định bởi một đơn thuật ngữ cũng như vậy. Và, căn cứ vào những điều này, có vẻ như đơn giản nhất để kết luận rằng đơn thuật ngữ này cũng là “concordant (hòa âm)” và vì vậy, tôi nghe theo tất cả những ai đặt giả thiết rằng đơn thuật ngữ được đề cập trong câu [8] và [10] là giống nhau.

Vậy thì trong đoạn viết này, kết luận của lý luận cuối cùng trong các câu [8] – [10] là việc bào chữa cho luận điểm cho rằng các hòa âm có liên quan đến các con số phù hợp nhau. Kết quả này khá khác biệt với lời xác nhận thông thường đó là điểm trọng tâm của lời mở đầu là giải thích lý do tại sao các nốt nhạc mà chúng ta nghe thấy như là hòa âm lại mang tính phức tạp hoặc siêu đặc biệt [cf. ví dụ, Tannery 1912, 218-219; Ruelle 1906, 318; Barker 1981, 3], hoặc cho thấy rằng việc nghiên cứu các nốt nhạc “nên được so sánh với toán học” [Fowler 1987, 146]. Theo cách tôi hiểu thì lời mở đầu đã giải đáp được vấn đề Tại sao các nốt nhạc hòa âm lại hòa hợp? bằng cách đưa ra đề xuất là các nốt nhạc

hòa âm được nghe thấy như là hòa âm bởi vì thật ra chúng là các tỷ lệ số phù hợp với nhau.

Tuy nhiên, ngữ cảnh của vấn đề và lời giải đáp này là gì? Rõ ràng, không phải theo Viện sĩ viện Hàn Lâm [mà hãy xem Tannery 1912, 218] – ít ra không như người ta có thể ước đoán căn cứ trên vấn đề được đưa ra trong Plato, *Resp.* 531c1-4, khi Socrates hỏi các con số nào là số phù hợp (hòa âm) và các con số nào thì không phù hợp (nghịch âm) và tại sao như vậy đối với từng trường hợp. Tuy nhiên, khi không lấy một ý nào đó từ ngữ cảnh ra, gần như là khó đánh giá được tầm quan trọng của vấn đề hoặc tính phù hợp của câu giải đáp, ngoài việc xác định vai trò của lời mở đầu trong các định lý sau đó. Vì vậy, vì tôi đã hoãn vấn đề sang một dịp khác, bây giờ tôi xin trở về với vấn đề liên quan đến ngữ cảnh của *Sectio canonis*.

3. Tác phẩm *Sectio canonis* của Euclid và học thuyết Pythagoras

Trong khi tranh cãi về quyền tác giả của *Sectio canonis* vẫn đang nổ ra thì ngược lại, có một sự nhất trí là tác phẩm này nằm trong truyền thống trí tuệ mà chúng ta gọi là học thuyết Pythagoras [cf., ví dụ, Heath 1921, ii 444-445; Barbera 1984; Fowler 1987, 144]. Rõ ràng có tính tương đồng rộng rãi giữa lời mở đầu của học thuyết này và đoạn [cf. Bowen 1982] của một tác phẩm của Archytas về âm nhạc và, mặc dù người ta có thể nghi ngờ lời xác nhận của Jan [1895, 146] rằng nguồn gốc của phần lớn học thuyết này là của Archytas nhưng không ai phủ nhận rằng *Sectio* thuật lại một bằng chứng [cf. dem. 3: Menge 1916, 162.6-26] là trong tác phẩm *De institutione musica* [Friedlein 1867, 285.9 286.4] của Boethius (480-524 sau Công Nguyên), ông ta cho rằng *Sectio* là của Archytas. Ngoài ra, như Düring đã đề nghị [1934, 176-177], câu đầu tiên của lời mở đầu cho *Sectio* được so sánh một cách thuận lợi với những gì mà Heraclides Ponticus (cuối thế kỷ thứ 4

sau Công Nguyên) có thể gán cho Pythagoras trong vài dòng đầu tiên thuộc một đoạn nằm trong tác phẩm *Harmonica introductio* của ông [Düring 1932, 30.7-8] được Porphyry [232 sau Công Nguyên ca. 305] bảo tồn.

Nhưng, thật đáng tiếc, ngay khi mà việc tranh cãi về quyền tác giả của tác phẩm *Sectio canonis* có thể được coi là thiếu căn cứ thì sự nhất trí trên về đặc tính triết học của tác phẩm này cũng bị như vậy. Ví dụ, có những khác biệt lớn giữa cách phân tích âm nhạc trong học thuyết này và học thuyết mà chúng ta có thể cho là của Archytas và chúng ta thấy những khác biệt này được lặp lại trong các tác phẩm như *Smyrna* của Theon, *Gerasa* của Nicomachus (cả hai đều sống ở thế kỷ thứ 2 sau Công Nguyên) và Boethius, chẳng hạn. Điều đầu tiên, như tôi đã ghi chú, trong khi Euclid đề nghị điều chỉnh các nốt nhạc định lượng bằng tiền đề cho rằng từng độ cao phụ thuộc vào (mang) tính chất số nhiều tương đối của các chuỗi sự vật bắn ra liên tiếp, có mang theo không khí, va đập vào tai nghe và phát ra cái mà người ta nghe thấy như một âm thanh, Archytas [Bowen 1982] chủ trương cho rằng độ cao được xác định bởi một tốc độ/ lực tương đối của sự vật bắn ra mang theo không khí [cf. Archytas, đoạn 1.45-46]. Giờ đây, người ta tìm thấy quan điểm tương tự với quan điểm của Archytas (không ám chỉ lực) trong *Harm. Man.* của Nicomachus [Jan 1895, 242.20-243.10] và trong *Expositio* của Theon [Hiller 1878, 60.17-61.11]. Hơn nữa, trong *De inst. Mus.* của Boethius, có một bài tường thuật trong quyển 1 được rập khuôn theo lời mở đầu của *Sectio* [cf. Friedlein 1867, 189.15-191.4] được mô phỏng theo quan điểm của Archytas, và trong quyển 4 có một bản dịch của *Sectio* xuất phát từ một nguyên gốc theo quan điểm này [cf. Friedlein 1867, 301.17-18; Bowen và Bowen 1991, phần 4]. Tất cả những điều này mang ý nghĩa gì thì thật khó nói. Mặc dù Nicomachus là người theo học thuyết Pythagoras và Boethius đi theo ông

ta trong ngành khoa học hòa âm,⁽²⁰⁾ và mặc dù Adrastus (theo Theon [Hiller 1878, 50.4 21]) cho rằng lời xác nhận trong đoạn trích từ Archytas là của những người theo học thuyết Pythagoras nhưng người ta vẫn lưỡng lự khi cho rằng đó là của những người theo học thuyết Pythagoras, giá mà vì Adrastus [cf. Hiller 187, 61.11 17] cũng gắn cùng quan điểm này cho Endoxus, người mà theo tôi biết không được coi như là môn đệ của học thuyết Pythagoras tại bất kỳ thời điểm xa xưa nào, và vì Theon có vẻ như là một môn đệ của học thuyết Plato. Thật vậy, vấn đề này còn phức tạp hơn.

Hãy xem xét lời đề xuất của Fowler [1987, 145-146] để so sánh *Sectio* với Lyceum về chiều dài *Prob.* xix 39 và đoạn viết của Porphyry, *In harm.*, được cho là của Aristotle [Düring 1932, 75.14 27; cf. Barker 1984-1989, ii 98]. Giờ đây, trong đoạn viết của Porphyry, độ cao có tương quan với tốc độ của các chuyển động đập vào tai nghe, nhưng ngược lại, trong *Sectio*, độ cao được nhận dạng nhờ tính chất số nhiều tương đối của các chuyển động này [cf. Barker 1984-1989, ii 98, 107n40] như trong *Prob.* xix 39 [cf. Barker 1984-1989, i 200-301]. Vì vậy, có vẻ như luận điểm về tính độc lập của độ cao với tốc độ của chuyển động đập vào tai nghe có thể không đặc biệt đối với những người theo học thuyết Pythagoras. Trong bất kỳ trường hợp nào, Euclid và tác giả của *Prob.* xix 39 – người không còn được người ta nghĩ là Aristotle – là những người lạc lõng trong nhóm người này. Hơn nữa, điều này khó lòng đặt Euclid vào bối cảnh của vườn Lyceum giảng dạy về nền văn hóa cổ Hy Lạp. Không chỉ không có bằng chứng rõ ràng về nguồn gốc của tác phẩm biên dịch được biết đến như

⁽²⁰⁾ Đây là một kết luận dựa trên đặc tính chung của *De inst. Mus.*, nói về bản chất của các tài liệu tham chiếu của Boethius và cách xử lý của Pythagoras và những người theo học thuyết Pitago, và nói về cách xác nhận của Boethius theo ý kiến riêng của mình (thường bằng ngôi thứ nhất số nhiều) so với nhiều điều mà ông ta nhận định về những người theo học thuyết Pitago: cf. *De inst. mus.* i 9, ii 21 27, v 8.

là *Problemata* mà lời mở đầu cho *Sectio* chỉ đòi hỏi độ cao tương đối phải tùy thuộc vào (mang) tính chất số nhiều tương đối của các cặp chuỗi chuyển động liên tiếp, như luận điểm dễ hiểu và có thể định lượng mà tôi đã chỉ ra, và các cặp chuỗi chuyển động này không cần loại luận điểm được tìm thấy trong *Prob.* xix 39 nói về sự tác động của các cặp chuỗi chuyển động đập vào tai nghe.

Hơn nữa, theo Aristotle, những người theo học thuyết Pythagoras nghĩ rằng tất cả các sự vật đều là con số và không tách biệt về bản thể giữa hình thức với thực tế được tìm thấy trong tập sao lục của triết học Plato. Tuy nhiên, nếu những người theo học thuyết Pythagoras chủ trương cho rằng các con số và mối tương quan về số tạo nên thực tế của tất cả những gì tồn tại thì thật thú vị khi quan sát thấy rằng, đối với Euclid, mặc dù các nốt nhạc giác quan được hình thành từ các chuỗi chuyển động liên tiếp mà (do đó) chúng đứng vững với nhau theo các tỷ lệ số và mặc dù các chuỗi này được biết là có liên quan đến các con số thì người ta vẫn cho rằng chúng không được *hình thành* từ các con số. Nói một cách khác, Euclid có vẻ như xem rằng các con số là thực tế của tiếng nhạc nhưng – trong mức độ mà tôi có thể hiểu được ngôn ngữ của ông – ông không xem như chúng là một thực tế *tạo nên* những gì được nghe thấy. Thật vậy, Euclid bỏ ngỏ khả năng có một lời giải thích khác về mối tương quan giữa hình thức (là những gì mà chúng ta nghe thấy) và thực tế. Hơn nữa, trong đoạn viết của Archytas, độ cao của âm thanh được cho rằng chỉ thay đổi khi tốc độ/ lực của chuyển động phát ra tiếng tại độ cao đó; ông không tuyên bố rằng độ cao *được hình thành từ* sự chuyển động ở tốc độ/ lực này. Tương tự, trong các luận thuyết của Nicomachus, Theon và Boethius – tất cả các vị này đều đồng ý với Archytas về việc tạo mối tương quan giữa độ cao và tốc độ – không có việc biến đổi âm thanh được nghe thấy thành tốc độ của chuyển động. Do đó,

lại một lần nữa, Euclid đứng một mình: lời giải thích của ông không phù hợp với nguyên tắc chung của Aristotle về cách phân tích theo học thuyết Pythagoras cũng không phù hợp với những lời giải thích của những người theo học thuyết Pythagoras như Archytas và những người khác.

Giờ đây tôi công nhận rằng những khác biệt như vậy chỉ có thể là dấu hiệu của sự bất đồng giữa các trường phái đối nghịch nhau trong gia đình theo học thuyết Pythagoras. Tuy nhiên, khi không có bằng chứng độc lập xác nhận sự việc này, chúng ta không nên bỏ qua khả năng cho rằng *Sectio canonis* phân tích âm nhạc dựa trên một quan điểm và phục vụ cho những mục đích trái ngược với học thuyết Pythagoras. Điều này có nghĩa là chúng ta nên chống lại sự cám dỗ làm giảm thiểu các khác biệt này bằng cách gom luận thuyết này lại với các tác phẩm khác theo học thuyết Pythagoras một cách bất cần và thậm chí còn tệ hơn nữa là bằng cách giải thích tất cả các tác phẩm này dưới hình thức lẫn lộn.

Tuy nhiên, rắc rối sâu xa hơn khi đề cập đến vấn đề về lòng trung thành triết học của Euclid như đã thấy trong *Sectio canonis* đó là chủng loại học thuyết Pythagoras hiện đại và mang tính khoa học không được xác định rõ trong ngành khoa học hòa âm, không còn gì nghi ngờ khi nói riêng, bởi vì chính phiên bản của học thuyết Pythagoras về khoa học vẫn lắng tránh việc giải thích làm thỏa mãn người đọc. Đa số các tiêu chuẩn hiện được sử dụng để phân loại một học thuyết như là các tiêu chuẩn của học thuyết Pythagoras đều dựa trên các mô tả cổ điển về các trường phái tư tưởng trí thức. Thật không may, khi những nhà lý luận âm nhạc cổ điển đưa ra những nhận xét về các bậc tiền bối và những người đương thời, họ không viết như các nhà sử học tuân theo các luật lệ về bằng chứng và giải thích mà ngày nay chúng ta coi là những luật lệ hiển nhiên. Thật vậy, điều tốt nhất mà người ta nên thừa nhận lúc đầu là những phân loại và những lời

phê phán của họ về những xu hướng trí thức và v.v. có thể chứa nhiều nhất thời kỳ và ngữ cảnh văn hóa trong đó họ đang sống và viết lách. Do đó, ví dụ, Andrew Barker [1978a] đã tranh luận rằng việc mô tả điểm tranh cãi về việc phân chia các trường phái học thuyết âm nhạc của Pythagoras và Arixtotle của Ptolemy trong *Harmonica* không bám vào thế kỷ thứ 4 trước Công Nguyên. Tuy thế, Barkert [1978a, 1] vẫn coi là hiển nhiên điều cho rằng “ một mặt theo Arixtotle, và có lẽ mặt khác theo Archytas và những người theo học thuyết của ông, một số đồng những gì/ ai được các tác giả như Ptolemy và Porphyry cho là thuộc các trường phái này thật ra là ở thế kỷ thứ 4,” mặc dù đây sẽ là một vấn đề để tranh cãi và chứng minh nếu chúng ta có được lời giải thích chính xác về ngành khoa học hòa âm của Hy Lạp.

Tuy nhiên, chắc chắn rằng người ta có thể thắc mắc rằng chúng ta có thể không nghe theo những người xưa và đặt giả thiết [cf., ví dụ, Barker 1981, 3; Fowler 1987, 144] rằng một học thuyết ngã theo học thuyết Pythagoras nếu nó phân tích âm nhạc bằng các tỷ lệ số nguyên và ưa chuộng lý luận về hành động nghe thấy khi xác định âm nhạc là gì hay không? Cứ cho là như vậy, các tiêu chuẩn này có vẻ như phù hợp với thế kỷ thứ 4 và 5 trước Công Nguyên (dù có lẽ bởi vì chúng ta có quá ít bằng chứng rõ ràng và trực tiếp về học thuyết âm nhạc của Pythagoras kể từ thời gian này). Tuy nhiên, trên cơ sở của các tiêu chuẩn này, người ta cũng có thể kết luận rằng *Harmonica* của Ptolemy (ca. 150 sau Công Nguyên) là một đoạn viết theo học thuyết Pythagoras [cf. Barker 1984-1989, ii 270-271]. Và, chắc chắn điều này không có ích gì. Bởi vì, nó không chỉ che đậy những khác biệt sâu thẳm trong nhận thức luận và việc lý luận tồn tại giữa *Harmonica* và, ví dụ, *Harmonices manuale* gần với thời đại Nicomachus sáng tác ra Gerasa [cf. Bowen và Bowen 1991, phần 3], mà còn bỏ qua sự thật là nhiều tài liệu trong học

thuyết của Nicomachus cũng có thể được tìm thấy trong *Expositio* của Theon, là một học thuyết bắt nguồn từ triết lý của Aristototele (đặc biệt là Adrastus [cf. Hiller 18978, 49.6]) *inter alia* để tạo nên những gì cần thiết để hiểu được Plato. Nói tóm lại, 2 tiêu chuẩn này nhanh chóng chứng tỏ là không phù hợp với tính phức tạp của các mối tương quan giữa các tài liệu cổ xưa về âm nhạc mà chúng ta có.

Tương tự, tôi thấy rằng không có lý do gì để theo đuổi luận điểm của Barbera [1984] cho rằng ngữ cảnh đúng đắn để giải thích rằng *Sectio canonis* thuộc truyền thống học thuyết Pythagoras mà ông ta nghĩ rằng do Theon và Nicomachus xác định. Thật vậy, vấn đề nêu ra coi như là đã đúng. Bởi vì, mặc dù Nicomachus trình bày tác phẩm của mình như là một tác phẩm theo học thuyết Pythagoras nhưng Theon lại ít nhắc đến những người theo học thuyết Pythagoras ngoại trừ khi chỉ rõ những điểm mà họ thống nhất với nhau theo những quan điểm mà ông ta đã trình bày, và ông ta giới thiệu nhiều quan điểm tương đồng với Nicomachus nhưng chỉ như là một phần trong một khối kiến thức tổng thể (một số quan điểm này được rút ra từ các nguồn triết lý của Aristototele) mà đó là bước dự bị để nghiên cứu các tác phẩm của Plato. Do đó, trên cơ sở nào và bằng cách nào chúng ta quyết định xem học thuyết đang tranh cãi có phải là học thuyết Pythagoras hay không? Tuy nhiên, đây là vấn đề mà chúng ta đã bắt đầu. Ngoài ra, nếu chúng ta theo Nicomachus và xem học thuyết này như là học thuyết của Euclid thì chúng ta có nên đi theo Theon và đặt giả thiết rằng học thuyết này được nhìn nhận tổng quát như là một bước dự bị của triết lý Plato hay không? Và, trong bất kỳ trường hợp nào, học giả cổ điển nào là người mà chúng ta được phép cho là tác giả của học thuyết này? Tuy nhiên, cho đến khi những thắc mắc này phát sinh, cũng như những thắc mắc khác liên quan đến các trường phái khoa học hòa âm trong thế kỷ thứ 2 sau Công Nguyên, được

giải đáp một cách thỏa đáng, chúng ta cũng giải đáp được chút ít nhờ xem Nicomachus và Theon như là những người có uy tín trong việc làm sáng tỏ một học thuyết được viết có lẽ cách đây bốn trăm mấy mươi năm về trước.

Tóm lại, lời tuyên bố rằng *Sectio canonis* thuộc học thuyết Pythagoras, xét theo quyền hạn, không phải là điểm khởi đầu mà là điểm kết luận; và lời tuyên bố này hàm chứa sự xác nhận được lặp đi lặp lại quá thường xuyên rằng Euclid là một người theo học thuyết Pythagoras [cf., ví dụ, Menge 1916, xxxviii]. Ngoài ra, lập luận đưa đến kết luận này về *Sectio* sẽ thực sự rất nhiều khê. Bởi vì, lập luận này không chỉ phải đương đầu với chính luận thuyết này mà nó sẽ còn phải khám phá các tiêu chuẩn hợp lý của học thuyết Pythagoras trong ngành khoa học hòa âm, các tiêu chuẩn này có thể đã khác đi nhiều theo thời gian. Vì giờ đây các vấn đề này tồn tại, chúng ta không có được thông tin đầy đủ để đặt *Sectio* trong ngữ cảnh của học thuyết Pythagoras. Tuy nhiên, cho đến khi có thể thực hiện được điều này, chúng ta phải chống lại cảm dỗ suy xét bằng cách sử dụng nó, ví dụ, để dựng lên lời phê phán những người theo học thuyết Pythagoras đã được tìm thấy trong quyển 7 của tác phẩm *Republic* của Plato [cf. Barker 1978b].

Kết luận

Lời mở đầu cho *Sectio canonis* của Euclid đã làm cho độc giả bối rối trong hơn 2 ngàn năm qua. Thậm chí người xưa cũng thấy khó hiểu lời mở đầu này, nếu các phiên bản do Porphyry [Düring 1932, 90.7-23] và Boethius [Friedlein 1867, 301.7-302.6] đưa ra có hàm ý gì: cả Porphyry lẫn Boethius đều loại bỏ lập luận cuối cùng. Lý do chính, khi tôi giải thích luận thuyết này, là bằng cách làm cô đọng lại phân tích rút gọn và loại trừ ở tận lõi theo các yêu cầu của lối hành văn giải thích mang tính suy diễn hoặc suy luận, Euclid đã giấu đi quan điểm của mình. Tuy nhiên, đây không phải là một lời

phê phán. Rất khó trình bày một lập luận liên quan đến sự biến đổi/ rút gọn mang tính loại trừ và bản thể, khi việc biến đổi/ rút gọn này đòi hỏi tính mơ hồ có hệ thống trong việc sử dụng các thuật ngữ chủ chốt (ví dụ, $\phi\theta\gamma\gamma\omicron\varsigma$ như là “nốt nhạc hoặc độ cao được nghe thấy” và như là “các chuỗi chuyển động liên tiếp va đập vào tai nghe phát ra nốt nhạc tại độ cao đó”).

Tuy nhiên, nếu như vậy thì ngành khoa học Hòa âm đã gây nên những rắc rối không tìm thấy được trong Số học và Hình học cho Euclid. Vậy, người ta phải cẩn thận trong việc đánh giá những lời phê phán về *Sectio canonis*, tác phẩm này xem *Elements* như là một mô hình của phương pháp viết văn. Nói về tính hoàn chỉnh, chúng ta quan sát thấy rằng không có gợi ý nào trong truyền thống bản thảo cho rằng lời mở đầu cho *Sectio* là một phần của một đoạn giới thiệu lớn. Vì vậy, ít ra trong giới hạn nghĩa này, những gì chúng ta có được đã hoàn chỉnh. Tuy nhiên, có phải lời mở đầu không được hoàn chỉnh vì nó thiếu các định nghĩa sơ khởi và v.v. mà người ta hy vọng *Elements* được đưa ra hay không? Sau khi cân nhắc kỹ, tôi cho rằng thậm chí với nghĩa này thì lời mở đầu vẫn hoàn chỉnh. Bởi vì, mặc dù câu hỏi Tại sao các hòa âm lại hòa hợp? không được nói rõ và “single term (khóa nhạc đơn/ đơn thuật ngữ)” mang ẩn ý thì những gì được viết ra đã lập thành một lời giải đáp rất tiết kiệm, cô đọng và mạch lạc; và để đòi hỏi một lời giải thích tỉ mỉ hơn trong đó tất cả các vấn đề đều được giải thích rõ ràng (vì lợi ích của chúng ta) có vẻ không được bảo đảm. Tuy thế, luận điểm cho rằng lời mở đầu là hoàn chỉnh sẽ không được giải thích một cách thỏa đáng khi không có đoạn viết nói về toàn bộ luận thuyết này cho thấy tính đồng nhất và mạch lạc của nó, hoặc khi không nghiên cứu kỹ lưỡng về các luận thuyết khác của Euclid và tập sao lục của các đoạn viết về ngành khoa học hòa âm, mà ngành khoa học này nhằm để khám phá những tiêu chuẩn có liên quan về việc mô tả và lập luận.

HÒA ÂM HỌC CỦA ARISTOXENUS VÀ LÝ THUYẾT VỀ KHOA HỌC CỦA ARISTOTLE

ANDREW D. BARKER

Người ta đồng ý về mọi mặt rằng Aristoxenus là một vĩ nhân của nền âm nhạc học Hy Lạp. Tác phẩm của ông trong lịch sử và phê phán âm nhạc là xuất phát điểm của một loạt tiểu luận về âm nhạc không chính thức của các nhà triết học, nhà cổ học và các nhà văn. Hầu hết tất cả các luận thuyết về kỹ thuật hòa âm của đời sau đều nhờ nhiều đến các phân tích được đưa ra trong các tác phẩm của ông: điều này là chân lý thậm chí đối với các tác giả theo truyền thống khoa học khác của ngành hòa âm “toán” học, tác phẩm dưới ngọn cờ của học thuyết Plato hoặc học thuyết Pythagoras. Chính Aristoxenus đã nói rất mạnh và thường xuyên rằng trước đó không có cái gì có thể so sánh được về quy mô và sự tinh tế trong tác phẩm *Harmonica elementa* của ông;⁽¹⁾ và mặc dù các lời xác nhận được lặp đi lặp lại của ông về tính chất nguyên gốc gây khó chịu nhưng chúng là sự thật không

⁽¹⁾ Về đoạn viết mà tôi đã sử dụng, hãy xem Da Rios 1954: tất cả nguồn tham khảo của tôi đều lấy từ các trang và dòng viết của Meibom [1652]. Cũng xin xem thêm Macran 1902.

thể chối cãi được. Không phải chỉ vì ông đã quá quen với thực tiễn âm nhạc, sắc sảo trong cách quan sát và bền bỉ trong việc theo đuổi các chi tiết. Nhiệm vụ chủ yếu của hòa âm học, theo ông nhận biết, là vượt ra ngoài việc biên soạn sơ khởi một cách cơ bản các cơ sở lập luận để đi đến việc phối hợp một cách có hệ thống trong một sắp xếp có hiểu biết về khoa học. Ông đã thảo luận, một cách e dè, mang tính bút chiến và đầy chi tiết về các phương pháp nhờ đó mà có được sự hiểu biết này và hình thức bắt buộc nếu hòa âm học thật sự là một ngành khoa học. Điều quan trọng của ông thể hiện nằm trong những suy nghĩ về ngành siêu âm nhạc học và trong cách ông đã mang những suy nghĩ này áp đặt vào việc tổ chức các tư liệu của mình cũng như trong bất kỳ một học thuyết nào có thật của ông về các cơ sở lập luận âm nhạc.

Nhận thức của Aristoxenus về khoa học và các phương pháp được sử dụng mà không gây ảnh hưởng đáng kể nào đến các tác phẩm cổ xưa bên ngoài, đặc biệt là các nghiên cứu về âm nhạc. Theo tôi biết, các nhà toán học, thiên văn học, tác giả y khoa, sinh viên cơ khí và những người còn lại không quan tâm gì đến ông cả.⁽²⁾ Điều này không có gì đáng ngạc nhiên bởi vì – nói một cách trừu tượng – các ý tưởng của ông không có gì mới mẻ. Hầu hết, không có ngoại lệ, đã được mượn từ Aristototele; và mặc dù ta có thể thấy những thay đổi luận điểm của các môn đồ của Aristototele trong Aristoxenus nhưng chủ yếu đó vẫn là việc làm sáng tỏ và ứng dụng các ý tưởng của người thầy của ông, các ý tưởng này lẽ ra phải đem đến cho ông một sự quan tâm từ các sử gia về khoa học.

Ảnh hưởng của Aristototele lên Aristoxenus đã được nghiên cứu từ nhiều góc độ trong một quyển sách của Annie Bélis

⁽²⁾ Ngoại trừ Vitruvius, người đã tuyên bố mang nợ Aristoxenus trong tác phẩm *De arch.* v 4.

[1986].¹³ Ở đây, tôi sẽ xem xét các vấn đề phát sinh chỉ từ một khía cạnh của mối quan hệ này, một trong số các vấn đề mà tôi đề nghị xem xét là Aristoxenus có thể giúp đỡ đáng kể để chúng ta hiểu được Aristototele. Rõ ràng là không có luận thuyết nào của riêng Aristototele tự cho, *thoạt nhìn*, đó là một ví dụ về một ngành khoa học được mô tả cẩn thận trong tác phẩm *Posterior Analytics*. Đôi khi, người ta tranh cãi rằng không nên hiểu tác phẩm *An. post* nhằm đưa ra một sườn nghiên cứu khoa học hoặc thậm chí nhằm để mô tả một khuôn mẫu mà một ngành khoa học hoàn chỉnh nên coi đó là lý tưởng, mà phải hiểu nó một cách khiêm nhường hơn như để đọc rõ một kế hoạch chi tiết cho ngành sư phạm, đó là cách tổ chức các kết quả khoa học để người ta có thể giảng dạy chúng một cách có hiệu quả [xem esp. Barnes 1969, 1975]. Tuy nhiên, tôi tin rằng tác phẩm *Harm. elem.* cho thấy rằng Aristoxenus đã nhớ ngay đến bài tiểu luận của Aristototele khi thảo luận về các phương pháp nhờ đó mà đề tài của ông được nghiên cứu: vì thế, thật có khả năng là một đồng sự của Aristototele hiểu *An. post.* như để đưa ra một sườn hợp lý cho một cái gì đó mà có thể được gọi một cách rõ ràng là một chương trình nghiên cứu.

Aristoxenus cũng xem *An. post.* như để truyền đạt sự mô tả một khuôn mẫu về sự hiểu biết, mà nó hình thành khoa học, đó là ngành mà một nhà khoa học về hòa âm, cũng như bất kỳ một nhà khoa học nào khác, phải hướng đến; và *Harm. elem.* cố gắng tạo sự kết nối các chân lý về hòa âm của nó vào một khuôn mẫu mà *An. post.* đề nghị, không chỉ sử dụng cho các mục đích về sư phạm mà vì chính sự hiểu biết

¹³ Tôi có được quyền sách của Bélis ở giai đoạn cuối của quá trình chuẩn bị tài liệu này và tôi chưa thể liên kết những suy nghĩ về quyền sách này vào đây. Có những điểm lớn mà chúng ta khác ý nhau nhưng đó là một tác phẩm mà ta có thể học được nhiều điều.

về khoa học phải có một cấu trúc phản ánh được hình dạng của luận thuyết. Một nghiên cứu cẩn thận về *Harm. elem.* cho thấy rằng cách nghiên cứu về *An. post.* này có lý và sẽ làm sáng tỏ các khái niệm về việc khám phá và sự hiểu biết về khoa học mà chúng là cơ sở của sự hiểu biết về khoa học. Đồng thời, việc xem xét các phương cách nào đó mà Aristoxenus thấy là cần thiết để thay đổi các ý tưởng về *An. post.* và việc xem xét các khó khăn nào đó mà đề tài của ông có vẻ như phải đương đầu cũng sẽ mang tính chất giảng dạy. Những chương ngại vật quan trọng nhất, theo tôi nghĩ, không phải là do ông tạo ra mà thật ra là những gì được thừa hưởng từ Aristototele.

Ở giữa cuộc nghiên cứu của chúng ta sẽ có một cặp luận điểm, một tích cực và một tiêu cực, theo học thuyết của Aristototele được liên kết chặt chẽ. Tôi sẽ phác thảo ngắn gọn hai luận điểm này ở đây và thảo luận về chúng đầy đủ hơn trong những phần sau. Về mặt tiêu cực là sự chuyển hướng hiểm hoi của ông ra khỏi các quan điểm của Aristototele. Trong *An. post.* và những tác phẩm khác, Aristototele phân biệt 2 loại hòa âm, một là theo kinh nghiệm và loại kia mang tính toán học, và xem loại hòa âm theo kinh nghiệm như là một loại phụ cho loại hòa âm mang tính toán học. Hòa âm học theo kinh nghiệm chỉ khám phá ra các cơ sở lập luận nào đó có sẵn để nhận thức và một danh sách các cơ sở lập luận không được giải thích và không được phối hợp chưa phải là một ngành khoa học. Những lời giải thích, chứ không phải là dữ liệu, được đưa ra từ ngành hòa âm mang tính toán học. Theo ngôn ngữ của các môn đồ của Aristototele, phương pháp kinh nghiệm có thể phân biệt và có lẽ phân loại được hiện tượng, nhưng không tìm thấy ἀρχαί và không làm phát sinh ra ἀπόδειξις. ἀρχαί, có giá trị như là những nguyên tắc cần thiết để thể hiện các phát biểu mô tả hiện tượng này mang tính giải thích, là những nguyên tắc đúng đắn cho nhánh toán học của

đề tài này.⁽⁴⁾ Điều này có thể là một sự sao chép chính xác bằng các thuật ngữ của các môn đồ của Aristototele về quan điểm riêng của những nhà lý luận toán học đương thời về công trình nghiên cứu của họ. Tuy nhiên, Aristoxenus sẽ không có liên quan gì đến điều này. ἀρχαί của ngành khoa học của ông, các nguyên tắc phối hợp và diễn giải của ngành khoa học này, ông nhấn mạnh như vậy, phải nằm trong phạm vi tiếp nhận âm nhạc và không được đưa vào từ phạm vi ngoài toán học hoặc ngoài ngành âm học vật lý định lượng. Dĩ nhiên, Aristototele không tiến hành nghiên cứu cẩn thận về 2 loại hòa âm học này: ông ta chỉ đơn thuần chú ý đến sự tồn tại của chúng để tìm ra ví dụ về cách mà một ngành khoa học có thể hỗ trợ cho một ngành khoa học khác, và ông chấp nhận một cách hiển nhiên sự đánh giá riêng của các nhà lý luận toán học về sự xếp loại tương đối.⁽⁵⁾ Như chúng ta sẽ

⁽⁴⁾ Ngành hòa âm mang tính toán học, theo nghĩa của Aristototele, được minh họa bằng ví dụ trong tác phẩm tiên phong của Archytas [xem Diels và Kranz 1951, i 428.15-340.12, 435.15-436.13; Bowen 1982], trong một ứng dụng chuyên môn cao của Plato, *Tim.* 35b-36b, và sau này trong các luận thuyết như trong sách *Sectio canonis* của Euclid. Nó xem các mối tương quan độ cao như các tỷ lệ giữa các con số (mà các con số này có thể được hiểu như là gắn với các biến số vật lý như tốc độ của chuyển động: cf. Bowen 1982, và chương 8 trong quyển sách này). Nó biểu trưng cho các cấu trúc hòa âm, ví dụ: gam quãng tám, như các phức số có tổ chức của các tỷ lệ, việc phối hợp của các phức số này có thể được giải thích nhờ tham khảo nguyên lý về thành phần hoặc một số tập hợp các nguyên tắc toán học đơn thuần khác. Trong việc ứng dụng vào ngành âm học, là ngành tương đối trọng điểm trong vườn Lyceum, các nhận thức này đã được sử dụng để giải thích cho hiện tượng bao gồm sự phù hợp các nốt nhạc, không kể một quãng tám, và sự hòa hợp của các quãng tám, quãng năm và quãng bốn: các quãng này đều là hòa âm bởi vì tỷ lệ của chúng thuộc một số chủng loại nào đó. Aristototele chấp nhận những lời giải thích này khi đưa ra tối thiểu là một bản tóm tắt một lời giải thích phù hợp [xem *An. Post.* 90a18-23; cf. *De sensu* 439b31-440a3], dù rằng không rõ lý luận gì được giấu trong chữ “bởi vì” này [xem n5 ở dưới].

⁽⁵⁾ Có lẽ Aristoxenus đã bị thuyết phục bởi những điểm giống nhau rõ ràng giữa các hòa âm và hai ví dụ khác của ông, đó là ví dụ về thị giác và thiên văn học, đặc biệt là ví dụ về thiên văn học. Việc luận bàn theo học thuyết Pitagoras về hòa âm học và thiên văn học như là mối quan hệ “chị em”, được Archytas [xem Bowen 1982, 79-83] phát biểu rõ ràng và được Plato báo cáo lại trong *Resp.* 530d6-9, xuất phát từ nhận thức xem chúng như là những nghiên cứu song song về các hình thức chuyển động khác nhau, nghe được và thấy được, hoặc tương tự như vậy, theo sự tranh luận của tôi. (Huffman [1985] nêu ra các lý do phản bác lại

thấy, Aristoxenus phản bác quan điểm này vì những lý do được rút ra từ chính *An. post.* Thật vậy, ông tranh luận rằng việc xem các tuyên bố về luận thuyết đó là chân lý dẫn đến kết quả là 2 hình thức khoa học hòa âm đang tồn tại không thể thật sự đứng vững trong mối tương quan mà Arixtotle hình dung. Tuy nhiên, ông không có ý đưa tác phẩm của những người theo chủ nghĩa kinh nghiệm hòa âm trước lên khỏi vị trí thấp mà Arixtotle đã đặt cho nó: ông tin rằng khái niệm về khoa học của họ cũng không phù hợp như khái niệm về khoa học của các đối thủ của họ. Arixtotle cũng thấy rõ giá trị của các công trình nghiên cứu về hòa âm hiện hữu khác. Đối với Aristoxenus, ẩn ý thật sự của *An. post.* là một ngành khoa học hòa âm mới hoàn toàn phải được đặt vào một khuôn mẫu có cả hai chức năng mô tả và giải thích.

Mặt phải của đồng xu là việc Aristoxenus nhấn mạnh rằng hòa âm học phải tìm thấy ἀρχαί qua việc phản ánh hiện tượng được biểu lộ trước nhận thức về âm nhạc, tìm kiếm các hình thức trình tự nằm bên trong hiện tượng khi người ta nhận thức được chúng (chứ không phải theo trình tự của một địa hạt gồm “các nguyên cơ” không được nhận thức, các chuyển động của không khí hoặc những điều tương tự, mà ngành âm học vật lý có thể nghiên cứu). ἀρχαί, phù hợp với hòa âm học, tạo thành một kết nối với một φύσις, đó là một

một câu trong đoạn viết của Archytas, điều này quan trọng cho việc giải thích của tôi: tôi nghĩ rằng các tranh luận của ông có thể có giải đáp nhưng đây không phải là chỗ để theo đuổi vấn đề này.) Có thể các thành quả của ngành thiên văn học Eudoxan đã khuyến khích quan điểm cho rằng hòa âm học theo Archytas, đã có nhiều khuôn mẫu gây ấn tượng nhất trong ngành khoa học Âm nhạc, có thể được phát triển để sánh với nó. Trong cả hai trường hợp này, và trong ngành Quang học, việc mô tả trừu tượng theo Toán học hiện tượng có cùng tính chất với các nguyên tắc toán học thuần túy có thể được giải thích một cách hợp lý là hình thành nên cách giải thích cho chúng như đối với ví dụ về hòa âm trong *An. post.* 90a8-23. Ac cảm của Arixtotle với những người theo học thuyết Pitagoras là ở môn Siêu hình học và việc họ sử dụng nguyên lý hòa âm trong các ngữ cảnh phi âm nhạc: ông ta không phê phán việc họ phát triển nguyên lý này trong phạm vi riêng của nó.

bản chất hoặc thực chất, nó tồn tại và được thể hiện trong các nhóm âm thanh được nghe thấy cho đến khi các nhóm âm thanh này được hòa hợp một cách du dương, và đạt đủ tiêu chuẩn như các ví dụ về τὰ ἡμεῖνον. Các ἀρχαί mô tả những cấu trúc trong đó các âm thanh được tổ chức một cách nhất thiết nếu người ta nghe thấy chúng đúng là những âm thanh du dương, bởi vì để nghe thấy một chuỗi âm thanh du dương là phải nghe thấy nó như là một ví dụ minh họa cho φύσις mà nhà khoa học về hòa âm cố tìm cách mô tả. Nếu một thính giả chú ý đầy đủ và được huấn luyện cẩn thận thì thính giả đó sẽ nhận ra rằng những gì mà nhà khoa học đó kết nối thật sự diễn tả được khuôn mẫu mà một chuỗi âm thanh phải có khi chính người đó nghe thấy như là một âm thanh du dương hoặc như là một âm thanh có giai điệu được phát ra. Tương tự, các quy luật bắt nguồn rõ ràng từ ἀρχαί cũng là những quy luật mà mọi thính giả tinh táo nào cũng sẽ tán thành, trên cơ sở là các quy luật này tạo nên những tiêu chuẩn rõ ràng mà thực chất là được hiểu ngầm theo kinh nghiệm của thính giả đó. Đó không phải là những ép buộc đáng ngạc nhiên và bất ngờ về những gì có thể coi như là giai điệu: chúng vẫn đặt ra ít hạn chế hơn xuất phát từ các nguyên tắc trong một phạm vi khác, chẳng hạn như là những hạn chế trong toán học thuần túy. Nhiệm vụ của Hòa âm học là phải làm sáng tỏ và sắp xếp những gì mà nhận thức có văn hóa hàm chứa, chứ không phải là quy định cho các sự việc mà nó sẽ không chấp nhận một cách độc lập. Mặt xác thật của khoa học phục vụ cho việc giải thích các quy luật được ngầm chấp nhận trong vận dụng thông thường bằng cách cho thấy rằng các quy luật này không phải tùy tiện hoặc lung tung, mà chúng là những từ ngữ được phối hợp nói về một bản chất hoặc thực chất.

Hậu quả tức thời của tiếp cận này là ngành khoa học hòa âm của Aristoxenus trở thành một loại hiện tượng học mang tính âm nhạc. Nó mô tả và phân loại các hiện tượng theo các

cách có thể phân biệt được, trong đó các hiện tượng này tự bộc lộ mình trước sự nhận thức, không theo các phân loại mà các phần trong đó không thể nhận dạng trực tiếp được như bằng tai của người nhạc sĩ. Người ta không giải thích các hình thức nghe thấy được bằng cách tham chiếu các nguyên do vật lý không nghe thấy được hoặc các nguyên tắc toán học mà bằng cách phô bày các khía cạnh của tính năng mạch lạc chỉ có trong các ví dụ nghe thấy được của tính năng này. Tính chất du dương nghe thấy được không phải là một tiếng dội hoặc một chuỗi các hình thức hoặc trình tự khác mà nó có giá trị trong số các tiền tố không nghe thấy được của âm thanh. Hòa âm là một hình thức hoạt động độc lập vốn gắn liền với các chuỗi âm thanh nào đó dưới góc độ là các vật thể để nghe và không gắn liền với cái gì khác. Nó được xác định qua một loạt nguyên tắc được phối hợp và được trừu tượng hóa theo cách quy nạp từ các hình thức nghe thấy được; và các quy luật, chi phối những gì là và những gì không phải là một giai điệu có thể chấp nhận được, được giải thích khi chúng tỏ ra bị ẩn giấu trong mô hình tổ chức có chứa hình thức đó. Trên phương diện mô tả và giải thích, hòa âm học không đòi hỏi những dữ liệu không được thể hiện trước đôi tai âm nhạc hoặc các phạm trù chia nhỏ dữ kiện này ra thành những cái khác không phải là các nguyên tắc âm nhạc. Các lý lẽ của Aristoxenus khi chọn luận điểm này, những ẩn ý và những khó khăn nào trong đó, sẽ được khai phá trong các chi tiết dưới đây.

Tác phẩm *Posterior Analytics* và cấu trúc của Luận thuyết Hòa âm của Aristoxenus.

Tôi đã phát biểu rằng nhận thức của Aristoxenus về khoa học rất gần với những gì đã đề ra trong *An. post.* Việc đánh giá kỹ lời tuyên bố này phải tập trung vào chi tiết tế nhị là Aristoxenus đã làm những gì, để xem những mệnh đề về luận thuyết của ông có thật phù hợp với các mô tả của Aristototele về các định đề của một ngành khoa học và các mối

tương quan lẫn nhau của chúng. Tại đây, ở mức độ này, tôi chỉ phát biểu một chút. Một công trình nghiên cứu có thể hiểu rõ hơn là phải đối chiếu các nhận xét rõ ràng của từng tác giả về đề tài phương pháp khoa học và với điều kiện là ngành khoa học tương ứng đó phải hoàn chỉnh, và ở đây tôi sẽ quan tâm đến một số điểm tương đương rõ ràng. Tuy nhiên, việc nghiên cứu trọng tâm, trong đó những điểm gần nhau này phải phù hợp, liên quan đến việc phù hợp tổng thể giữa các ý đồ được đề ra trong bài tiểu luận của Arixtotle và được minh họa bằng ví dụ trong tiểu luận của Aristoxenus. Điều này tạo ra một khó khăn, bởi vì *Harm. Elem.* mà chúng ta có không phải là một tác phẩm hoàn chỉnh, mà ngay cả đến các phần còn lại của luận thuyết cũng không hoàn chỉnh, theo quan điểm của tôi. Những vấn đề xoay quanh các mối tương quan giữa các phần trong đoạn viết còn tồn tại đã gây nên nhiều sự hiểu lầm mang tính học thuật:⁽⁶⁾ tôi sẽ không cố phân tích sự hiểu lầm này mà ít ra chỉ phát biểu ý kiến về sự việc này, những gì đến sau đó được lập thành tiền đề.

Quyển 2 và 3 có liên quan với nhau; khi mà nguyên gốc tác phẩm chứa 2 quyển này dài hơn nhiều và khi 2 quyển này chưa được bảo tồn một cách toàn vẹn như là các phần phụ thuộc, tuy nhiên, chúng đủ để tạo nên một bức tranh rõ ràng một cách hợp lý về hình thức của luận thuyết. Mặt khác, rõ ràng về nhiều mặt (nhưng không phải về mọi mặt) Quyển 1 là một sự luận bàn về công trình nghiên cứu được nêu trong quyển 2.

Tôi phải đi theo các bước mở đầu này xa hơn một chút. Có lẽ quyển 1 và 2 chứa ít đoạn viết thực sự tương đồng hơn là những gì đôi khi người ta thường nghĩ, nhưng đã có đủ những điểm tương đồng và gần đủ việc lặp đi lặp lại để bảo đảm rằng chúng không thể nguyên gốc là những phần của

⁽⁶⁾ Để biết tóm lược của các ý kiến, hãy xem Da Rios 1954, cvii cxvii.

một tác phẩm hoàn chỉnh tương tự.⁽⁷⁾ Tôi cho rằng chúng đã thực hiện các nhiệm vụ khá tương đương trong 2 luận thuyết khác nhau. Ngoài ra, mặc dù quyển thứ nhất và thứ hai hơi khác nhau về những gì mà chúng cho là sự kiện âm nhạc nhưng chúng khác nhau một cách đáng kể về các nguồn khái niệm mà chúng mang theo để áp đặt việc giải thích và sắp xếp các sự kiện này. Những gì được triển khai trong quyển 2 thì tinh tế và phong phú hơn những gì được triển khai trong quyển 1, và tác giả của quyển 2 biểu lộ một mức độ e dè về phương pháp luận cao hơn một cách đáng kể. (Một số lý do hỗ trợ cho các xác nhận này sẽ được nhắc đến sau này.) Vì những lý do này kia, tôi ít lưỡng lự trong việc xem quyển 2 như là một tiểu luận sau đó, viết lại trong trạng thái già dặn hơn, nhiều tài liệu của quyển 1, và có lẽ vì những mục đích khá khác nhau. Các tiêu chuẩn tương tự cho thấy rằng quyển 3 có những điểm giống nhau về cấu trúc so với quyển 2, chứ không phải quyển 1, và do đó, điều này cổ vũ cho niềm tin là quyển 2 và 3 thuộc cùng một luận thuyết. Trong phần tiếp theo, tôi sẽ chủ yếu quan tâm đến tác phẩm được cho là ra sau được miêu tả trong quyển 2 và 3, và sẽ chỉ thỉnh thoảng mới nhắc đến quyển 1.

Theo tác phẩm *An. post* [đặc biệt phần 71b10-73a], một ngành khoa học bao gồm một mặt là các nguyên tắc (ἀρχαί) và mặt khác là các kết luận được giải thích và bảo đảm an toàn theo suy diễn trong quan niệm của các nguyên tắc ấy. Vậy thì, việc đeo đuổi theo một ngành khoa học, trước tiên liên quan đến việc thiết lập ἀρχαί và thứ hai là sự bắt nguồn

⁽⁷⁾ Cũng có nhiều sự mâu thuẫn nổi bật mà không thể dễ giải quyết. Nhưng các học giả khác có nhiều quan điểm khác nhau, một số chia nhỏ tác phẩm này một cách triệt để hơn tôi, số khác tuyên bố tính đồng nhất tổng thể của tác phẩm. Xem phần nghiên cứu đã đề cập trong phần ghi chú trước và để biết được sự phong thủ mảnh liệt của quan điểm theo thuyết nhất thể, hãy xem Bélis 1986, đặc biệt là 24-48; lập trường của bà đã được phác thảo trong tác phẩm Bélis 1982, 450-451.

của đại từ chỉ định của định đề phụ. Chính việc thiết lập ἀρχαί không phải là một vấn đề về bằng chứng chỉ định (ἀποδείξεις): nhà khoa học tự tìm cách đạt đến các nguyên tắc từ khởi điểm về nhận thức qua một quy trình quy nạp, nói theo nghĩa này hoặc nghĩa khác, và các giai đoạn của quy trình này đều được phác thảo, hơi khó hiểu, trong chương cuối cùng của *An. post.* ii. Ngoại trừ cái gọi là các chân lý chung, từ ngữ ἀρχαί bao gồm, cả những gì Aríxtole thường gọi là ὑποθέσεις (và cái mà tôi coi là các định đề xác nhận điều này hoặc điều kia tồn tại hoặc đây là trường hợp đó), và định nghĩa của các thực thể chủ yếu hoặc các loại thuộc phạm vi tương ứng [xem, ví dụ, 72a14-24]. Đã đạt đến các ἀρχαί này qua việc phản ánh “epagogic” về kinh nghiệm nhận thức, vậy thì chúng ta để cho chúng hoạt động như là ἀρχαί bằng cách nhận dạng các mối tương quan đặc biệt mà chúng giữ cho các định đề khoa học khác, các định đề không phải là định đề chính và không được hiểu một cách khoa học chỉ khi nào chúng thực sự xuất phát từ ἀρχαί thích hợp. Vậy thì ἀρχαί phải được hiểu theo nhận thức luận và siêu hình học trước những cơ sở lập luận được mô tả trong các định đề phụ, và như để đưa ra nền tảng giải trình cho chúng (các điểm này được phác thảo tóm tắt tại 71b19-22).

Từ ngữ ἀρχαί cũng phải hoàn thành các điều kiện khác. Điều đáng kể là chúng phải chân thật và tức thời, không đòi hỏi sự giải thích hoặc thể hiện bất kỳ điều gì khác [đặc biệt hãy xem *An. post.* i 2-3]. Nói về nhận thức luận, thật khó thấy cách làm sao chúng ta có thể bảo đảm một trong các điều kiện này được đúng vững: nhưng nên xem xét trường hợp sau để hiểu rằng ἀρχαί đại diện cho những gì thuộc về bản chất của sự vật trong lĩnh vực có liên quan, diễn tả những gì là như thế đó. Đối với loại sự vật có thể nhận biết được, thật rõ ràng một cách lô gíc tại sao, theo quan điểm của Aríxtole, các sự vật hàm chứa về bản chất các thành phần của một

loại như thế các thành phần đó không thể giải thích được từ những xem xét cao hơn mà phải hiểu thấu được qua một quá trình trừu tượng hóa và phối hợp, là một quy trình hướng đến dữ liệu do kinh nghiệm về nhận thức của chúng ta cung cấp.

Chúng ta hiểu được những chân lý phụ của một ngành khoa học chỉ khi nào chúng ta đã chứng minh được chúng: nghĩa là, chúng ta không chỉ chứng minh chúng bằng việc bắt nguồn hợp lý từ các định đề được biết là thật, mà chúng ta phải tìm thấy nguồn gốc của chúng từ các nguyên tắc giải thích được lý do tại sao chúng là thật [đặc biệt xem *An. post.* I 2-3, 13]. Dĩ nhiên, nội dung về khái niệm của việc diễn giải của các môn đồ của Aristototele phức tạp và đưa chúng ta ra ngoài phạm vi của *An. post.* Nhưng, theo phương pháp khái quát và trừu tượng, “việc diễn giải lý do tại sao thuộc tính của *P* lại chứa chủ đề *S*” ở đây có nghĩa là “việc thể hiện *P* chứa *S* là bởi do bản chất của *S* (như đã diễn tả trong ἀρχή hoặc ἀρχαί) đòi hỏi điều đó một cách logic”. Kết quả là, Aristototele tranh luận, kết luận về một ἀπόδειξις phải chứa chủ đề của nó như thế bởi vì bản chất cần thiết của chủ đề đó (và không phải vì sự vật khác hoặc vì cùng một sự vật nhưng được hiểu khác đi: hãy xem, ví dụ, *An. post.* I 4 và 6). Và, như là hệ quả của định đề này, đó là Aristototele xác nhận việc không thể, ngoại trừ trong những loại trường hợp rất đặc biệt, giải thích được ἐξ ἄλλου γένους [75a38: cf. 71b22-23, và ở dưới]: một ngành khoa học được phân định bởi một loại (γένος) tạo nên một vùng đơn lẻ có nội dung có giá trị như một chủ đề cho các định đề chính và định đề phụ. Yêu cầu này, mà chúng ta sẽ thấy, có nhiệm vụ chính phải làm trong việc định hình nguyên lý hòa hợp của Aristoxenus.

Nhưng, hiện tại chúng ta hãy hoãn việc xem xét vấn đề đó và tập trung trước tiên vào tính tương xứng tổng quát của sự hòa hợp giữa *Harm. Elem.* và khuôn khổ mà Aristototele đề xuất. Việc có một số tương quan đại khái là rõ ràng một cách

hợp lý: hai tập sách mà chúng ta đang xem xét chủ yếu có vẻ như thuộc khá gọn về hai phạm trù mà ý đồ của các môn đồ của Aristototele đòi hỏi. Tập 2 tạo sự kết nối và bàn luận về ἀρχαί của khoa học; tập 3 đưa ra một loạt các nguồn gốc chính thức của các ἀρχαί này, chứng minh cho rằng đây là một chuỗi hòa âm (trong khi không phải) hoặc một chuỗi hòa âm trong một loại nào đó thay đổi theo những điều kiện như vậy và như vậy; và những giải thích này cũng đồng thời là những giải thích lý do tại sao các sự vật này lại như vậy. Aristoxenus gọi các nguồn gốc này của ông là ἀποδείξειδ và việc ông sử dụng các cụm từ này là theo các môn đồ của Aristototele một cách có mục đích không chối cãi.⁽⁸⁾ Ông cũng tuyên bố nhiều điều mang tính phương pháp luận mà chúng lặp lại rõ ràng *An. post.* trong ngôn ngữ và nội dung. Ông nói bóng gió một cách nghiêm khắc về việc các nhà lý luận khác đã xác nhận các mệnh đề ἀνευ αἰτίας καὶ ἀποδείξεως: chính ông, ngược lại, sẽ tìm kiếm cả hai để chấp nhận (λαβεῖν) phù hợp với ἀρχαί và để giải thích (ἀποδεικνύναι) τὰ ἐκ τούτων συμβαίνοντα [32.29-33.1]. Dĩ nhiên, chính các αἰτίας không thể giải thích được: τὸ γὰρ πως ἀπαιτοῦν ἀπόδειξιν οὐκ ἔστιν

⁽⁸⁾ Aristoxenus cũng đề cập 2 lần đến một đoạn trong tác phẩm của ông như là "các yếu tố" hoặc như là "có liên quan đến các yếu tố". Trong phần i 28.34-29.1, định đề ἐν τοῖς στοιχείοις δεικνύεται: trong đoạn ii 43.27-30, sau khi giới thiệu các chủ đề chính của Hòa âm học nhưng trước khi lập nên sự luận bàn của mình về các chủ đề này, ông nói μέλλοντας δ' ἐπιχειρεῖν τῇ περὶ τὰ στοιχεῖα πραγματείᾳ δεῖ προδιανοηθῆναι τὰ τοιαῦτα; và tiếp tục trình bày những ý nghĩ theo phương pháp luận nhấn mạnh sự khác nhau giữa ἀρχαί và những gì theo sau ἀρχαί. Trong đoạn viết trước, στοιχεῖα rõ ràng hình thành nên một phần của luận thuyết: trong đoạn sau, chúng có vẻ nhưng là "các yếu tố" của chính μέλος, một số phần trong công trình nghiên cứu của nhà khoa học về hòa âm được định rõ bởi cụm từ τῇ περὶ τὰ στοιχεῖα πραγματείᾳ. Điều không rõ ràng là các phần này của luận thuyết, hoặc của công tác nghiên cứu, có bao gồm toàn bộ nội dung "khoa học" của luận thuyết hay không (nghĩa là mọi điều đi sau phần giới thiệu lan man), hoặc các phần này bị giới hạn chỉ ở "những chứng minh" (nghĩa là bị giới hạn ở nội dung của tập 3). Bélis [1986, đặc biệt là trang 34-38] trích một dòng rõ ràng và sinh động về việc phân biệt tập 1 của *Harm. elem.* như là ἀρχαί và 2 tập khác như là στοιχεῖς, nhưng vấn đề, theo tôi nghĩ, phức tạp hơn những gì luận thuyết này ám chỉ.

ἀρχοειδός [44.14 15]. Lại nữa, mỗi ngành khoa học mà có nhiều định đề phải chấp nhận (λαβεῖν) ἀρχάς... ἀξὼν διορθήσεαι τὰ μετὰ ἀρχάς [443 7]. Trong những đoạn như những đoạn này, giao ước của Aristoxenus với *An. post.* khó lòng mà rõ ràng hơn. Ông tin rằng ông đã thành công trong một nhiệm vụ mà những bậc tiền bối của ông không hiểu được đặc điểm của nó và thậm chí không chú ý đến tính cần thiết của nó đối với ngành khoa học hòa âm, việc đưa các cơ sở lập luận vào hệ thống ἀρχαί và ἀποδείξεις của các môn đồ của Aristototele. Về thành quả này, ông đặt một trong các xác nhận chính của mình vào tính nguyên gốc và tầm quan trọng.

Theo như ý đồ của Aristototele, một số ἀρχαί có hình dạng của các định nghĩa: từng cái trong 7 μέρη của khoa học được phác thảo trong các phần đầu của quyển 2 có liên quan đến chủ đề sẽ được định nghĩa, và nhiều mục khác cũng được định nghĩa suốt dọc đường. Tuy nhiên, các định nghĩa được đưa ra ban đầu rõ ràng là có ý đồ,⁽⁹⁾ nó đòi hỏi việc hình thành sự kết nối và việc phân biệt chi tiết hơn cũng như là việc liệt kê nhiều loại mục đề cụ thể hơn được xếp theo các chủ đề đã được phác thảo. Khộng phải tất cả các chi tiết được thiết lập của Aristoxenus để tồn tại: một số chi tiết mà ông đã hứa có thể thật sự không bao giờ được đưa ra.⁽¹⁰⁾ Những gì chúng ta tìm thấy là những tường thuật kín về một số loại cấu trúc cụ thể thuộc các thể loại rộng hơn mà những định nghĩa nào đó phác thảo nên, đáng chú ý là các mô tả của ông [i 21.37-24, ii 46.19-52.33] về các đoạn chuỗi 4 âm trong loại hòa âm 3 và một số χοαί phụ (các sắc thái hoặc bóng mờ). Nhưng mặt

⁽⁹⁾ Ví dụ, hãy xem lời kêu gọi đầy lời cuốn của Aristoxenus đối với thính giả của ông trong *Harm. elem.* 16.2-16.

⁽¹⁰⁾ Ví thế, tại mục 36.17, ông đã nêu một thắc mắc "δύναμις là gì?" như là một thắc mắc đòi hỏi gặp một giải đáp. Nhưng nếu ông đã đưa ra giải đáp thì nó không để lại dấu vết trong các tác phẩm của những người nối nghiệp ông.

này trong công trình nghiên cứu của Aristoxenus đưa ra các thắc mắc nghiêm túc về phương pháp của ông. Mặc dù việc phân tích các đoạn này có thể, một cách không hợp lý, được gọi là trạng thái của các định nghĩa (việc định nghĩa các loài thuộc về một thể loại rộng hơn là các định nghĩa chi tiết về một thể loại), thì các thuật ngữ được xác định khiến cho việc phân tích chúng như là ἀπορί trở nên rất khó khăn, như các nguyên tắc đúng đắn trong khoa học. Mặt khác, các đoạn này không được giải thích một cách đơn thuần theo nghĩa kỹ thuật và Aristoxenus cũng không nghĩ là có thể giải thích được chúng như vậy. Ở đây có những vấn đề mà chúng ta sẽ quay trở lại.

Bổ sung cho các định nghĩa, ἀρχαί bao gồm những gì Aristotle gọi là ἀποθέσεις. Aristoxenus không sử dụng danh từ tương ứng; mà ông lập ra một loạt nguyên tắc mà ông mạnh mẽ gạch dưới những điều quan trọng và chính yếu, từng điều này xác nhận một trường hợp nào đó và từng điều này được các từ như vậy giới thiệu ὑποκείμενα [trong quyển 1, đặc biệt phần 29.1-34], λαμβανέτω hoặc θετέον [trong quyển 2, đặc biệt phần 54.7; 19]. Như thể các định đề chính đó là phù hợp, chúng được phát biểu một cách khá phô trương mà không cần phải chứng minh hoặc truy gốc. Một trong số đó, ông ta mô tả như là “đó là định đề đầu tiên và cần thiết nhất trong số các điều kiện có liên quan đến việc phối hợp hòa âm các quãng giữa” [τοῦ πρώτου καὶ ἀναγκαιούτατου τῶν συντετινούτων πρὸς τὰς ἐμμέλεις συνθέσεις τῶν διαστημάτων: 53.33 54.1]. Ít lâu sau, ông nói về sự việc này rằng, “Do đó, hãy để cho sự việc này được đặt ở đầu trong chuỗi trình tự hoặc trong số các nguyên tắc: nếu nó không được thực hiện thì việc hòa âm cũng bị phá hủy” [θετέον οὖν τοῦτο πρῶτον εἰς ἀρχῆς τάξιν οὐ μὴ ὑπάρξάντος ἀναιρείται τοῦ ἡρμοσμένου: 54.19-21]. Không thể nhấn mạnh quá mức rằng οὖν (do đó) trong câu này không đánh dấu sự kết luận cho một loại lý luận bất kỳ nào. Luận điểm của các môn đồ của Aristotle trong đó các nguyên lý

không thể giải thích được là luận điểm mà Aristoxenus xác nhận một cách toàn tâm toàn ý: “Bất kỳ điều gì đòi hỏi phải giải thích (ἀποδείξει) thì không phải là ἀρχαῖδες” [44.14-15].

Vậy thì, trong phạm vi liên quan đến các nguyên lý, không nên phê phán khi chỉ ra rằng tập 2 không chứa bất kỳ điều gì đang được tranh luận để hỗ trợ cho các xác nhận về âm nhạc học mà tập này đưa ra. (Có thể nói tương tự đối với quyển 1.) Trong quyển 2 có các lý luận, nhưng rõ ràng tất cả đều theo phương pháp luận, và có liên quan đến cách thức mà qua đó để tiếp cận với chủ đề; chúng không được thiết kế để lập nên các định đề tồn tại độc lập cho khoa học. Loại hình học gây ấn tượng và tỉ mỉ của loại giai điệu, các nguyên tắc về việc tiếp nối giai điệu, việc liệt kê các quãng giữa hòa âm, các định nghĩa của một dãy khái niệm về hòa âm, những cái này cùng tất cả những cái còn lại đều được xác nhận một cách dứt khoát, miễn tranh luận, thậm chí hiếm khi có được các cân nhắc hỗ trợ. Đây không phải là dấu hiệu của tính kiêu ngạo mạn hoặc thiếu năng lực; mà là một hệ quả cần thiết của việc xác nhận của Aristoxenus để nhìn nhận một cách nghiêm túc việc phân biệt giữa những gì có thể giải thích được và những gì không thể giải thích được [xem 43.34-44.1].

Cách tiếp cận đúng đắn duy nhất với cái thứ hai là phương pháp quy nạp, và điều quan trọng là phải hiểu rõ ngụ ý của phương pháp này. Nó ngụ ý rằng chúng không thể được thiết lập từ bất kỳ một công cụ tranh luận nào có thể được phát biểu trong một luận thuyết viết tay. Chức năng của luận thuyết này, trong chừng mực mà nó có liên quan, là hệ thống hóa và thu hút sự chú ý của chúng ta về những gì được ngụ ý theo kinh nghiệm của chính chúng ta, nghĩa là, theo nhận thức nhờ được huấn luyện cẩn thận và nhờ những thính giả chú tâm về những hiện tượng nào đó như có liên quan đến giai điệu. Nếu chúng ta chú trọng đến kinh nghiệm thì sẽ nhận ra căn cứ của các nguyên lý mà Aristoxenus nối kết lại

và tính thuyết phục của những phân biệt mà ông đã đánh dấu bằng những định nghĩa của mình, như việc sắp đặt chính xác một khuôn mẫu trong đó là nhận thức của chúng ta về giai điệu.⁽¹¹⁾ Các nguyên lý của hòa âm học không dễ nhận thấy như thế *ngoại trừ* qua sự suy nghĩ của một cá nhân về kinh nghiệm nhận thức của chính anh ta.⁽¹²⁾ Dù có đọc nhiều luận thuyết cũng không có được kinh nghiệm như vậy, và do đó, bất kỳ một nỗ lực nào để thiết lập chân lý của các luận thuyết qua chữ viết (hoặc lời nói) đều không thích hợp và đều vô ích.

Những nghiên cứu tương tự giải thích việc tại sao Aristoxenus không cho chúng ta biết các ví dụ đặc biệt về giai điệu được rút ra từ kinh nghiệm của chính ông, dựa trên đó ta có thể thấy được những điều tổng quát theo quy nạp của ông. Chúng ta có thể hy vọng một luận thuyết trong ngành khoa học theo kinh nghiệm đưa ra những nghiên cứu thực tiễn hoặc các báo cáo về kinh nghiệm ít nhất là dưới dạng ví dụ: Aristoxenus không cung cấp những dữ kiện như vậy, mặc dù thỉnh thoảng ông có đề cập rằng ông đòi hỏi kinh nghiệm từ những độc giả của ông trong các điều kiện nào đó. Dù bất kỳ điều gì có thể đúng với các ngành khoa học cổ khác, tôi đề nghị rằng có lý do chính đáng để thực hiện việc loại bỏ ở đây. Trong đa số các ngành khoa học dựa trên kinh nghiệm, chúng ta đặt giả thiết điển hình rằng – trừ khi chúng ta tác động đến hình thức của phép ngoại dụ của chủ nghĩa hoài nghi. – những điều mà nhà nghiên cứu đã quan sát thấy vào một thời điểm nào đó cũng đã được quan sát thấy trước đó, các sự việc khác cũng tương đồng, bởi bất kỳ một người nào khác đã có mặt ở đó. Do đó, kinh nghiệm của nhà nghiên cứu

⁽¹¹⁾ Tựa mệnh đề chính phải vừa là ἀληθές và vừa là φαεινότερον; nó cũng phải là những gì hiểu được (συνοραστον) nhờ αἰσθησις như thuộc số ἀραια của nhiều phần hòa âm khác nhau [11.9 13; cf. 32.31 33.1].

⁽¹²⁾ Hãy xem đặc biệt là sự tương phản với hình học ở 33.10-26.

có thể đại diện cho kinh nghiệm của chính chúng ta, như là một cơ sở để thu hút các nguyên tắc bằng cách quy nạp. Trong Hòa âm học của Aristototele thì không như vậy, không phải vì Aristoxenus cho rằng giả thiết đó có thể sai mà chính xác là vì đó là một phần nhiệm vụ của Hòa âm học là chứng minh rằng điều đó là chân lý. Các mô tả về những trường hợp riêng biệt mà Aristoxenus đã quan sát thấy thỏa mãn được một ít mục đích, bởi vì chúng ta không *đặt giả thiết* rằng chúng ta sẽ trải qua những trường hợp đó cùng cách đó. Do đó, ông đã tuyên bố các nguyên lý của mình mà không chứng minh chúng bằng bằng chứng: chính chúng ta phải đưa ra cơ sở cho niềm tin rằng các nguyên lý này đứng vững ở khắp thế giới, bằng cách tìm thấy rằng thực ra chúng bị che giấu theo nhận thức của chính chúng ta về những trường hợp riêng biệt. Việc trình bày ví dụ qua bằng chứng, hoặc bằng bất kỳ một hình thức lý luận nào, sẽ đưa ra ảo tưởng hỗ trợ cho các nguyên tắc không có thực tế: đó là điều mà chữ viết không thể làm được.

Đoạn viết của Aristoxenus chứa một trường hợp khác thường về hình thức, “lập luận” của ông trước kết luận rằng hòa âm của quãng bốn là một quãng giữa kéo dài chính xác là 2,5 quãng trường [56.13-58.5]. Nhưng, thực tế, điều này giúp ta chứng minh một luật, bởi vì nó không được đưa ra như là một lý luận trong ý nghĩa có liên quan gì cả. Nghĩa là, nó không tìm cách thiết lập bất kỳ điều gì mà không nhờ đến nhận thức của chính thính giả: nó giải thích phương pháp thực tế mà nhờ đó học sinh có thể *tự* thỏa mãn mình về chân lý của mệnh đề. Anh ta phải tìm tòi qua việc thiết lập âm nhạc cụ thể trong thực tế, chứ không phải bằng giấy bút hoặc tưởng tượng trong đầu, và *lắng nghe kỹ* các kết quả của việc thiết lập âm nhạc đó [đặc biệt xem phần 56.31-33]. Nếu và chỉ nếu khi các kết quả đó được nghe thấy bằng cách nào đó thì định đề sẽ được thiết lập [56.33-57.3]. Phương pháp mà

Aristoxenus mô tả có những thiếu sót của nó,⁽¹³⁾ nhưng những thiếu sót này không ảnh hưởng đến quan điểm mà tôi đang thể hiện. Mục đích của đoạn viết này không phải để thiết lập một mệnh đề về âm nhạc bằng các phương tiện mang tính tranh luận, nhưng để chứng tỏ cách sử dụng nhận thức để đánh giá xem mệnh đề đó có thể được chấp thuận hay không. Xin nhắc lại: trong một ngành khoa học dựa trên các ý tưởng của *An. post.*, một luận thuyết không thể có chức năng thiết lập một chân lý về ἀρχαί. Luận thuyết chỉ có thể *nhận dạng* các ý tưởng đó, trên cơ sở kinh nghiệm của chính tác giả, dưới một hình thức cho phép chúng ta nhận dạng ra chúng bằng cách riêng của chúng ta; luận thuyết có thể sắp xếp và phối hợp các ý tưởng lại để đưa ra những mối tương quan giữa chúng với nhau và làm cho chúng sẵn sàng để sử dụng trong ἀπόδειξις.

Những suy nghĩ này gợi lên một điều gì đó quan trọng về cách phân tích tác phẩm của một nhà khoa học theo học thuyết của Aristototele. Việc các tác phẩm của Aristoxenus không thiết lập nên ngành khoa học, là sườn của kiến thức, mà ông đã đề cập có một ý nghĩa riêng. Điều này không phải để phủ nhận rằng các tác phẩm này, ở thể nguyên gốc của chúng, là một sự giải thích hoàn chỉnh và chính xác về chủ đề của chúng như bất kỳ một luận thuyết nào có thể làm được: chúng ta không cần phải tuyên bố vấn đề này. Vấn đề là luận thuyết, dù nó có là một sản phẩm hoàn chỉnh đến đâu, không thể tự nó là một kiến thức do một tác giả sở hữu và các độc giả khao khát. Luận điểm cho rằng kiến thức là một tài sản của trí óc, không phải từ sách vở, không phải là một lời phát biểu theo suy diễn có dụng ý. Ở đây có một cơ sở tốt để cho rằng sách vở không thể chỉ là một sự mô tả kiến thức của tác giả bằng chữ viết, bởi vì việc mô tả các điều kiện

⁽¹³⁾ Được Ptolemy thể hiện với tính chính xác nghiêm ngặt trong *tác phẩm Harm.*, 21.21-24.29

thiết lập nên cái gọi là *kiến thức* là điều không thể có. Một luận thuyết có thể đề ra các luật lệ và nguyên tắc mà các thuyết minh của nó dựa trên đó, nhưng nó không thể kết hợp với các cơ sở để tạo ra các chân lý khoa học được thiết lập một cách khách quan. Nhiệm vụ của việc giải thích bằng chữ viết hoặc lời nói là hướng dẫn cho những người khác hướng đến sự hiểu biết, bằng cách nối kết các chân lý phải được nhận ra nếu chính các chân lý này không chế được ngành khoa học hòa âm. Kiến thức về khoa học *thiết lập nên* các chân lý này còn luận thuyết thì không. Vậy thì, một ngành khoa học không phải là cái có thể xuất hiện trong một quyển sách hoặc một thư viện hoặc một ngân hàng dữ liệu: không có tập sao lục nào về kiến thức khoa học lại không có liên quan đến một con người. Một ngành khoa học phải thỏa mãn các điều kiện có thể thỏa mãn được bằng một cái đầu có thể nhờ vào chính kinh nghiệm của nó để xác nhận các tuyên bố của nó: đó là δύναμις θεωρητική, là một khả năng hoặc sự sắp xếp về trí óc, là cái mà không thể hàm chứa hoặc trình bày được bằng chữ viết hoặc lời nói [cf. *Harm. elem.* 41.6-24].

Nhận thức như vậy về khoa học có liên quan chặt chẽ với nhận thức về τέχνη hoặc kỹ năng thực hành (mặc dù có nhiều khác biệt, đã được nhấn mạnh trong 41.6-24.) Các nguyên tắc về kỹ năng đó có thể đã được khám phá và triển khai đầy đủ từ lâu: có thể chúng đã được viết trong các tác phẩm mang tựa đề, “nghệ thuật về...v.v...”. Nhưng rõ ràng là nghệ thuật hoặc kỹ năng đó không tồn tại trong bất kỳ một tài liệu viết tay nào: thậm chí nó không phải là nội dung tổng quát của các định đề được đưa ra ở đó, mà nó bao gồm các khả năng và các định đề của các cá nhân đã khống chế nó. Tương tự, khoa học là một sự thấu hiểu có tổ chức và hệ thống của trí óc về một lĩnh vực nhất định. Cái mà một luận thuyết mô tả có thể là một kiến thức chỉ trong chừng mực mà các nguyên lý của nó được trí óc thấu hiểu, mà trí óc này đã nhận ra được

chân lý của các nguyên lý đó; và việc nhận thức đó tùy thuộc vào kinh nghiệm riêng của trí óc đó, bởi vì chân lý không thể được thiết lập từ bất kỳ cái gì không phụ thuộc vào nó. Chính Aristototele có nói vài điều về đặc điểm này như sau:

“Việc chứng minh không nhằm thuyết trình ra ngoài mà để thuyết trình nội tâm... bởi vì luôn luôn có thể đưa ra những phản bác chống lại sự thuyết trình ra ngoài, nhưng không phải lúc nào cũng phản bác được thuyết trình nội tâm”.

οὐ γὰρ πρὸς τὸν ἔξω λόγον ἡ ἀπόδειξις, ἀλλὰ πρὸς τὸν ἐν τῇ ψυχῇ... αἰεὶ γὰρ ἔστιν ἐνστήναι πρὸς τὸν ἔξω λόγον, ἀλλὰ πρὸς τὸν ἔσω λόγον οὐκ αἰεὶ. [*An. post.* 76b24-27].

Trong trường hợp đó, có vẻ như sai lầm khi xem *An. post.* như thể nó chỉ đưa ra khuôn khổ để giảng dạy, nếu điều này ám chỉ rằng nó cũng được thiết kế để mô tả hình thức của một ngành khoa học hoàn chỉnh và để giới thiệu các phương pháp nghiên cứu. Để mô tả các điều kiện của ἀπόδειξις và các cách mà ἀρχαί phải được thiết lập trong đó, Aristototele đang phân tích cấu trúc của hệ thống nhận thức chỉ có thể tồn tại trong đầu, không phải trong cách trình bày tài liệu của một người thầy.

Lại nữa, bởi vì việc thấu hiểu một lĩnh vực kinh nghiệm chỉ trở thành kiến thức khi nó được sắp xếp theo trình tự có hệ thống và có cơ sở phù hợp, việc nghiên cứu trong lĩnh vực đó phải là, tối thiểu từng phần, nghiên cứu về các cách mà hiện tượng kinh nghiệm có thể được sắp xếp theo trình tự của các cách đó. Thành công của Aristoxenus trong việc tìm ra các nguyên tắc và chủng loại mà dựa trên đó sự thấu hiểu theo kinh nghiệm các cơ sở lập luận âm nhạc có thể được chuyển thành một ngành khoa học theo học thuyết của Aristototele là cốt lõi thành công của ông; và thật thô lỗ khi phủ nhận những nỗ lực của ông trong việc tìm tên gọi cho việc nghiên cứu đó chỉ vì chúng không bao gồm việc khám phá, hoặc

thậm chí là việc theo đuổi, các cơ sở lập luận đầu tiên không nghi ngờ gì nữa cho đến nay. Việc diễn đạt các kết quả nghiên cứu này bằng chữ viết không còn là khoa học mà trở thành giáo dục học. Không nghi ngờ gì nữa rằng rất thích hợp khi giảng dạy cho những sinh viên muốn tìm tòi để trở thành những người hiểu biết nhờ một phương pháp mà nó đưa ra, càng rõ càng tốt, hệ thống các mối tương quan giữa các định đề phải được giữ vững trong đầu của các sinh viên này và giữa các định đề với kinh nghiệm của họ nếu để có được kiến thức. Do đó, luận thuyết hoặc bài giảng phải phản ánh cấu trúc của khoa học hết khả năng mà nó có thể. Nhưng, cấu trúc của ngành giáo dục, cũng như cấu trúc của công tác nghiên cứu, xuất phát từ chính cấu trúc của khoa học như nó có thể tồn tại trong một đầu óc hiểu biết và không phải ngược lại; như chúng ta cũng đã thấy, có những khía cạnh chủ yếu trong khoa học, như Aristototele đã mô tả và Aristoxenus đã tuân theo, mà những lời tuyên bố của người thầy không đủ sức mô tả.

2. Luật “cùng phạm vi” và hiện tượng học của Aristoxenus

Việc mô tả dễ hiểu mang tính khoa học về những gì mà tôi đã nghe khi tôi nghe thấy một chuỗi âm thanh nào đó như một giai điệu sẽ thu hút sự quan tâm đến các đặc tính và các mối tương quan góp phần vào việc nghe thấy giai điệu hoặc như là một loại giai điệu dễ hiểu nào đó. Từ ngữ ἀρχαί trong ngành khoa học hòa âm mang tính trừu tượng theo quy nạp từ các quan sát về những hiện tượng mà các mô tả như vậy có thể có liên quan, được làm sáng tỏ, khái quát hóa và kết hợp, nhưng không giới thiệu được vấn đề mới từ góc độ khác. Các luật lệ hỗ trợ bắt nguồn từ các nguyên tắc theo suy diễn. Những suy xét như vậy củng cố cho sự xác nhận nhiệt tình của Aristoxenus về những gì mà tôi gọi là luật “cùng phạm vi” của Aristototele, theo điều đó, từ ngữ ἀπόδειξις trong những gì thuộc một chủ đề của một lĩnh vực không thể bắt

nguồn từ các nguyên tắc đúng với các chủ đề của một lĩnh vực khác. Nói tóm lại, như Aristototele đã nói, người ta không thể giải thích được ἐξ ἄλλου γένους μεταβάλλοντα [cf. *An. post.* 75a38].

Aristoxenus nhấn mạnh nhiều về luật lệ này. Để phá vỡ được luật lệ đó phải là ἀλλοτριολογεῖν [32.20: cf. 32.27] hoặc εἰς τὴν ὑπερορίαν ἐμπίπτειν [44.17-18], và nhận thức theo khoa học không thể theo cách đó. Trong phạm vi của một lời phát biểu về hòa âm học, không đề cập đến những gì nằm bên ngoài phạm vi được xác định bởi bản chất của một thể loại có liên quan đến hòa âm học, τὸ ἡρμοσμένον và các loại có liên quan. Nói một cách quan trọng hóa, không có luật lệ nào mô tả hành vi và các đặc tính thông thường của những gì thuộc về giai điệu như là có thể được chứng minh từ các nguyên tắc mô tả những điều cần thiết đối với các sự vật của một thể loại khác. Chúng ta được biết rằng mỗi nguyên lý trong khoa học hòa âm phải vừa xác thực vừa φαινόμενον: nó phải là những gì được αἰσθησις chấp thuận như một nguyên lý chính [44.9-14].⁽¹⁴⁾ Nghĩa là, mỗi nguyên tắc đó phải diễn tả những gì có liên quan về cơ bản với việc cái gì đó thể hiện chính nó vào tai của chúng ta như một giai điệu, chứ không phải là những mô tả liên quan đến các thực thể thuộc thể loại khác hoặc thậm chí liên quan đến các âm thanh được nhận biết theo một khía cạnh không được thể hiện theo αἰσθησις. Vậy thì, mỗi nguyên tắc đó không thể định ra các luật lệ dựa trên nhận thức về âm thanh như sự chuyển động của không khí, sự khác biệt về tính mau lẹ trong truyền dẫn hoặc sự khác biệt về tần số tác động làm khởi động các chuyển động, bởi vì đó không phải *như* là các mô hình tốc độ tương đối hoặc các tần số được thể hiện bởi các chuỗi âm thanh đập vào tai

⁽¹⁴⁾ Ví dụ, so sánh với *An. post.* I 6, đặc biệt là 74b24-6: ἀρχὴν ἑνὸς λόγου ὅτι τὸ πρῶτον τοῦ γένους περὶ ὃ δείκνυται καὶ τὰ ληθέες οὐ πάν οἰκείον. Hãy xem thêm 81a38-b9.

nghe như một giai điệu hoặc không phải một giai điệu. Cùng một lý do, ta không thể tìm thấy các luật hòa âm trong việc mô tả những khác biệt về độ cao như thể các tỷ lệ của các số hạng.⁽¹⁵⁾ Các thực thể, đặc tính và mối tương quan được đề cập trong ἀρχαί phải là những cái riêng biệt mà các phát biểu mang tính quan sát được kết nối một cách chính xác sẽ cần phải nhắc đến – các phát biểu cho biết những điều về một tập hợp âm thanh tạo thành giai điệu hoặc như một ví dụ về một loại giai điệu cụ thể nào đó.

Aristotle đặt nền tảng cho luật “cùng phạm vi” khi có xem xét đến các thể loại này, mặc dù dĩ nhiên là không nhắc đến lĩnh vực đặc biệt của Hòa âm học. Về cơ bản, lý luận này đơn giản. Bất kỳ một luận chứng giả định nào phá vỡ luật lệ này sẽ không cho ra kết quả, nó xác nhận việc một đặc tính nào đó thuộc về các thực thể của một thể loại đã cho, như thể xuất phát từ bản chất của chính các thực thể đó và, do đó, như đang được giải thích bằng việc nhắc đến bản chất đó. Mối liên kết giữa sự sở hữu của một thực thể bất kỳ đối với bản chất đó và việc sở hữu đặc tính đó của thực thể bất kỳ đó sẽ hoàn toàn là một sự ngẫu nhiên, thậm chí nếu dưới ánh sáng của một điều khác luận chứng tương tự cho thấy rằng kết luận thật sự là đúng.⁽¹⁶⁾ Nếu thật sự người ta không thể giải thích một cách cởi mở tính vốn có của các đặc tính nào đó trong các sự vật thuộc thể loại *K* từ ἀρχαί mô tả φύσις thuộc thể loại đó thì sẽ không có φύσις như vậy và *K* là một phân loại khối kết ngẫu nhiên được xác định một cách tùy ý hoặc nếu không thì các đặc

⁽¹⁵⁾ Các vấn đề này đã được đề cập nhiều lần trong chương 8-12 của tập 1, đặc biệt là phần 9.2-11, 12.4-32: xem thêm phần II 32.19-28.

⁽¹⁶⁾ Lời phát biểu trong *An. post.* 75a38 cho rằng người ta không thể giải thích được việc εἰς ἄλλου γένους μεταβαίνει được giới thiệu cùng với một tiểu từ –Da, cho thấy rằng đó là kết quả của một lý luận và đó không phải là một lời xác nhận mới. Lý luận này nằm trong toàn bộ phần I 4-6. Những gì tôi đã trình bày ở đây không phải là lời tóm tắt hoặc diễn giải cho các chương đó, mà có thể dùng để biểu thị khuynh hướng chung của các chương đó.

tính có vấn đề không thuộc về các sự vật loại *K* như thế nhưng chỉ thuộc về một mô tả nào đó áp dụng một cách ngẫu nhiên cho các sự vật như thế ((κατά συμβεβηκός)).⁽¹⁷⁾

Nhưng Arixtotle cho phép có những trường hợp ngoại lệ trong luật “cùng phạm vi” trong các trường hợp ngành khoa học này được xếp loại dưới ngành khoa học kia theo cách thức đã quy định. Có những trường hợp mà trong đó nhiệm vụ của một ngành khoa học là mô tả các đặc tính nhận thức được của các hiện tượng trong một phạm vi cụ thể và các mối tương quan giữa các đặc tính này, nhưng nhiệm vụ của một ngành khoa học khác là giải thích tại sao các đặc tính đó lại thuộc về các hiện tượng đó và tại sao chúng lại có mối tương quan như thế [xem *An. post.* 75b14-20, 76a9-15, 78b32-79a16]. Tình huống này có vẻ giống như vậy. Kiểu “theo kinh nghiệm” của một ngành khoa học nhận dạng ra chuỗi đặc tính mà nhận thức thấy rằng chúng có liên quan đến các chủ đề của một thể loại đã cho. Vậy thì, kiểu “giải thích” nhận dạng được các đặc tính này như là các ví dụ đặc biệt của một loại hình thức được khái quát hóa hơn, các ví dụ mà đặc điểm có thể nhận thức được của chúng bắt nguồn từ tính vốn có của các hình thức thuộc loại vấn đề có thể nhận thức được khi nghiên cứu, mặc dù, ít ra là trên nguyên tắc, chúng có thể xảy ra như các hình thức tổ chức vấn đề trong các lĩnh vực khác có thể nhận thức được. Các hình thức này giữ nguyên một cách độc lập hiện trạng của chúng về loại vấn đề mà chúng bị áp đặt, và bản chất cùng các mối tương quan của chúng có thể được nghiên cứu theo quan điểm trừu tượng khác với bất kỳ một vấn đề này như vậy (dĩ nhiên mặc dù chúng không thể *tồn tại* tách biệt khỏi vấn đề thuộc một thể loại nhất định nào đó). Các ví dụ chính về các hình thức được nghiên cứu một cách đúng đắn ở mức độ trừu tượng

⁽¹⁷⁾ Xem lời tuyên bố đầy sức thuyết phục trong *An. post.* 75a28-34: cf. ví dụ, *Phys.* 192b28-32.

này là các đối tượng toán học, và trong từng trường hợp lối giải thích diễn giải của các ngành khoa học mà Aristotle đã đề cập là lối giải thích theo toán học.⁽¹⁸⁾

Chúng ta có thể tách cốt lõi của một ví dụ từ *De sensu* 439b19-440a6, mà Aristotle so sánh các đặc tính nào đó về màu sắc và âm thanh. Ông đưa ra quan điểm (mặc dù không rõ ràng là ông có tán thành hay không) là cùng các tỷ lệ số mà chúng mô tả mối tương quan giữa âm thanh được nhận biết theo nhiều cách đặc biệt nào đó, cũng diễn tả mối tương quan giữa các ví dụ về loại màu cơ bản, đậm và nhạt, khi chúng có quan hệ đến mức độ tạo nên các kết quả có thể nhận biết được nào đó một cách có liên kết. Có vẻ như ông ta muốn ám chỉ rằng các hiện tượng về âm học và thính giác được giải thích theo tỷ lệ số tương tự có thể giống nhau bằng cách này hay bằng cách khác. Dĩ nhiên, đặc tính được nhận thức phải khác biệt trong từng trường hợp, bởi vì một hiện tượng thì được thấy bằng mắt còn hiện tượng kia thì được nghe bằng tai: nhưng trong giới hạn phạm vi nhận thức riêng của nó, mỗi hiện tượng là một sự tương đồng của một hiện tượng khác.

"Đối với các màu sắc được thể hiện bằng các con số có tỷ lệ đẹp nhất, giống như các hòa âm trong trường hợp bên kia, thì chúng có vẻ như là các màu đẹp nhất, những màu như màu đỏ tía và đỏ tươi và một số màu khác cùng loại (cũng vì lý do này mà ít có các hòa âm), trong khi những màu sắc không được thể hiện bằng các con số lại là những màu khác".

⁽¹⁸⁾ Để biết thêm về những lối giải thích có giá trị về các quan điểm của Aristotle về các ngành khoa học liên kết này, hãy xem Lear 1982 và Lennox 1986, đặc biệt là trang 31-44, mà chúng được thiết lập bằng phương pháp tiếp cận của Lear. Nhưng trong khi họ giúp rất nhiều trong việc giải đáp thắc mắc về cách tiếp cận của toán học, theo quan điểm của Aristotle, với chủ đề về vật lý theo kinh nghiệm thì tôi xin lập luận rằng các cơ sở của Aristoxenus để chống lại luận điểm của Aristotle về hòa âm học vẫn chưa được dụng đến. Tôi sẽ thảo luận về phần bác này ở phần dưới.

τὰ μὲν γὰρ ἐν ἀριθμοῖς εὐλογίστοις χρώματα, καθάπερ ἐκεῖ τὰς συμφωνίας, τὰ ἥδιστα τῶν χρωμάτων εἶναι δοκοῦντα, οἷον τὸ ἀλουργὸν καὶ φοινικεῖν καὶ ὀλίγ' ἄττα τοιαῦτα, δι' ἣνπερ αἰτιάν καὶ αἱ συμφωνίαι ὀλίγαι, τὰ δὲ μὴ ἐν ἀριθμοῖς τὰλλα χρώματα. [*De sensu* 439b32-440a3].

Vậy thì, trong mỗi trường hợp, ngành khoa học phụ thuộc và theo kinh nghiệm phân loại các đặc tính theo cách thức mà chúng thể hiện theo mắt nhìn hoặc tai nghe. Các đặc tính này xuất hiện như là màu sắc hoặc âm thanh vì đặc điểm của vật mà chúng đại diện cho. Nhưng lý do tại sao chúng có những đặc tính đặc biệt được nhận biết trong bất kỳ một lĩnh vực nào và có liên quan đến các thuộc tính khác trong lĩnh vực đó theo cách đặc biệt riêng của chúng (ví dụ, như các hòa âm thì độc lập so với các nốt chói tai, hoặc như các màu sắc chủ lực và hấp dẫn thì độc lập so với các màu trung gian hỗn hợp) được biểu lộ thông qua một số ngành toán học. Lý do này được biểu lộ khi người ta lấy các thuộc tính và mối tương quan được nhận biết này làm ví dụ, trong các loại sự việc đặc biệt, cho các thuộc tính và mối tương quan của toán học, các hình thức định lượng có thể được trừu tượng hóa theo cùng một cách từ mỗi ví dụ.

Điểm nổi bật là khi Aristototele cần một ví dụ về các cặp khoa học như vậy thì ông cảm thấy hiển nhiên khi trở lại với các hòa âm mang vỏ nhận thức và toán học (cụ thể là 2 lần và bằng cách ám chỉ trong đoạn viết thứ ba).⁽¹⁹⁾ Tuy thế, Aristoxenus bác bỏ mạnh mẽ đề nghị cho rằng mối tương quan này đứng vững được, αἰτία của các hiện tượng được phân loại bởi các

⁽¹⁹⁾ *An. post.* 78b32-79a16, 87a32-4: cf. 90a18-23. Các đoạn viết khác được đề cập đến ở trên [75b14-20, 76a9-15, 78b32-79a16] cũng phù hợp. Chỉ trong 79a1-2 hai ngành khoa học này được mô tả như ἀρμονική ἢ τε μαθηματική καὶ ἡ κατὰ τὴν ἀκοήν: ở ngành khác chúng là ἀριθμητική và τε ἀρμονική (hoặc ἀρμονική).

hòa âm “về nhận thức” có thể có được nhờ toán học hoặc hòa âm mang tính toán học [ii 32.18-28: cf. i 9.2 11, 12.4-32].

Aristoxenus bác bỏ như vậy bởi vì ông chống lại nguyên lý giải thích khoa học của Arixtotle, nhưng thật ra ông như là một môn đồ của Arixtotle. Hòa âm học hiện tượng mô tả và phân loại như là các thuộc tính của các nhóm âm thanh được nghe thấy như thể chúng hình thành một chuỗi giai điệu: “hòa âm” là một thuộc tính của âm thanh đập vào tai và không tồn tại ở một nơi nào khác, và các thuộc tính mà một giai điệu chứa đựng như thế, trên cơ bản và theo tính chất cần thiết, phải là những thuộc tính được hiểu thấu *κατὰ τὴν τῆς αἰσθησεως φαντασίαν* [8.23, 9.2-3: cf. 48.22]. Điều này có thể đúng, Aristoxenus có vẻ công nhận [cf. i 9.2-11, 12.4-32], đó là các độ cao của âm thanh thật ra được xác định trên mặt vật lý nhờ tốc độ của chúng hoặc một số biến số định lượng khác. Thậm chí điều này có thể rõ ràng để chấp nhận đối với ông, ví dụ, rằng các chuyển động chịu trách nhiệm theo quan hệ nhân quả trước các âm thanh quãng tám liên kết với nhau theo tỷ lệ 2:1, chỉ riêng các âm thanh quãng bốn phát tiếng đó là theo tỷ lệ 4:3 và v.v..., theo đề nghị của những môn đồ của Pythagoras và của cả Plato và các nhà khoa học về hòa âm ở Lyceum đã thống nhất.⁽²⁰⁾ Nhưng những sự việc như vậy, theo quan điểm của Aristoxenus, có thể về nguyên tắc không giải thích được tại sao các chuỗi quãng giữa mà không phải là những cái khác đập vào tai nghe như là các chuỗi giai điệu. Không có lý do gì về mặt toán học hoặc trong phạm vi của ngành âm học vật lý là tại sao có thể có, ví dụ, tối đa là

⁽²⁰⁾ Nhưng để chấp nhận điều này sẽ gặp nhiều khó khăn. Điều đáng kể đó là, vì không có sự cân xứng trung bình giữa các số hạng trong tỷ lệ siêu đặc biệt, nghĩa là, trong công thức $(n+1):n$ [xem Beothius *De mus.* iii 11; *Sect. Can.* Props. 3, 16, 18] thì không thể xác định tỷ lệ tốc độ của, ví dụ, các nốt nhạc có tổng giữa chính xác. Aristoxenus đã nhấn mạnh, dù các nhà lý luận toán học phủ nhận, rằng tổng và các quãng giữa siêu đặc biệt khác như quãng bốn (4:3) có thể được phân thành nhiều phần bằng nhau.

2 nốt nhạc giữa các nốt nhạc quãng bốn trong một hệ thống vùng hoặc tại sao người ta không hát liên tiếp nhiều hơn 2 *dấu thăng* trong chuỗi giai điệu hoặc tại sao quãng thấp nhất của chuỗi 4 âm giữa các nốt cố định luôn luôn ngắn hơn quãng cao nhất và v.v. Các ngành khoa học như vậy cũng không thể giải thích được tại sao các biên genera lại nằm ở nơi mà chúng làm hoặc tại sao cấu trúc của giai điệu được gọi là *πυκνόν* không thể mở rộng một quãng bằng hoặc lớn hơn một nửa độ âm lượng của một hòa âm quãng bốn. Đúng là các biên genera và các hạn chế của *πυκνόν* có thể được xác định theo định lượng (một sự việc gây khó khăn cho chính nó, tôi sẽ trở lại với khó khăn đó). Nhưng các biên được đánh dấu theo cách này không phù hợp với các nét đặc biệt có tầm quan trọng về mặt toán học: trên quan điểm toán học thì vị trí của chúng khá tùy tiện; các nguyên tắc toán học không thể cho thấy lý do tại sao các biên có tầm quan trọng về giai điệu nên đặt ở đó, hơn là ở chỗ nào khác. Do đó, đó là một cơ sở lập luận của kinh nghiệm âm nhạc, theo Aristoxenus, đó là người ta nghe thấy chuỗi 2 âm $1/4$ khác về tổng quát với chuỗi 2 quãng $1/3$ âm, trong khi chuỗi 2 quãng $1/3$ âm chỉ khác về Xpóu, không phải về thể loại, với chuỗi gồm 2 nửa cung [xem ví dụ 50.22-51.1 với 48.21-26]. Không có điều gì trong toán học đưa chúng ta đến hy vọng rằng kết quả này hoặc các luật toán học giải thích được điều này.

Thực sự, *không có điều gì có thể giải thích được điều này* ngoài các nguyên tắc phát sinh hoặc trừu tượng hóa từ các số liệu về hòa âm được nhận biết. Đối với Aristoxenus, các chân lý về hòa âm không giải thích được để chúng ta nhận biết được các hòa âm nhờ đề cập đến cái gì đó ở bên ngoài. Đúng hơn là các chân lý này phải được tổ chức và hiểu chỉ theo một hệ thống mà chúng xuất hiện trong đó. Nhiệm vụ của các hòa âm là biểu thị cơ cấu của hiện tượng được hiểu *như là* hiện tượng, để chứng minh rằng cái gì đó mà có giai điệu là nó phải phù hợp với hệ thống có trình tự nào đó, và để mô tả

thuật mổ xẻ hệ thống đó. Đó không phải là chứng minh cách thức mà cấu trúc của hệ thống được xác định bởi một cái gì khác, thuộc về toán học hoặc vật lý học, bởi vì không có cái gì xác định được nó như vậy. Đó là một bản chất độc lập, chỉ tồn tại trong lĩnh vực âm thanh thính nhạc. Đó không phải là một trình tự thực thể “thật sự” tồn tại ở một lĩnh vực cơ bản nào đó, trong đó các âm thanh nghe được chỉ là một khía cạnh; không phải các âm thanh theo trình tự có thể được trừu tượng hóa mà không có sự thất thoát từ “nguyên liệu” của âm thanh và thậm chí là trên nguyên tắc được chuyển đến, một lĩnh vực khác. Các mối tương quan chủ yếu không còn có thể được trừu tượng hóa trong lĩnh vực thính giác so với mối tương quan giữa ngọt ngào và đắng cay, ví dụ, trong lĩnh vực mùi vị.

Thậm chí trong số các tác giả tán thành các hòa âm mang tính toán học theo nghĩa của Aristototele vẫn có những người nhận thấy được vấn đề cần phải được giải quyết trong mối liên kết này. Không thể chỉ đặt giả thiết rằng các hình thức thể hiện như những thuộc tính của hiện tượng giai điệu cũng có hình thức rất giống như những thuộc tính có liên quan đến ngành toán học về tỷ lệ và tỷ lệ thức: khi nghe thấy các âm thanh như có liên quan đến giai điệu, chúng ta chỉ đơn thuần không nghe thấy chúng *như là* kết nối với nhau theo các loại tỷ lệ nào đó. Điều cho rằng chúng thực sự giống nhau về hình thức là điều phải được chứng minh, nhiệm vụ tối thiểu mà tác giả của *Sectio canonis* phải đảm nhận, trong đoạn giới thiệu về luận thuyết tuy rằng không thành công. [Menge 1916, 148-149; nhưng hãy xem chương 8 trong quyển này].

Dĩ nhiên, tôi không muốn ám chỉ rằng quan điểm của Aristoxenus về các vấn đề này là vững vàng. Nhiều điểm có thể được nêu ra để chống lại ông, trong đó có 2 điểm đáng để đề cập ở đây. Điều thứ nhất, có thể ông đã hiểu sai khái niệm của học thuyết Pythagoras về mối tương quan giữa các

hiện tượng về thính giác và các hiện tượng về toán học. Tôi sẽ không tranh luận về vấn đề này (mặc dù đối với những gì xứng đáng, tôi không nghĩ rằng ông ta đã sai), bởi vì một số phê phán của ông thật ra hoàn toàn phụ thuộc vào các sắc thái tế nhị về nhận thức của các mối tương quan này. Đặc biệt, ông tuyên bố như một *chân lý* đơn giản là có sự khác biệt lớn giữa các hệ thống giai điệu, hệ thống vô hướng và v.v., mà không có sự phân biệt lớn có thể so sánh về toán học nào tương xứng, và có những quy định về chuỗi giai điệu mà các chuỗi toán học của chúng có thể không xuất phát từ một nguyên tắc thuyết phục có chừng mực: theo quan điểm của nhà toán học, các luật lệ phải có vẻ như tùy tiện một cách đơn thuần. Trong tình trạng đó, các tỷ lệ theo học thuyết Pythagoras có thể được nhận thức như là việc phân tích các mối tương quan giữa các sự kiện vật lý khác biệt với các âm thanh mà các sự kiện này tạo ra. Nói cách khác, chúng có thể được nhận thức theo nhiều cách khác nhau như những mô tả đặc điểm của hình thức toán học của mối tương quan về giai điệu giữa các nốt nhạc. Tuy nhiên, đối với Aristoxenus, các chi tiết như vậy là không quan trọng. Bất kỳ một mối tương quan nào về thính giác giữa các âm thanh hoặc bất kỳ một mối tương quan nào giữa các nguyên do “vật lý” của các độ cao thành phần đều không nghĩ ngờ gì rằng có thể được mô tả bằng ngôn ngữ tỷ lệ. Nhưng nếu các quy định của chuỗi giai điệu trở nên hoàn toàn ngẫu nhiên đối với các nguyên tắc toán học, hoặc nếu khi phân biệt giữa các chuỗi toán học có hình thức giai điệu khác biệt về nhận thức mà chúng ta thực hiện những phân loại tùy tiện về mặt toán học và khó hiểu thì những diễn dịch này bằng thuật ngữ toán học sẽ không đạt được điều gì cả. Chúng không đưa chúng ta đến gần mục tiêu giải thích các hiện tượng về âm nhạc hoặc làm sáng tỏ các cơ sở của sự mạch lạc và trình tự của chúng: trình tự này đã, nếu có, bị che đậy dưới “những sự ngẫu nhiên” mà các mô tả toán học lưu tâm đến.

Tuy nhiên, điều thứ hai là có thể có sự tranh cãi rằng Aristoxenus đã lầm khi cho rằng các môn đồ của học thuyết Pythagoras định phân tích và phối hợp, như ông đã làm, các quy định và phân biệt ngẫm theo kinh nghiệm về âm nhạc bình thường: công trình nghiên cứu thật sự mang tính quy tắc hơn là mô tả, liên quan chủ yếu đến việc đưa ra các tư tưởng toán học hoặc các tư tưởng siêu hình. Có thể có một chân lý nào đó trong lời kết này nếu, ví dụ, các mục tiêu chính của Aristoxenus là các nhà lý luận theo trường phái của học thuyết Plato. Nhưng không phải tất cả các nhà lý luận toán học chỉ quan tâm đến các mô hình lý trí. Tôi lập luận rằng, vì một lý do, Archytas rất quan tâm đến việc mô tả, phân tích và phối hợp các hệ thống được ám chỉ trong vận dụng âm nhạc hiện tại, cũng như các tác giả như Didymus và Ptolemy sau này. Có vẻ như những người khác lại không quan tâm như vậy: ví dụ như Plato, ít ra là trong một số cách thức của ông, và các nhà bình luận sau này như Theon với tác phẩm Smyrna. Các tác giả toán học – ví dụ như Eratosthenes và nguồn tham khảo chính của Theon là Adrastus – có vẻ như biểu lộ các dấu vết của cả hai phương pháp. Không có công trình nghiên cứu “theo học thuyết Pythagoras” đồng nhất nào có một mục tiêu duy nhất và rõ ràng: các phân tích toán học do nhiều tác giả khác nhau đưa ra nhằm nhiều mục đích khác nhau. Nhưng trong phạm vi mà các nhà lý luận toán học có thể chia sẻ tham vọng với Aristoxenus để mô tả và diễn giải những điều đáng tin cậy trong các hệ thống giai điệu được những người đương thời sử dụng một cách thân thuộc, có thể có một ít nghi ngờ rằng ông đã chiếm ưu thế trong tranh luận, vì những lý do nêu trên. Phương pháp của ông khiến cho ông có thể nhận dạng và phối hợp một tập hợp các hình thức âm nhạc và những phân biệt khác phong phú hơn so với hệ thống khái niệm theo học thuyết Pythagoras có thể mô tả, nói chi đến việc gộp lại theo các nguyên tắc toán học. Thậm chí nếu các môn đồ của học thuyết Pythagoras

và Plato có thể đưa ra một giải thích theo toán học – một phân tích và diễn giải – về một số thuộc tính cần thiết cho các hệ thống giai điệu, vẫn còn một kho thuộc tính và các mối tương quan chưa được đụng đến.⁽²¹⁾

Khái niệm của Aristoxenus về các thuộc tính và các mối tương quan về giai điệu cơ bản này được nối kết chặt chẽ với

⁽²¹⁾ Việc thể hiện các mối tương quan về độ cao dưới dạng tỷ lệ đủ linh hoạt để mô tả nhiều hình thức hợp âm hoặc các chuỗi vô hướng. Ở thế kỷ 4, Archytas [Ptolemy, *Harm.* 30.9 – 31.18 = Diels và Kranz 1951, i 428.15-37] đã mô tả 3 kiểu “khái quát” riêng biệt, và các mối tương quan này lại khác với “âm nguyên của học thuyết Pitago” của Philolaus (nếu chúng ta chấp nhận đoạn tranh cãi của Nicomachus là xác thực, được thể hiện như là đoạn viết thứ hai của Disk và Kranz 1951, i408.11-410.10) và Plato [Tim 35b-36b] giống như đoạn viết trong Sect.can.props.1920. Các ý kiến khác biệt sau đó được đưa ra bởi Eratosthenes và Didymus. Eratosthenes và Didymus, và với một sự ngại biện gây ấn tượng của Ptolemy: để biết những điều này, hãy xem Ptolemy, *Harm.* 70.5-74.3. Nhưng các nguyên tắc toán học, thậm chí các nguyên tắc toán học của Ptolemy, có thể đương đầu với tương đối ít nhiệm vụ trong lĩnh vực diễn giải. Người ta đã cố gắng giải thích sự khác biệt nhận thức được giữa hòa âm và không hòa âm [ví dụ, Porphyry, *In harm.* 107.15-108.21 = Diels và Kranz 1951, i 429.1-27; Menge 1916, 149.11-24; cf. [Aristotle] *De aud.* 803b26-804a9]. Điều quan trọng hơn là nguyên lý của học thuyết của Archytas về các phương tiện [Porphyry, *In harm.* 93.5-17 = Diels và Kranz 1951, i 435.19-436.13] được một số tác giả duy trì để đưa ra một cơ sở có lý trí để thiết lập các hệ thống được điều phối thật tốt; và sau đó cơ sở đó có thể được sử dụng để giải thích một đặc tính về hợp âm đúng cách, nó phân biệt hợp âm này với các hợp âm không đúng cách – hợp âm đúng cách chứ không phải hợp âm không đúng cách chia quãng tám thành nhiều phần (rõ ràng nhất là Plato, *Tim.* 35b-36b: các nguyên tắc tương tự cũng được vận dụng trong cách phân chia riêng của Archytas). Các tác giả khác tìm ra những nguyên tắc khác để thực hiện cùng một loại công việc. Các nguyên tắc được mô phỏng theo Ptolemy có những đặc tính phát sinh từ việc phản ánh các tính chất đặc biệt của các tỷ lệ siêu đặc biệt [đặc biệt xem *Harm.* i 7], vị trí đặc quyền của các tỷ lệ này đã được nhận thức trước Archytas mặc dù ông đã làm nổi bật nó một cách mỗi mề [cf. *Harm.* i 13]: nhưng chúng không phụ thuộc vào nguyên lý về phương tiện của học thuyết của Archytas, thay vì phụ thuộc vào việc ứng dụng các khái niệm tế nhị và riêng biệt về “tính bình đẳng” của toán học [xem *Harm.* i 7, 15, 16]. Nhưng không có đặc tính cần thiết nào khác của các hệ thống giai điệu khi Aristoxenus nhận dạng ra có thể được giải thích nhờ các cách thức toán học thuần túy. Ptolemy đã thật thà một cách đáng khen về vấn đề này, bất chấp những tham vọng “dựa trên lý trí” được tuyên bố trong *Harm.* i 2. Quan điểm này được trình bày rõ nhất trong *Harm.* i 15, nơi ông phân biệt chính xác “các nguyên tắc lý luận” và “các luận điểm dựa trên nhận thức đã thống nhất”, và nhấn mạnh rằng chúng là các điểm khởi đầu độc lập và cần thiết như nhau cho việc truy gốc các hệ thống hợp âm có trình tự đúng đắn. Để biết khái niệm của riêng Archytas về các mối quan hệ giữa các nguyên tắc toán học và số liệu kinh nghiệm, hãy xem Barker 1989.

cái mà ông gọi là δύνανμις. Ông không đưa ra tính từ tương ứng nhưng chúng ta có thể sử dụng một cách hợp lý “tính từ chức năng” hoặc “tính từ động lực” để mô tả các thuộc tính có liên quan của các nốt nhạc, quãng giữa và các chuỗi. Khái niệm về δύνανμις giai điệu là điểm then chốt của phương pháp mà Aristoxenus tiếp cận đề tài của ông trình bày trong quyển 2 và 3. (Sự thật là khái niệm này không xuất hiện ở quyển 1 tạo nên sự khác biệt rất đáng kể giữa các ý tưởng của khái niệm đó và các ý tưởng của luận thuyết có thể đoán được sau này. (Đây là một đề tài quá lớn không thể khai thác đầy đủ tại đây, nhưng việc phác thảo đề tài này là cần thiết. Đề tài này được tiếp cận tốt nhất là qua các tương phản mà Aristoxenus rút ra được giữa một mặt là δυνάμεις và mặt khác là các đặt tính định lượng thuần khiết của các nốt nhạc và các quãng giữa, đặc biệt là cái mà ông gọi là μεγέθη (độ âm lượng) của các quãng giữa. Một âm thanh có độ cao có thể chiếm chỗ trong một giai điệu đang được nghe thấy, ví dụ, trong tính chất của nốt nhạc được gọi là λιχνός - nghĩa là, nốt nhạc nằm ngay dưới nốt nhạc μέση, đó là trọng điểm chính của hệ thống. Để là λιχνός không cần thiết phải là một âm thanh có một độ cao đặc biệt bất kỳ. Thậm chí nó cũng không phải là một âm thanh đứng trong một quãng giữa có kích thước xác định (μέγεθος) ở phía dưới μέση. Nghĩa là, việc nhận thức một nốt nhạc như là λιχνός không giống như việc nhận thức nó như một nốt nhạc ở một khoảng cách v.v. phía dưới μέση. Nhận thức của chúng ta về chức năng giai điệu của một nốt nhạc, δύνανμις của nó, khác với và thậm chí có thể không bao gồm nhận thức về âm lượng của các quãng giữa ở giữa nó và các nốt nhạc khác: thật ra nốt nhạc λιχνός có thể đứng vững, theo Aristoxenus, ở bất kỳ một quãng nào từ một âm đơn đến một âm đôi (tập hợp) ở dưới μέση. Sự tồn tại như là λιχνός của nó và vì vậy việc phát hiện ra vai trò giai điệu thuần túy của nó chỉ tùy thuộc vào việc nó được tiếp nhận như là một nốt nhạc giữa nó và μέση mà không một

giai điệu của nốt nhạc khác có thể chen vào trong hệ thống đang phổ biến.⁽²²⁾ (Dĩ nhiên, μέση cũng được xác định một cách năng động, và mỗi nốt nhạc khác cũng như vậy trong một hệ thống: tất cả các nốt nhạc đều tồn tại trong các mối tương quan lẫn nhau, các mối tương quan được thiết lập một phần nhờ trình tự chuỗi của chúng, một phần nhờ các mối tương quan trong hòa âm giữa các nốt nhạc cơ bản nào đó và phần khác là nhờ các cách mà theo đó vị trí thật sự của một nốt nhạc, ở trong phạm vi của các hòa âm này, mang theo những mối quan hệ mật thiết để định vị các nốt nhạc khác.)

Lấy một ví dụ khác, một chuỗi nửa cung không được hiểu như là một trình tự của một tập hợp âm lượng trong một quãng đặc biệt nào đó hoặc thậm chí như là sự tách rời các trình tự đó. Một chuỗi nửa cung trên cơ bản phải là một chuỗi được nghe thấy như thể nó có đặc điểm về giai điệu nào đó, mà đó là vấn đề của nhận thức âm nhạc được huấn luyện để nhận biết. Đặc điểm đó được bảo vệ bất kể những tập hợp âm lượng khác nhau không xác định nào mà các quãng giữa của nó có thể có trong những vùng xác định: chính đặc điểm này lập nên δύνωμος của nó như là một hình thức giai điệu, trong đó các ngữ cảnh giai điệu thực tế là đưa nó vào tai nghe [xem 48.15-49.2]. Lại nữa, cái gọi là πυκνόν, về bản chất không phải là một cặp quãng giữa của một cơ như vậy hoặc thậm chí là một cặp quãng giữa có trường độ âm lượng xác định. Thật ra tất cả các πυκνά đều thuộc một trường xác định [50.15-19] nhưng đây không phải là sự việc mà việc định nghĩa chúng như vậy cũng không phải theo đặc điểm đó để nhận biết chúng như là πυκνά. Một πυκνόν phải được xác định như là một cặp quãng giữa mà nó đưa vào nhận thức một đặc điểm âm thanh nào đó [πυκνὸν τιῶς φωνῆς: 48.30], và

⁽²²⁾ Aristoxenus bàn luận và bảo vệ vị trí của mình một cách kỹ lưỡng trong 46.24-50.14.

để có được loại âm thanh đó, không thuộc kích thước này hoặc kích thước kia, mà một *πυκνόν* đóng vai trò năng động của nó trong giai điệu và tác động đến đặc điểm về giai điệu của những gì chúng ta nghe thấy. Ngược lại, 2 quãng giữa có cùng kích thước có thể khác nhau về *δυσωμία* nhờ sự khác biệt về vị trí của chúng trong hệ thống hoặc trong loại hệ thống mà chúng được nghe thấy như thể là phần phụ thuộc [ví dụ, hãy xem 47.29-48.6]: sự khác biệt này sẽ xác định các vai trò giai điệu riêng biệt cho từng quãng giữa và các khả năng khác nhau để tiếp tục từ đó về mặt giai điệu.

Nói chung, nếu chúng ta phân biệt các độ cao âm thanh tuyệt đối trong một chuỗi hoặc giải thích rõ ràng các kích thước quãng giữa ở giữa các độ cao này thì chúng ta không giải thích hoặc phân tích được sự việc là chúng hình thành một loạt giai điệu hoặc chúng có một đặc điểm cụ thể về giai điệu nào đó [xem 40.11-24]. Để nghe thấy độ cao như thể là giai điệu, đây không phải là những đặc tính mà chúng ta chú trọng. Đúng hơn là đặc điểm về giai điệu của chúng phụ thuộc vào cách mà chúng được nghe thấy trong vai trò năng động xác định mà nó hình thành một mô hình bao gồm các mối tương quan hỗ tương đồng nhất, các mối tương quan này chỉ có thể mô tả được bằng các thuật ngữ năng động. Ngôn ngữ của *δυσωμίας* hòa âm không thể được diễn dịch sang thành ngôn ngữ của *μετέθης*. Nhiệm vụ cơ bản của một học sinh hòa âm học là phải học cách nhận dạng các mối tương quan giai điệu mà anh ta nghe thấy theo các chủng loại năng động của chúng, bởi vì nó là *δυσωμία* chứ không phải là *μετέθης*, mà chúng tạo nên các số liệu mà anh ta phải hiểu. Hòa âm học tìm cách đọc rõ hệ thống trong đó các mối tương quan năng động tồn tại; để khai phá các quan hệ mật thiết, cho cấu trúc mà các quan hệ đó tồn tại trong đó, của một nốt nhạc được nghe thấy như là *λιχάνος*, một chuỗi được nghe thấy như là một nửa cung, một cặp quãng giữa được nghe thấy như là

πυκνόν, và v.v.; và để chứng tỏ cách các quan hệ mật thiết này xuất hiện từ một tập hợp ἀρχαί thống nhất mô tả φύσις của giai điệu. Các mối tương quan năng động đó khiến cho những thuộc tính giai điệu cụ thể này có liên đới và phát sinh từ việc tồn tại như là những yếu tố trong φύσις đó, nó được các nhà lý luận thể hiện rõ như là một cấu trúc về mối tương quan được tích hợp một cách có hệ thống.⁽²³⁾

Trong ngữ cảnh mà Aristoxenus khẳng định tính ưu việt của nhận thức, đòi hỏi các ví dụ cá nhân của δυνάμεις mà ông quan tâm đến phải là những vật thể nhận thức. δυνάμεις phải hiện hữu theo kinh nghiệm thông thường về giai điệu và không được chỉ tồn tại như là những khái niệm suy nghĩ hoặc cấu trúc lý thuyết của một nhà khoa học về hòa âm. Hòa âm học nghiên cứu về giai điệu: giai điệu là một thuộc tính chỉ thuộc về âm thanh được nghe thấy và giai điệu nằm trong các mô tả năng động về các loại giai điệu mà tôi đã phác thảo. Điều này nêu ra những vấn đề về 2 loại giai điệu. Loại đầu tiên, có phải việc xác nhận rằng δυνάμεις là những vật thể thuộc về nhận thức là một sự xác nhận thông minh và hợp lý? Và loại thứ hai, có phải Aristoxenus kiên định trong việc bênh vực cho nó? Ít ra là có một đoạn viết ám chỉ một điều khác.

Vấn đề đầu tiên có lẽ là cách biệt với việc mô tả các ý tưởng của Aristoxenus, nhưng nó đáng để lưu tâm trong chốc lát. Người ta có thể tranh luận rằng đặc điểm được nhận thức trực tiếp của âm nhạc phải bị hạn chế ở các đặc tính như độ cao, âm sắc và độ âm lượng, nghĩa là, ở các đặc tính được xác định bởi các quy trình vật lý qua đó nó tác động vào tai nghe. Mô hình rắc rối của các mối tương quan năng động mà Aristoxenus tiếp nhận không thể tồn tại trong sự kiện vật lý

⁽²³⁾ Tính trình tự đáng chú ý (τάξις) của μέλος được làm nổi bật ở 5.23-4: so sánh mô tả của πύσις τοῦ συνεχούς ở 27.17-33. Các tham chiếu đến φύσις, thuộc μέλος và μελωδία và τὸ ἡμωσμένον thường xuyên được lặp lại trong mối tương quan này trong suốt *Harm. elem.*

về tiếp nhận cảm giác và, do đó, *δύναμις* giai điệu của một nốt nhạc – mà nó bao gồm, một cách chính xác, trong vị trí của mình mạng lưới tương quan đó – không thể là một phần trong kinh nghiệm về nhận thức của nó. Các vấn đề lớn được đưa ra từ tranh luận đó không thể được theo đuổi theo bất kỳ chiều nào ở đây. Vì vậy tôi sẽ phải quyết đoán.

Hạn chế của nhận thức trực tiếp về việc hiểu thấu các sự vật tạm gọi là đúng đắn theo từng ý nghĩa, mặc dù có thể tìm thấy dấu vết của nó ở các nhà triết học kiệt xuất như Aristototele, đối với tôi nó có vẻ như không có cơ sở. Chúng nghe thấy các âm thanh như thể chúng đứng trong những mối quan hệ nào đó với nhau và những âm thanh này bao gồm các mối tương quan về quan hệ mật thiết của giai điệu một cách chắc chắn như thể chúng bao gồm các mối tương quan về độ cao và độ lớn: tương tự, chúng ta nhìn thấy các sự vật trong mối tương quan hữu hình, không phải chỉ bằng màu sắc và kích thước, mà còn bằng tính đối xứng và kiểu dáng. Dĩ nhiên, việc chúng ta tiếp nhận các thuộc tính tương quan này là một vấn đề phức tạp và nó sẽ hợp lý khi bỏ qua nhóm từ “nhận thức gián tiếp” để mô tả nó chỉ với điều kiện là mô tả này không phục vụ một cách bí mật để ám chỉ rằng thật sự nó không phải là sự nhận thức. Trong trường hợp các chuỗi âm thanh, nhận thức đó bị ký ức ngăn ngày đặt điều kiện, làm phát sinh một phức hệ mà các mối tương quan được hiểu thấu trong phạm vi đó. Lại nữa, khả năng chúng ta tham gia vào đó có thể được tăng cường và làm cho phức tạp nhờ huấn luyện. Cả hai điều này đều là những chân lý mà Aristoxenus đã trình bày rất rõ ràng và nổi bật về chúng [xem 38.31-39.3, 33.1-26]. Nhưng không có lý do tại sao họ lại công kích hiện trạng về những mối tương quan này như thể chúng vốn gắn liền với những gì được nhận thức. Giai điệu là cái gì đó được nghe thấy; đặc điểm của giai điệu là không phải cái gì đó được thiết lập bằng trí óc và được áp đặt từ bên ngoài các

nguồn nhận thức của chúng ta vào những gì được trao cho chúng ta như là một tập hợp âm thanh có độ cao khác nhau. Để xác nhận điều này sẽ ám chỉ rằng những gì khiến cho cái gì đó trở thành giai điệu là một cấu trúc chỉ có người hiểu biết mới có thể nhận thức rõ, một tập hợp $\nu\eta\tau\alpha\iota\ \alpha\iota\tau\iota\alpha\iota$: phương pháp tiếp cận như vậy của các môn đồ của Plato hoặc Pythagoras là hoàn toàn bí ẩn ở chỗ làm sao chúng ta có thể cho rằng cái gì đó là giai điệu mà không phải trồng cây ít nhất vào công tác đo lường và phân tích toán học hoặc các cuộc điều tra phức tạp về âm nhạc học theo học thuyết của Aristoxenus. Nó cũng không thể giải thích được làm sao những việc khái niệm hóa thuộc học thuyết Aristoxenus hoặc một học thuyết tương tự có thể được nhận biết như là những khớp nối chính xác hoặc thiếu chính xác về những gì mà chính chúng ta trải qua.

Dù chân lý về những vấn đề này có là cái gì đi nữa thì trong quyển 2 và 3 đa phần Aristoxenus đã rõ ràng tham gia vào luận thuyết cho rằng $\delta\upsilon\nu\acute{\alpha}\mu\epsilon\iota\varsigma$ giai điệu thực ra được đưa vào nhận thức và chính việc nghe thấy các âm thanh như thế chúng có liên quan đến các cách “năng động” này mà chúng ta nghe thấy chúng như thể chúng hình thành nên giai điệu. Nhưng một đoạn phủ nhận điều này được viết như sau:

“Công trình nghiên cứu tùy thuộc vào 2 điều, nghe và suy luận. Qua việc nghe, chúng ta đánh giá âm lượng của các quãng giữa và qua suy luận chúng ta nghiên cứu các chức năng của chúng”.

“ $\text{Ἀνάγεται δ' ἡ πραγματεία εἰς δύο, εἰς τε τὴν ἀκοὴν καὶ εἰς τὴν κρίσιν. τῇ μὲν γὰρ ἀκοῇ κρίνομεν τὰ τῶν διαστημάτων μέγεθος, τῇ δὲ διανοίᾳ θεωροῦμεν τὰς τούτων δυνάμεις}”$. [33.4-8: Macran sửa lỗi $\tauούτων$ thành $\tauῶν$ $\phiθόγων$, nhưng không cần thiết].

Điều này ám chỉ là động tác nghe chỉ dò ra các khía cạnh định lượng của các quãng giữa, trong khi mọi hiểu thấu

về δυνάμεις đều nằm trong phạm vi của διαύοια (suy nghĩ thuộc tri thức). Trong tình trạng đó, nếu đó là những gì mà Aristoxenus muốn ám chỉ và nếu bất kỳ mọi thứ treo trên đó theo cách thức của ông thì nó sẽ phá hỏng ngành khoa học của ông ta. Nếu tai nghe có thể chỉ phân biệt μέγεθι quãng thì sẽ không hiểu thấu được bất kỳ một sự khác biệt lớn nào mà người ta cho là nhằm để xác định hình thức của giai điệu. Nhưng tính liên tục trước mắt của đoạn viết của chúng ta không thể giải thích được. Ở 33.32-34.10, người ta cho rằng chúng ta nhận thức được (αισθανόμεθα) các sự vật như vậy như là những khác biệt giữa các loại, các khác biệt giữa các khoảng giữa có cùng kích thước nằm rải rác trong hệ thống, sự khác biệt giữa hai vị trí của một quãng giữa như vậy, nhưng không phải là quãng giữa khác, tạo nên một chuyển giọng; và tất cả những cái này là những khác biệt của δυνάμεις, không phải của μέγεθος hoặc của bất kỳ sự vật này có thể quy ra thành định lượng.

Vì vậy, các câu được trích dẫn có nghĩa gì? Tôi nghĩ rằng câu trả lời đã đủ rõ. Ở đây Aristoxenus không có liên quan gì đến cách thức mà chúng ta nhận biết giai điệu và các mối tương quan của giai điệu một cách chuẩn mực. Ông thảo luận đến các phương sách đặc biệt mà chúng ta phải triển khai để làm phát sinh đặc tính phân tích của ngành khoa học hòa âm (προαγματεία, công trình nghiên cứu). Để nghe được một giai điệu là nghe được các âm thanh trong các mối tương quan năng động nào đó: nhưng để hiểu rõ các mối tương quan này là gì và cách chúng gắn kết với nhau đòi hỏi phải suy nghĩ (διαύοια). Điều đó có vẻ rõ ràng và không thể phản bác được. Mặt khác, chúng ta không nghe thấy cái gì đó như thể một giai điệu bằng cách nghe các nốt nhạc của nó như thể chúng đứng với nhau ở các khoảng cách quãng nào đó. Nhưng có các khoảng cách nào đó mà, thực tế, chúng đứng vững trong bất kỳ một trường hợp đã cho nào; và việc nhận dạng các khoảng

cách này có một vai trò trong việc phân tích hòa âm. Trong tình trạng đó, *đây không phải là cái gì đó có thể được thực hiện bởi διάφοι: để xác nhận là phải thì lại phải rơi vào học thuyết Plato hoặc học thuyết Pythagoras bằng cách cho rằng các mối tương quan về giai điệu đã cho phải có liên quan đến các giá trị định lượng cụ thể vì những lý do về toán học hoặc về trí óc khác.*⁽²⁴⁾ Chúng ta có thể phát hiện ra những mối tương quan định lượng nào đứng vững giữa các nốt nhạc có liên quan về giai điệu thông qua chỉ bằng nhận thức, bằng cách đặt ra một kỹ thuật đo lường thính giác mà nó khiến cho chúng ta tìm thấy được các khối lượng thực tế. Nhưng nó phải được nhấn mạnh – và Aristoxenus đã nhấn mạnh nó liên tục – rằng mặc dù tai có khả năng phân biệt được các định lượng này và mặc dù các kết quả của tai nghe giúp ta thấy rõ các cấu trúc hòa âm mang tính khoa học nhưng chúng không phải là một phần của nhận thức ban đầu về một chuỗi như thể chuỗi giai điệu. Đây là lý luận nguyên một mạch của Aristoxenus:

“Sự thật là việc phân biệt các âm lượng theo nhận thức như thế không phải là một phần (ὁδὸν ἴτι μὲν οὐκ) của sự hiểu biết toàn diện [của μὲν οὐκ] đã được trình bày trong phần khái quát ở đầu, nhưng cũng dễ nhìn thấy từ những gì tôi sẽ trình bày tiếp theo: đối với οὐκ μὲν οὐκ của các chuỗi 4 âm hoặc οὐκ μὲν οὐκ của các nốt nhạc hoặc các khác biệt giữa các loại, hoặc, để nói gọn lại, các khác biệt giữa hợp tử và không hợp tử, hoặc giữa đơn giọng và chuyển giọng, hoặc các kiểu hợp tử giai điệu, hoặc người ta có thể nói bất kỳ gì cái gì khác, không được biết đến thông qua các độ âm lượng như vậy”. [40.11-24]

⁽²⁴⁾ Đặc biệt xem sự tương phản của Aristoxenus giữa Hòa âm học và Hình học [33.10-26] mà hình như ông đã triển khai từ các xem xét giống như những xem xét đã được Aristotle thảo luận trong *An. post.* i 12, *Phys.* ii 2. Luận điểm của Aristoxenus đã được Didymus phân tích, với tư tưởng so sánh này trong đầu, trong Porphyry, *In harm.* 27.17-28.26 (đặc biệt là 28.9-19).

Kiến thức và hiểu biết mà Aristoxenus nói đến phụ thuộc vào các nguyên tắc được trừu tượng hóa từ những gì cần thiết để chúng ta nhận thức đặc điểm của giai điệu của các chuỗi đã cho. Nhận thức về độ âm lượng không đóng góp gì vào sự hiểu biết này. Vì thế, các nhận thức có đóng góp như vậy là những nhận thức định lượng và năng động độc nhất. Nhận thức về các độ âm lượng như vậy, mà chúng ta có thể gọi là nhận thức có tính toán, là một phương cách khoa học cho phép chúng ta nhận dạng theo định lượng các vùng có các thuộc tính năng động trong đó. Bằng cách đó, nó giúp sắp xếp các mối tương quan lẫn nhau của *δυνάμεις*, nhưng nó không khám phá và làm thấy rõ bản chất của các *δυνάμεις* này trong công trình nghiên cứu. Việc nhận thức *δυνάμεις* thuộc về giai điệu và việc nhận thức *μεγέθη* thuộc về quãng là những vận hành hoàn toàn khác nhau.

Chúng ta hãy xem lại ý chính của phần thảo luận này. Để nghe thấy một tập hợp âm thanh như thế nó là một giai điệu nghĩa là nghe thấy các nốt nhạc thiết lập nên nó như thế chúng nằm trong các mối tương quan vốn có về giai điệu nào đó, các mối tương quan của loại mà chúng ta gọi là năng động. Hòa âm học tìm tòi để thấy rõ chính xác bản chất của *δυνάμεις* thuộc về giai điệu và những cách thức theo đó chúng liên kết với nhau, để mô tả đầy đủ cách giải phẫu hệ thống các mối tương quan mà chúng tạo nên và để giải thích rõ các nguyên tắc về hành xử quy định các mối tương quan này. Các nguyên tắc này mô tả bản chất của *μέλος* như thế: các luật đặc biệt và phụ thuộc xuất phát từ các nguyên tắc này như để giải thích trong quyển 3. Nói về phương pháp, các nguyên tắc này được trừu tượng hóa theo quy nạp từ một nghiên cứu cẩn thận về các ví dụ đã được tiếp nhận: chúng phải là những cái mà nhận thức, không chỉ là tri thức trừu tượng, sẽ nhận thấy tính phù hợp và căn cứ của chúng như thế là *ἀρχαί* [44.11-13]. Nói về mặt siêu hình học, đó là bởi vì các nguyên tắc là như

thế, bởi vì bản chất của μέλος là như thế, mà chúng ta nghe thấy các chuỗi nhất định nào đó chứ không phải các cái khác là giai điệu và phân biệt về nhận thức theo cách thức mà chúng ta thực hiện, ví dụ, giữa các loại hình khác nhau. Nó tuân theo thuyết hiện tượng của Aristoxenus, mà nó lấy lý lẽ theo việc ông bám sát vào luật “cùng phạm vi” của Aristotile, đó là không có gì có thể đứng vững như là một ἀρχή và xác nhận ví dụ như là mọi chuỗi giai điệu cần phải có thuộc tính như thế và như thế trừ khi ví dụ về tính vốn có của thuộc tính đó trong một chuỗi có thể nhận ra như thế qua nhận thức. Hơn thế nữa, nó phải có thể nhận ra được như thế nhờ nhận thức về *giai điệu*, không chỉ bằng loại nhận thức mà tôi đã gọi là nhận thức bằng tính toán: nó phải có thể nhận ra được như một trong các thuộc tính mà chúng ta phân biệt trong khi nghe cái gì đó như thế là một giai điệu.

Trong tình trạng đó, các thuộc tính này, như tôi đã lập lại một cách mệt mỏi, là các thuộc tính năng động: chúng không phải là, như thế, các đặc tính định lượng của các quãng giữa. Ví dụ, Để nghe thấy giai điệu, chúng ta có thể nghe thấy, một chuỗi thể hiện đặc điểm của πικρόν trùng âm: và việc nghe thấy không có nhiệm vụ lưu ý rằng mỗi quãng giữa thành phần của nó kéo dài qua chính xác là $1/4$ âm. Thực ra, như Aristoxenus đã nhấn mạnh, các quãng giữa phụ có thể không phải luôn luôn có kích thích như vậy: đặc điểm trùng âm tập trung sự chú ý được bảo tồn với điều kiện là cặp quãng giữa nằm trong vùng biến động định lượng nào đó. Âm $\frac{1}{2}$ πικρόν, được chia thành 2 âm $1/4$, đơn thuần là thuyết minh ưu đãi về chuỗi trùng âm này [ví dụ, xem 49.10-21].

Hiển nhiên là có thể rút ra kết luận rằng mối tương quan giữa các đặc tính định lượng được nhận thức của một chuỗi và các đặc tính giai điệu của nó hoàn toàn là ngẫu nhiên. Ngoài ra, nếu các thuộc tính về giai điệu không được hình thành hoặc không suy ra từ các thuộc tính định lượng

thì theo luật “cùng phạm vi”, các thuộc tính định lượng rõ ràng là không được đề cập trong bất kỳ một loại định đề nào đúng đắn đối với khoa học – không phải trong các phát biểu quan sát mà từ đó ἀρχαί được trừu tượng hóa theo quy nạp, hoặc trong chính ἀρχαί, không phải trong các định đề hoặc các kết luận của những giải thích rõ ràng. Trong trường hợp đó, các đánh giá và các phát biểu về độ âm lượng có vẻ không có chỗ trong khoa học. Tuy nhiên, sự thật là chúng tái xuất hiện liên tục trong đoạn viết thực tế của Aristoxenus. Các định đề đó có thể đóng vai trò gì?

Chúng ta sẽ xem ông luận bàn về chúng chi tiết hơn một chút trong chốc lát. Nhưng, trước tiên, chúng ta phải xem xét tóm lược một mẹo hứa hẹn sẽ đưa ra một hướng đi giữa các định đề năng động và các định đề định lượng, một cách để thể hiện rằng cuối cùng chúng có mối tương quan về cơ bản và không đơn thuần là ngẫu nhiên. Tôi đã cố làm cho mẹo này có ý nghĩa ở nơi khác [Barker 1984, đặc biệt là 52-62], nhưng tôi càng gia tăng ngờ vực về sự ủy nhiệm của nó. Nó cố gắng nhiều để thuyết phục chúng ta rằng thậm chí nếu một số lời xác nhận của Aristoxenus về âm lượng là bất thường một cách có phương pháp thì vẫn còn lại nhiều cái có thể phù hợp một cách dễ hiểu đối với ngành khoa học của ông. Chúng ta hãy đặt giả thiết 2 vấn đề là: (a) các mối tương quan của hòa âm và không hòa âm có chức năng hoặc giai điệu phù hợp (tôi nghĩ rằng điều đó không có gì là tương phản); và (b) mặc dù sự nhận thức về giai điệu không nhận dạng được các độ âm lượng như vậy nhưng nó vẫn có những mối tương quan trong phạm vi của nó “lớn hơn”, “nhỏ hơn” và “bằng” như đã áp dụng cho các quãng giữa.

Các giả thiết này sẽ đưa chúng ta đi một quãng xa đáng ngạc nhiên. Tôi sẽ không mô tả con đường này chi tiết. Nhưng (i) chúng cho phép chúng ta phân biệt được 3 hòa âm chính, quãng tám như thể hòa âm chính nhỏ thứ ba, quãng

năm như thể hòa âm chính nhỏ thứ hai và quãng bốn như thể hòa âm chính nhỏ nhất được tiếp nhận; hơn nữa, (ii) chúng cho phép chúng ta nhận dạng quãng tám như là tổng của quãng bốn và quãng năm; và (iii) để lưu ý đến quãng giữa nhờ đó quãng năm vượt qua quãng bốn và nó được gọi là *τόνος* hoặc âm. Cuối cùng, (iv) Aristoxenus đưa ra một phương pháp [*Harm. elem.* 55.8-58.5: cf. Euclid (?), *Sectio can.* prop. 17], tiến hành thông qua việc lập nên các quãng bốn và quãng năm hòa âm, để xác định kích thước của quãng bốn tương đối với âm (nó được cho chính xác là $2^{1/2}$ âm); và theo các bước xa hơn và tương tự, chúng ta có thể ấn định các độ âm lượng được đo bằng âm cho tất cả các quãng giữa $\frac{1}{2}$ âm hoặc các bội số của nó.

Các định đề liên kết hiện tượng giai điệu với các chuỗi có liên quan đến quãng giữa khác với những cái này vẫn không có quy tắc. Nhưng hình như chúng ta đã đạt được một *cái gì đó*, vì chúng ta đã thiết lập được các liên kết thuộc loại có sắp đặt giữa một mặt là các thuộc tính giai điệu và mặt khác là các độ âm lượng; ví dụ, nếu một quãng giữa được biểu lộ trước nhận thức như là một ví dụ về hòa âm nhỏ nhất có thể nhận thức được thì nhận thức có “tính toán” sẽ đánh giá quãng giữa như thể kéo dài thành $2^{1/2}$ âm. Cuối cùng, một số định đề định lượng có thể xuất phát từ các định đề chức năng.

Nhưng kết luận xoa dịu này không thể đứng vững được bởi vì nó dựa trên giả thiết mà hiện trạng phương pháp luận của nó lại đang còn phải bàn cãi. Giả thiết này được Aristoxenus làm rõ tại 55.3-11: đoạn viết này cho rằng độ âm lượng của từng loại hòa âm được nhận biết, mặc dù không phải là độ âm lượng của từng loại hòa âm, cố định và xác định, hoặc gần như vậy để không có sự khác biệt. Nghĩa là, có thể có một số biến động về kích thước của quãng giữa có khả năng thuyết minh một loại tương quan không hòa âm đã cho và được nhận biết, nhưng tương quan hòa âm đã cho có

thể được thuyết minh trong một quãng giữa có duy nhất một kích thước hoặc cái gì đó thực ra là rất gần với nó.

Việc phát triển các hệ thống điều chỉnh được làm cho ôn hòa một cách gượng gạo vì thế kỷ 16 mạnh mẽ cho rằng định đề này là sai.⁽²⁵⁾ Nhưng chúng ta hãy cho rằng điều đó là chân lý và chúng có thể kiểm tra chân lý này dựa trên kinh nghiệm của chúng ta. Vấn đề là nếu nó là chân lý thì có vẻ như nó là chân lý của một loại ngẫu nhiên hoàn toàn. Điều ẩn giấu trong nhận thức của chúng ta về cái gì đó như là hòa âm đó là hòa âm này không chấp nhận biến đổi trong độ âm lượng, chắc chắn, Aristoxenus đã không cho là như vậy: phát biểu của ông về định đề này:

“ἐπεὶ δὲ τῶν διαστηματικῶν μεγεθῶν τὰ μὲν τῶν συμφώνων ἥτοι ὅλως οὐκ ἔχειν δοκεῖ τόπον ἀλλ’ ἐνὶ μεγέθει ὥρισται” [55.3-6].

Dễ nhận thấy chỉ là gợi ý – nó không phải là loại chân lý tất yếu. Sự thật được công nhận có thể được kiểm tra qua kinh nghiệm, nhưng kinh nghiệm đó được bày tỏ không cứ là chỉ từ các thuộc tính giai điệu như thế.

Aristoxenus đã đương đầu với một tình thế khó xử. Các định đề về âm, nửa âm và v.v. thật sự có liên quan đến các âm lượng xác định (trong trường hợp đó chúng không có mối tương quan cần thiết với những nhận thức của chúng ta và các nhận thức về hiện tượng giai điệu như vậy) hoặc chúng là những nhóm chữ viết nhanh về những mối tương quan đúng là giai điệu (trong trường hợp đó chúng chỉ giả vờ nói điều gì đó về các khoảng cách xác định của quãng). Thậm chí trong các trường hợp thuận lợi nhất này, nỗ lực thiết lập một cấu nối cần phải có giữa các định đề chức năng và định đề định lượng phải đầu hàng.

⁽²⁵⁾ Các vấn đề dẫn đến việc phát triển các hệ thống được làm cho ôn hòa và các tranh cãi về lý thuyết xung quanh các vấn đề này được mô tả một cách rõ ràng và sinh động trong Walker 1978.

Các định đề định lượng trong tác phẩm của Aristoxenus trong nhiều vai trò khác nhau, nhưng nhiệm vụ của chúng chủ yếu là thiết lập các mối tương quan với nhau giữa các thuộc tính giai điệu cụ thể và các độ âm lượng đặc biệt hoặc các trường cường độ. Đây chính là điều mà các nguyên tắc của Aristoxenus có vẻ đã gây nên sự nghi ngờ về phương pháp luận. Trước khi chúng ta theo đuổi vấn đề này sâu hơn, có 3 điểm sơ khởi cần phải nhấn mạnh. Điểm thứ nhất, vấn đề không phải là (hoặc không chỉ là) các định đề định lượng không thể được giải thích từ các định đề chức năng hoặc ngược lại. Việc thiết lập các mối tương quan với nhau giữa chúng theo quy nạp hoàn toàn nằm trong quy luật, như Aristoxenus dường như thường thực hiện. Vấn đề là những thông tin cần thiết về các âm lượng được rút ra từ các quan sát không nhất thiết phải liên quan đến giai điệu: chúng giới thiệu các sự việc được rút ra từ một phạm vi khác.

Điểm thứ hai, ở đây chúng ta không quan tâm đến các âm lượng có vấn đề bởi vì chúng không được đưa ra trước kinh nghiệm về nhận thức: chúng không phải là những tỷ lệ rung tương đối hoặc bất kỳ một cái gì như vậy. Chúng được nghe thấy và được nhận dạng nhờ tai, nhưng không phải là các thuộc tính về giai điệu trên thực chất. Các mối tương quan định lượng không bao giờ là những cái mà một tập hợp nốt nhạc được nhận thức như thể đứng vững trong một mối tương quan nào đó như vậy được nhận thức như thể tạo nên ý nghĩa cho giai điệu hoặc ý nghĩa cho một loại giai điệu cụ thể nào đó.

Điểm thứ ba, tôi phải nhấn mạnh sự việc là Aristoxenus triển khai các định đề định lượng khác xa với việc tình cờ triển khai những gì ông đang làm. Các tuyên bố mà tôi đã gần đi đến mức độ hiểu được chúng về tính trọng tâm của $\delta\upsilon\sigma\kappa\alpha\mu\iota\varsigma$ và tính không phù hợp của $\mu\epsilon\gamma\epsilon\theta\eta$ có thể được minh họa bằng một số đoạn viết từ khoảng giữa quyển 2 trở đi. Song, đây không phải là cái mà chúng ta hy vọng từ cách

thức khởi đầu của quyển 2, sau một đoạn giới thiệu ngắn và không mạch lạc: ở đây Aristoxenus có vẻ đi trệch hướng để nhấn mạnh rằng các đánh giá về định lượng của tai nghe mang tính quyết định ra sao đối với sự sắp đặt của khoa học và việc huấn luyện cho sinh viên thực hiện đánh giá chính xác là quan trọng thế nào.

Do đó, trong đoạn viết bắt đầu từ 32.18, chúng ta tìm thấy những nhận xét gay gắt về những người cố gắng theo đuổi từ αἰτίαι ngoài đến vùng đó (được mô tả như là ἀλλοτριολογούντες và ἀλλοτριωτάτους λέγουσιν λέγοντες), và về những người khác thờ ơ trước nhu cầu cần ἀπόδειξις đúng cách. Ngược lại, Aristoxenus sẽ chấp nhận ἀρχαί cho các chứng minh của mình mà chúng đều là φαίνόμενοι τοῖς ἐμπείροις μουσικῆς. Căn cứ vào tất cả những điều tôi đã trình bày, chúng ta sẽ ngạc nhiên khi thấy là μετέθη được nhấn mạnh nhiều ở đây. Tuy thế, ông tiếp tục ngay, trong một đoạn viết khác mà chúng ta đã xem xét, với xác nhận rằng việc thực tiễn khoa học tùy thuộc vào 2 điều, ἀκοή và διάνοια: ông cho rằng thông qua ἀκοή chúng ta đánh giá (κρίνομεν) âm lượng của các quãng giữa và thông qua διάνοια, chúng ta hiểu rõ (θεωροῦμεν) δυνάμεις của chúng. Tôi đã tranh luận rằng điều này không ám chỉ rằng nhận thức không thể hiểu nổi δυνάμεις, việc nghe thấy các thuộc tính giai điệu của một chuỗi không liên quan gì đến việc nghe như thể các âm lượng thuyết minh về nó: nhưng đơn giản là nó giao một vai trò chủ yếu nào đó trong ngành khoa học hòa âm, nếu không phải là việc nghe nhạc bình thường, cho việc nhận dạng μετέθη. Bằng cách ví dụ một vai trò có đánh giá như vậy, chúng ta có thể lấy lời nhận xét của ông, dài một trang hoặc hơn ở phần sau [35.10-17], cho mục đích là các bậc tiền bối của ông đã thờ ơ trước nhiệm vụ nhận dạng điểm bắt đầu các phần nửa cung của chuỗi 4 âm và kết thúc các phần nửa cung của hòa âm. Nhiệm vụ này sẽ không có ý nghĩa gì trừ khi chọn ra *âm lượng* của πυκνόν nhỏ

nhất của nửa cung, là nhiệm vụ mà thực ra Aristoxenus đã thực hiện [xem 50.25-51.1].

Chúng ta không thể giải quyết vấn đề này bằng cách tranh luận rằng Aristoxenus đã thay đổi ý kiến nửa đường qua quyển 2. Các định đề liên quan đến các độ âm lượng tiếp tục xuất hiện khắp quyển đó và trong quyển 3. Tôi đã tranh luận [Barker 1984, đặc biệt 62] rằng hình thức định lượng của nhiều định đề trong quyển 3 có thể lấy làm *ví dụ* và nội dung của chúng được hiểu lại theo chức năng, nhưng thậm chí là như vậy thì vẫn còn khó khăn. Vào cuối quyển thứ 3, khi lạc đề lâu và cẩu kính, ông đã tranh cãi rằng [68.13-69.28] ngành khoa học hòa âm trước tiên phải liên quan đến *δυναμεις*, chứ không phải là *μεγεθη*, bởi vì các mục tiêu của nó phải được xác định.⁽²⁶⁾ Theo nghĩa này, *δυναμεις* xác định và *μεγεθη* thì không: nghĩa là, có một tập hợp mối tương quan năng động độc nhất, nhưng không phải là một tập hợp mối tương quan định lượng, qua đó một loại hiện tượng về giai điệu bất kỳ đã cho phải được xác định. Nhưng gần như trong cùng một cách [69.22-28], ông rút ra kết luận rằng những chuỗi quãng giữa liên tục có giai điệu phải được nhận dạng mỗi lần chỉ một *χρονος*; và lời xác nhận đó chỉ có nghĩa nếu việc nhận dạng được nhận thức theo định lượng. Các thuộc tính năng động mà ông có trong đầu phổ cập đối với các chuỗi trong nhiều *χρονος*: thực ra đó là lý do tại sao chúng xác định, trong đó các quy định chung và xác định liên quan đến chúng có thể được hình thành. Chính độ âm lượng của các quãng giữa thuyết minh về các thuộc tính năng động đó thay đổi từ *χρονος* đến *χρονος* và không thể xác định được đối với tất cả, hoặc đối nhiều cái, ngay lập tức.

⁽²⁶⁾ Việc nhấn mạnh vào tính xác định của vật thể theo quan niệm khoa học và các thuật ngữ mà qua đó cuộc tranh cãi này được diễn tả có thể lập lại với Plato, *Phil.* 16c-17e: các mối tương quan giữa luận thuyết của Aristoxenus và *Philebus* được thảo luận trong Kucharski 1959. Nhưng nguồn trước mắt ở đây có thể là Aristototele, đặc biệt là *An. post.* 86a3-7.

Không kể những gì tôi đã trình bày ở trên, các định đề định lượng không thể rút gọn được ghi sâu vào trong luận thuyết như các định đề năng động. Rõ ràng, chúng mô tả 2 lĩnh vực kinh nghiệm về nhận thức khác nhau. Trong tình trạng đó, các cách mà theo đó các hòa âm có thể tiếp cận các phạm vi này không song song nhau. Trước tiên, chúng ta hãy xem xét chúng riêng rẽ và sau đó là trong mối tương quan với nhau.

Trước nhất, *δυνάμεις* là các vật thể thuộc nhận thức về giai điệu. Bằng cách suy nghĩ về chúng, chúng ta theo đuổi các định nghĩa của *δυνάμεις* và các luật lệ chi phối các mối tương quan của chúng theo cách quy nạp.

Thứ hai, đánh giá về định lượng của các quãng giữa cũng được đưa ra từ tai nghe. Nhưng nhận thức về các âm lượng quãng không thực như kinh nghiệm của chúng ta về giai điệu hoặc hình thức giai điệu. Vì thế, không có luật lệ về chuỗi giai điệu hoặc cái tương tự mà có thể chỉ bắt nguồn (theo quy nạp hoặc theo cách khác) từ các nhận thức được hồi ức về chuỗi *μεγέθη*. Việc nghe thấy mang tính định lượng như vậy không phân biệt được hòa âm với không hòa âm chút nào cả.

Nhưng thứ ba, điều mà Aristoxenus suy nghĩ hình như chúng ta có thể làm được đó là thiết lập, theo quy nạp, các mối tương quan giữa tương quan năng động cụ thể với tương quan định lượng trong đó chúng được thuyết minh bằng vật chất. Sự việc có thể hóa ra là, và thực ra là đúng như vậy, một mối tương quan năng động đã cho có thể chỉ xuất hiện trong các nốt nhạc đúng cách nhau trong trường độ âm lượng xác định: song không có cái gì trong các mối tương quan năng động này bảo đảm rằng sự việc phải như thế.

Sau đó, nếu chúng ta có thể lập nên các luật lệ khổng chế các mối tương quan như vậy thì chúng có vị trí như thế nào trong khoa học? Chúng không hình thành nên phần nào trong định nghĩa về bản chất hoặc φύσις của giai điệu: chúng không

phải là ἀρχαί đúng dẫn đối với khoa học hoặc là các định đề có khả năng xuất phát theo quy nạp từ ἀρχαί, chính xác là vì chúng dùng để kéo dài khoảng trống giữa một vùng, là một "loại" có kinh nghiệm, với một vùng khác. Chúng ta có thể gọi chúng một cách thích hợp là các luật cầu nối nhưng đó chỉ là một cái tên: không được phép che giấu sự thật là chính Aristoxenus không có thuật ngữ tương đương, chúng không tạo ra tính bất thường khó chịu trên bề mặt bằng phẳng của cấu trúc khoa học như ông tiếp nhận nó.

Tôi nghĩ rằng có một số dấu hiệu nhỏ cho thấy rằng chính Aristoxenus chỉ biết có phân nửa về sự phân biệt giữa ἀρχαί đúng dẫn với các mệnh đề mà tôi gọi là luật cầu nối. Ông không trình bày nó rõ ràng; nhưng ngôn ngữ mà ông dùng để diễn tả các định đề về 2 loại có một cái gì đó động viên niềm tin rằng ông đã tiếp cận chúng với những tâm trạng hơi khác, dù ông có biết tại sao hay là không. Nếu thực sự việc phân biệt tác động lên cách diễn tả của ông thì chúng ta hy vọng nó sẽ xuất hiện rõ nhất trong cách ông xử lý các khái niệm đó như là một điều cần thiết và sự nối kết cần thiết. Chúng ta tiên đoán rằng các thuật ngữ tính cần thiết sẽ xuất hiện trong các định đề đương đầu với các mối tương quan giữa συνάμειος thuộc giai điệu nhưng chúng sẽ vắng mặt hoặc được sửa đổi trong các συνάμειος và μετέθεσις có mối tương quan với nhau. Thật không may, việc khảo sát các trường hợp không đưa đến các kết quả rõ ràng và tôi hơi chú trọng đến các thống kê được báo cáo dưới đây. Trong nhiều trường hợp, các định đề có liên quan chỉ được giới thiệu bằng các động từ trình bày không có tác dụng làm rõ. Trong các trường hợp khác, có thể có tranh cãi về loại - cầu nối vùng hoặc năng động thuần túy - mà trong đó chứa một định đề đã cho: các khác biệt không phải lúc nào cũng rõ ràng như những nhận xét của tôi đã ám chỉ. Vì tôi không muốn quá nhấn mạnh đến tầm quan trọng của những phát hiện của mình nên tôi sẽ trình bày chúng rất ngắn gọn.

Trước tiên, chúng ta có thể tiên đoán rằng việc sử dụng động từ συµβαίνειν cho thấy điều gì đó kém mức cần thiết thuần chủng. Có hơn 29 sự kiện trong quyển 2-3, trong đó 5 sự kiện thất thường và không có liên quan. Trong số các sự kiện còn lại, tôi hiểu rằng 19 sự kiện như thể mô tả các mối tương quan giữa μετέθη và δυνάμεις. Chỉ có 3 liên kết cần thiết liên quan rõ ràng giữa các thuộc tính năng động: 2 liên kết thật đáng ngờ.

Trở lại với các chữ diễn đạt mức độ cần thiết một cách rõ ràng nhất, ἀνάγκη và ἀναγκαιός, các chữ này xuất hiện 26 lần. Có 10 trường hợp không có liên quan (3 trường hợp hoàn toàn không chính thức, 2 trường hợp về toán học và 5 trường hợp mô tả các mối tương quan về lô-gíc). Không có trường hợp nào nối kết rõ ràng μετέθη với δυνάμεις, mặc dù một trường hợp có thể được coi là đáng ngờ. 15 trường hợp có vẻ như chỉ rõ ra các mối tương quan giữa chính các δυνάμεις.

Các kết quả này có vẻ rõ ràng, nhưng số lượng lời giải thích sau lưng chúng nhiều đến độ chúng phải được xử lý bằng một sự cẩn trọng hết sức. Tuy nhiên, chúng hỗ trợ với một ít lưỡng lự và có điều kiện cho giả thuyết là Aristoxenus không phải là không biết gì hết về sự phân biệt mà tôi đã thực hiện. Tuy nhiên, việc lưu ý đến sự phân biệt này không phải để trả lời cho câu hỏi các luật cầu nối vùng được làm cho phù hợp một cách êm ả với hành động táo bạo của Aristoxenus như thế nào: vấn đề này được mô tả lại hơn là bị loại bỏ.

Nhưng có lẽ chúng ta có thể nhận được nhiều sự giúp đỡ từ Aristotle hơn là từ khả năng hiểu nhanh không được giúp đỡ của chính chúng ta. Các vấn đề mà chúng ta đã gặp phải với Aristoxenus bị che giấu, tôi đề nghị rằng theo quan điểm xác thật của các môn đồ của Aristotle về mối tương quan của sự việc sẽ hình thành; và 2 chủng loại chính của Aristoxenus, đó là định lượng và năng động, có vẻ như kêu gọi sự trình bày dưới đầu đề của học thuyết của Aristotle.

Vì thế, giai điệu, được định nghĩa một cách năng động, rõ ràng là một thực chất nghi thức. Là như vậy, nó đòi hỏi loại sự việc cụ thể để thuyết minh và điều này phải là sự chuyển động của giọng nói với kích thước của độ cao. (Aristides Quintilianus đã mô tả một cách hữu ích κινήσις φωνῆς như thể là ὕλη μουσικῆς [*De mus.* 108.18].) Ngoài ra, hóa ra là các loại chuỗi giai điệu đặc biệt bất kỳ đòi hỏi phải thuyết minh một tập hợp âm lượng trong một trường xác định nào đó ở kích cỡ này, nếu không phải là những loại chuỗi được cố định độc nhất ở những giá trị xác định. Nhưng việc Aristoxenus buông ra những nhận xét về δυνάμεις rõ ràng là *việc định nghĩa* một loại chuỗi giai điệu như vậy không liên quan đến bất kỳ một ám chỉ nào về các âm lượng mà chúng là “vật chất” của định nghĩa đó - dĩ nhiên, nó không phủ nhận quan điểm của học thuyết Aristototele rằng có một số loại sự vật đòi hỏi phải sự ám chỉ như vậy trong định nghĩa [ví dụ, xem *Meta.* viii 2-3]. Phát biểu hay nhất về loại tương quan đó, có thể được nhận thức như thể nó có giá trị giữa các bản chất của giai điệu và μέγεθος phù hợp, có lẽ là lời giải thích của Aristototele về các mối tương quan giữa hình thức và vật chất trong *Phys.* ii 9. Việc tồn tại vật chất thích hợp là cần thiết để thuyết minh cho một hình thức đã cho nhưng chưa đủ đối với nó, thậm chí đối với một phần hoặc một khía cạnh của nó.

Nhưng việc cần thiết này thuộc thể loại gì? Bất cứ giá nào, nó không phải là loại nhận thức có thể được phô bày qua các mối tương quan lô-gíc về việc chứng minh tính xác thực: ít ra, Aristoxenus không thể xem nó như là như vậy, dù bất kỳ điều gì có thể đúng về Aristototele. Đó là một loại vật chất, thậm chí là sự cần thiết ngẫu nhiên. Nhưng điều đó có nghĩa gì?

Vấn đề mà một sự vật thuộc loại vật chất xác định được hình thành từ đó là một ví dụ về một thể loại mà chỉ nói về tiềm năng. Nhưng mặc dù nó chỉ là tiềm năng, việc nó thuộc loại sự vật đó nói về tiềm năng tách nó ra khỏi vật chất của

những tính đa dạng khác hoặc trong các loại sắp xếp khác. Không phải bất kỳ một loại tổ hợp vật chất nào cũng có thể là một cái cây hoặc một con chim hoặc một cơn bão có sấm sét: có một tính tất yếu nào đó quy định trên thực tế chỉ loại vật chất này về tiềm năng mới là loại sự vật kia.

Chúng ta hãy xem xét, ngắn gọn và theo trường phái ấn tượng, cách xử lý mối tương quan này trong suy nghĩ của Aristototele về các sinh vật. Một cơ thể của sinh vật, được nhận thức theo vật chất, về tiềm năng là một sinh vật: việc nó thật sự là một sinh vật sống, việc nó sở hữu linh hồn, đều là “sự hiện thực hóa thích hợp của một cơ thể chứa các cơ quan”. Một nhà nghiên cứu về cơ thể, là người nghiên cứu các hoạt động mà chỉ có những sự vật sống mới có, có thể chọn cách nghiên cứu chúng bằng trừu tượng, trong bản chất và các mối tương quan của chúng với nhau. Ví dụ, việc người này phân tích cảm giác có thể làm nổi bật sự việc cho rằng đó là việc nhận thức hình thức không có vật chất, các ý thức khác nhau của người tiếp nhận không phải là những người tiếp nhận độc lập, cảm giác là một tiền điều kiện của *φαντασία* và *φαντασία* về suy nghĩ, và v.v.⁽²⁷⁾ Nhưng công tác nghiên cứu của ông sẽ không hoàn chỉnh nếu nó không xét đến các điều kiện vật chất có khả năng có cảm giác, không hỏi xem các cơ quan nào cần để nhìn, nghe và nghỉ ngơi, và không xem xét các thành phần vật chất nào mà chúng cần. Không có sinh vật nào có thể nhìn thấy nếu nó thiếu mắt và không có cái gì có thể là mắt được trừ khi nó thực hiện các điều kiện vật chất nào đó *không kể những điều kiện khác*.

Trong những trường hợp như thế này, chúng ta lại phải đương đầu với một loại điều cần thiết tự nhiên mà không thể được mô tả đúng đắn như là một điều cần thiết về lô-gíc, dĩ

⁽²⁷⁾ Dĩ nhiên, tất cả các ví dụ này đều được trích ra từ *De an.* ii-iii.

nhiên trừ khi lời giải thích về vật chất của thực thể có liên quan về thực chất đến việc xác định bản chất của nó cùng với việc xác nhận hình thức của nó. Chúng ta đã chú ý thấy rằng Aristototele đã nhận ra những trường hợp trong đó đáp ứng được điều kiện cuối cùng của ông, nhưng trong các điều kiện thuộc loại mà chúng ta đang đương đầu ở đây, khả năng đó không hữu dụng. Không nghi ngờ gì nữa rằng chúng ta chỉ có thể đặt điều kiện rằng một xác nhận về thành phần vật chất của một phải nằm trong cái mà chúng ta chuẩn bị gọi là định nghĩa hoàn chỉnh của nó. Tương tự, chúng ta có thể quyết định bao hàm $\lambda\iota\chi\alpha\nu\acute{o}\varsigma$ nốt nhạc trong định nghĩa, cùng với các thuộc tính về hình thức và năng động của nó, một xác nhận về các trường độ âm lượng mà $\lambda\iota\chi\alpha\nu\acute{o}\varsigma$ phải nằm trong đó trong mỗi tương quan với các nốt nhạc khác để có thể đóng các vai trò về giai điệu mà các thuộc tính năng động nhận dạng ra. Nhưng vấn đề này chỉ bị che giấu đi: sự xác định này sẽ chỉ đặt 2 loại mô tả bên nhau mà không biểu lộ được làm thế nào mà loại được xác định như vậy lại là *một* loại, chứ không phải hai loại mà các ví dụ của chúng chỉ tình cờ trùng khớp hoặc chồng lấn [ví dụ, xem *An. post.* 87a38-b4].⁽²⁸⁾

Vậy thì nỗi khó khăn của Aristoxenus có thể được trình bày bằng các thuật ngữ của học thuyết của Aristototele; và nếu nó đe dọa tính mạch lạc của công tác khó khăn của ông thì tương tự các công trình nghiên cứu khoa học về sinh học của

⁽²⁸⁾ Lennox [1986, 34] nêu lên vấn đề này một cách rõ ràng:

Vấn đề mà nó đưa ra một lời xác nhận thuần túy về chức năng của (ví dụ) con người là nó tạo một ẩn tượng là tính cơ linh hồn của con người có liên quan đến cơ thể của họ. Nhưng đây là một ẩn tượng sai - con người là một động vật thuộc một thể loại nào đó, một sinh vật có nhận thức cụ thể, cần có những bộ phận có cấu trúc chính xác để thực hiện chức năng một cách đúng đắn. Các hoạt động về tâm lý và vật lý đơn giản là việc nhận thức thực tế cấu trúc cơ thể cụ thể của con người.

Nhưng câu trích dẫn cuối cùng không phải là kết luận cho khó khăn mà tôi đang đề cập, nó chỉ là một cách diễn đạt khác mà thôi. Theo quan điểm về phương pháp khoa học, cái gì có thể chứng tỏ chân lý của lời tuyên bố đó?

chính Arixtotle và ở nơi khác phải gặp rủi ro. Tất cả đều rất ổn khi Arixtotle cho rằng nhà khoa học tự nhiên phải xem bản chất của sự vật như thể nó bao gồm vật chất của sự vật đó cũng như là hình thức của nó, mặc dù hình thức quan trọng hơn; hoặc mối tương quan giữa vật chất và hình thức thì như thể hình thức là bản chất và tận cùng trong khi vật chất là những gì cần thiết nếu phải đạt đến tận cùng [xem *Phys.* ii 1 và 9]. Sự việc còn lại là điều cần thiết này không thể là một vật chất lô-gíc và mối tương quan giữa hình thức và các điều kiện vật chất không thể là đối tượng của ἀπόδειξις về khoa học. Aristoxenus được thoải mái xem δυνάμεις của ông như là một mối hỗ tương của các bản chất về hình thức theo học thuyết của Arixtotle và xem μετέθεη của ông như là một mối hỗ tương về vật chất. Do đó, ông có thể bênh vực luận điểm của mình cho rằng không có một đóng góp nào vào quan điểm về bản chất của μέγεθος được thực hiện bằng việc hiểu thấu các độ âm lượng của quãng về nhận thức. Tương đương, bởi vì ngành khoa học của ông là việc nghiên cứu về một thể loại gồm những điều có thể nhận thức được, không phải là những đối tượng trừu tượng hoặc để hiểu một cách thuần túy, việc nghiên cứu này sẽ không hoàn chỉnh nếu nó không bàn luận về ὕλη cần phải có để thuyết minh về bản chất này một cách khái quát (nơi mà nó là κινήσις φωνῆς κατὰ τόπον) và cần phải có cho từng loại thuộc tính năng động mà một chuỗi giai điệu có thể phô bày ra như thế (nơi mà nó là một trường độ âm lượng hoặc khoảng cách trong τόπον mà trong đó giọng nói có thể chuyển động). Bản chất và điều kiện vật chất, δυνάμεις và μετέθεη, có thể có tương quan với nhau theo một cách thức giống như luật lệ bằng việc khái quát hóa theo quy nạp từ kinh nghiệm. Lỗi buộc tội cho rằng quy trình này phá vỡ luật “cùng phạm vi” hoặc đơn giản hơn là chỉ đặt kết quả của hai chương trình khoa học khác biệt bên cạnh nhau mà không có một điều chỉnh chỉ định, có thể được đáp ứng nếu và chỉ nếu khi cuối cùng δυνάμεις và μετέθεη không phải là hai thể loại (γένη),

những trú thể ở hai phạm vi khác nhau, mà là các khía cạnh bổ sung của chỉ một thể loại. Sau cùng, việc nghiên cứu về cơ và xương có vẻ như nằm trong cùng một ngành khoa học như việc nghiên cứu chuyển động của động vật; tương tự đối với vật chất và hình thức của các vật thể tự nhiên thuộc bất kỳ loại nào mà chúng là chủ đề của một chương trình nghiên cứu chặt chẽ. Nếu đây là đường mà chúng ta phải đi thì không còn nghi ngờ rằng kết quả sẽ thuộc học thuyết của Aristototele; nhưng đây là con đường dẫn đến nhiều khó khăn hơn. Luật “cùng phạm vi”, mà Aristoxenus đã bám rất chắc vào, không còn là một huấn thị rõ ràng và hợp lý như nó đã có vẻ như vậy. Trong trường hợp phạm vi, điểm tương tự là gì?⁽²⁹⁾

3. Bản chất và lịch sử

Thật dễ buộc tội Aristoxenus về việc trình bày định kiến của ông dưới vỏ bọc khoa học. Kiến thức bảo thủ của ông rất nổi tiếng; trong việc nhấn mạnh rằng μέγος có một bản chất cố định, từ đó dẫn đến việc các chuỗi nào đó là hòa âm trong khi các chuỗi khác không phải là hòa âm, có phải ông ta chỉ đơn thuần cố gắng dựng lên những thực tiễn đã được thiết lập để chống lại các xuyên tạc về chủ nghĩa hiện đại bằng sự tranh luận đầy ẩn tượng nhưng giả khoa học và thiếu hỗ trợ hay không? Có thể có một chứng minh nào cho luận điểm của ông cho rằng τὸ ἡμιοσμένον là φύσις thực sự và khách quan, không phải chỉ là sự phát minh của thị hiếu tùy tiện của con người hoặc là một ý tưởng chợt nảy sinh? Cuối cùng, theo quy trình của ông có vẻ bị ẩn giấu là cái gì được nhận thức như là giai điệu *thì là* giai điệu: Liệu ông có thể nhấn mạnh rằng một chuỗi nào đó thực chất không phải là giai điệu hay không

⁽²⁹⁾ Đây là một vấn đề mà tôi sẽ đề mở. Nếu nó có câu giải đáp thì việc mở rộng các phân tích của Lennox 1986 có thể đưa ra một biện pháp tiếp cận tốt nhất. Phần còn lại của bài luận thuyết này như là một đoạn cuối: nó trình bày điều gì đó về những vấn đề đã được bộc lộ trong phần này nhưng không tiếp tục tranh cãi trực tiếp.

nếu có ai khác xác nhận vào tai của ông rằng đó là một phần của một giai điệu có thể chấp nhận một cách hoàn hảo?

Có khả năng là những khó khăn này không thể vô hiệu hóa được hoàn toàn. Tuy nhiên, điều đáng chú ý là trong khi Aristoxenus tự do lãng mạ các bậc tiền bối, là những người đã thất bại trong quan điểm về phương pháp khoa học hoặc đã đưa ra những đánh giá định lượng sai về các quãng giữa bất kỳ và trong khi ông chê bai người trình diễn chơi nhạc lạc điệu và khác với những người sành sỏi thích những kiểu hòa âm ngọt xớt, gần như nửa cung hơn so với người “đáng khâm phục” mà ông ngưỡng mộ thì ở bất kỳ nơi nào ông cũng không nghĩ ra rằng có những người mà tai nghe của họ tiếp nhận một cách bóp méo cái gì đó như thể hòa âm mà thực tế lại không phải là hòa âm. Ngược lại, ông làm hết sức những gì có thể để làm cho phù hợp tất cả các sở thích về thẩm mỹ, kể cả những sở thích mà chính ông cũng thấy là khó chịu. Ví dụ, có một hình thức tốt nhất của hòa âm, nhưng sự tuyệt hảo của nó không được chứng minh trong ngành khoa học hòa âm (mặc dù Aristoxenus tin rằng giá trị của nó sẽ càng trở nên rõ ràng với những người chú trọng đến nó một cách thận trọng và thường xuyên): bản chất của *uēyoç* như vậy là trung lập giữa các giai điệu có thị hiếu hay và dở. Nó chỉ phân biệt những gì là giai điệu, dù hay hoặc dở, từ những gì không phải là giai điệu, và các chuỗi của một hình thức giai điệu hoặc của một hình thái từ những chuỗi của một hình thức giai điệu hoặc một hình thái khác [cf. 49.8-18 và 23.3-22].

Do đó, toàn bộ hành động táo bạo của Aristoxenus ngay từ đầu đã có liên quan đến 2 mức độ đánh giá, trước tiên là phân biệt những gì là giai điệu và thứ hai là, trong vòng thể loại đó, phân biệt những gì đáng khâm phục hoặc phù hợp với các mục đích âm nhạc đã đề ra. Phạm vi của ngành Hòa âm học, như ông đã làm sáng tỏ trong nhiều dịp, bị giới hạn ở việc phân biệt những gì là giai điệu [đặc biệt xem 1.18-2.2,

31.16-32.8: cf. [Plutarch] *De mus.* 1142f-1143e, 1144c-e]. Ngoài ra, như chúng ta đã thấy, ít nhất có hai loại đánh giá có liên quan đến ngành hòa âm học: có nghiên cứu đúng đắn “về hòa âm” về những mối tương quan năng động và có đánh giá, bằng nhận thức “tính toán”, về các âm lượng mà trong đó thuyết minh về các mối tương quan này. Vì mỗi mối tương quan năng động có thể có nhiều thuyết minh về định lượng khác nhau, mà Aristoxenus tỏ vẻ muốn định rõ một cách có thẩm mỹ bất chấp hậu quả ra sao, có vẻ như việc vi phạm thị hiếu có thể xảy ra ít nhất là theo hai cách. Các mối tương quan về hòa âm chính đáng có thể được thuyết minh bằng các âm lượng kém hay có sẵn như là “vật chất”: hoặc là (và điều này giới thiệu một phạm vi mới, ngoài ngành hòa âm học hoàn toàn), các mô hình hòa âm chính đáng có thể được phối hợp và sử dụng trong những ngữ cảnh và cho những mục đích mà chúng không thích hợp. Tuy nhiên, việc quyết định xem cái gì là hòa âm và cái gì không phải là hòa âm chính đáng không liên quan đến việc đánh giá thị hiếu của từng loại. Nhưng chúng ta vẫn có thể thắc mắc rằng các cơ sở mà Aristoxenus đặt niềm tin về các nguyên tắc hòa âm mà ông xác nhận vào đó là gì. Nếu các cơ sở đó dựa trên sự quy nạp từ kinh nghiệm của riêng ông và không phải cái gì khác thì cơ sở đó cực kỳ yếu.

Trong *Harm. Elem.*, chúng ta có thể dò tìm những gợi ý về một nguồn đáng tin khác, sự thống nhất của các chuyên gia thực tế trong nghệ thuật âm nhạc. Thật công bằng khi tưởng tượng rằng Aristoxenus đã trao đổi quan điểm với những người này và đặc biệt ông đã chấp nhận khó khăn để tìm ra xem các loại giai điệu mà họ chủ trương sáng tác phù hợp được bao xa, theo dự định của họ cũng như theo tai nghe của ông, với các luật lệ mà ông tin rằng ông có thể nhận thức rõ. Cuối cùng, mục đích của ông không phải là nói rõ ra bộ luật, nó mô tả sự tuân thủ, mà nói rõ ra những luật lệ được giả định trước bằng thực tiễn hiện tại.

Nhưng tôi cho rằng cái cốt lõi và cơ sở các ý tưởng của ông được bộc lộ rõ ràng nhất trong thái độ của ông đối với lịch sử âm nhạc. Điều này rất ít xuất hiện trong *Harm. elem.* nhưng các đoạn và những lời diễn giải dài dòng trong các tác phẩm bao quát của ông về chủ đề đã được bảo tồn ở một nơi khác, đáng chú ý là trong tác phẩm *De musica* của Plutarch. Trong tác phẩm này, bút pháp mà qua đó các thành kiến bảo thủ của ông đã được nói rõ mang tính truyền kiến thức cao. Mục tiêu của ông rõ ràng là để giải thích tính ưu việt của âm nhạc trong thời kỳ đầu (cho đến và bao gồm các thập niên đầu của thế kỷ V), không chỉ bằng cách xác nhận sự tuyệt vời của các hình thức âm nhạc được các soạn giả thời đó chấp nhận mà bằng cách tranh luận rằng qua chủ trương có suy nghĩ cân nhắc họ tự giới hạn mình vào các hình thức đó.⁽³⁰⁾ Việc phát triển các phong cách nghệ thuật mới phức tạp ở thế kỷ V sau này và cảm xúc mạnh mẽ đối với chủ nghĩa nửa cung đã chuốc lấy sự khinh rẻ của Aristoxenus. Nhưng luận điểm chính của ông cho là *khả năng* về giai điệu của các phong cách này đã bị ẩn giấu trong các hệ thống của soạn giả cổ điển nổi tiếng: theo sự chọn lựa của mình, không phải vì không biết, mà họ đã không sử dụng các phong cách nghệ thuật này.

Có hai điểm cần được rút ra từ vấn đề này. Điểm thứ nhất là một điểm đơn giản mà khi theo đuổi việc định rõ ἀρχαί bằng “quy nạp”, Aristoxenus không đơn thuần bắt đầu

⁽³⁰⁾ Dù sao đi nữa, đây là một đỉnh để được diễn giả chấp nhận tại bữa tiệc tối [của Plutarch]: đó là chủ đề chính của *De mus.* 18-21 và của nhiều cuộc tranh luận từ Chương 28 đến hết. Nhưng có vẻ an toàn khi kết luận rằng, ông trích dẫn từ bản chất của vật chất theo học thuyết của Aristototele, chủ đề đã có ở đó trong nguồn tư liệu của ông. Ví thế, ví dụ, có khả năng hình như là hình thức mà qua đó các thông tin về οὐρανολογία được trình bày [Chương 19] phản ánh rằng dựa vào đó theo nguồn tư liệu: phạm vi tranh cãi trong Chương 20 rõ ràng là của một nhà bình luận ở thế kỷ IV: các kết luận tương tự sẽ áp dụng trong nhiều nơi khác. Xin cũng chú ý đến cách thức mà một chủ đề, vẫn được trình bày rõ ràng trong Chương 32, được hợp lại không gây một hướng gián đoạn nào trong cuộc tranh cãi về mối tương quan giữa khoa học hòa âm và các hình thức đánh giá khác hoàn toàn theo học thuyết của Aristototele [trong Chương 33-39].

từ kinh nghiệm về thực tiễn đương thời của mình. Ông cũng đã quan tâm đến những gì mà ông biết - hoặc những gì mà ông nghĩ rằng ông đã biết - về các thực tiễn thông qua lịch sử âm nhạc của Hy Lạp. Chính bản thân điều đó làm nổi bật những phát hiện của ông. Điểm thứ hai là ngụ ý cho rằng thậm chí các thực tiễn xưa và đơn giản hơn có mang theo hạt giống của các thực tiễn sau này và phức tạp hơn: nghĩa là, thậm chí nếu các quy ước xưa có giới hạn giai điệu ở những cái được dựa trên, ví dụ, loại âm nguyên của âm giai thì người ta cũng không thể hiểu được các quy ước này ngoại trừ dựa trên nền tảng của một hệ thống mà nó bao gồm một cách đồng đều khả năng của các loại khác. Vậy thì, nhìn chung, bản chất của μέλος nằm ẩn trong âm đơn giản nhất: bởi vì không thể có ἀρχαί, mà nó khiến cho bản chất của ἀρχαί được hiểu ngầm, có thể chấp nhận được đối với nhận thức và các mối tương quan về chức năng của nó được nói rõ ra, trong tình trạng bị cách ly ra khỏi phần còn lại.⁽³¹⁾ Trong nghĩa này, φύσις τοῦ ἡμετέρου, như đã được diễn đạt trong một chuỗi định đề phức tạp mà Aristoxenus đề ra, là tính xác thực khách quan và lâu dài. Các quy ước âm nhạc của các thời và địa điểm đặc biệt là những minh họa bằng ví dụ từng phần của nó và có thể trở nên nhận thức được chỉ qua sự hiểu biết toàn bộ.

Phương pháp tiếp cận này đem lại tính sắc sảo đặc biệt cho tính bút chiến của Aristoxenus chống lại các nhà soạn nhạc “hiện đại”. Họ không phá vỡ luật lệ nào về giai điệu: họ viết lên các âm được nghe thấy như thể là các giai điệu và các giai điệu cũng được nghe thấy *như thế*, và thực ra điều đó được quần chúng khen ngợi nhiều. Nhưng thị hiếu rẻ tiền và phổ biến của họ thậm chí không có giá trị về tính nguyên gốc, về việc thử nghiệm táo bạo. Những gì họ đã làm luôn luôn

⁽³¹⁾ Ví dụ, xem [Plutarch] *De mus.* 34 (đặc biệt là 1143e-f), là một đoạn viết chắc chắn xuất xứ từ Aristoxenus.

còn ở đó để được hoàn tất: thành quả của họ chỉ là làm việc thực tế và phô bày ra các khía cạnh đó về bản chất của giai điệu mà các soạn giả xưa đã né tránh một cách có suy nghĩ cân nhắc và đúng đắn, tưởng rằng chúng thiếu tính ưu tú hoặc không thích hợp đối với ngữ cảnh xã hội mà những hành động của họ đã diễn ra trong đó [cf. [Plutarch] *De mus.* 20-21, 28-30].

Vậy thì, Aristoxenus không định sử dụng các tác phẩm kỹ thuật của mình về ngành hòa âm học để biện hộ cho nhận thức riêng của ông về tính tuyệt hảo của âm nhạc. Nếu đó là sự thật thì chắc chắn chúng ta đã tìm thấy trong đó “các bằng chứng” cho thấy rằng những thực tiễn mà các soạn giả mà ông không thích đã chấp nhận là không đúng về giai điệu, vi phạm các nguyên tắc về giai điệu. Thật ra, quan điểm của ông ngược lại: tính hợp lý của các thực tiễn hạng hai này được ẩn chứa trong các nguyên tắc làm nền tảng cho giai điệu hay. Khi ông biện hộ cho μέγος chống lại lời cáo buộc về việc lộn xộn, không có một bản chất nhất định, ông không biện hộ bằng cách cho thấy rằng các biểu lộ hiện đại của sự lộn xộn đó nằm bên ngoài định nghĩa đúng đắn về μέγος: ông tranh luận rằng thực tế chúng tùy thuộc vào, vì tất cả những sự lộn xộn bên ngoài của chúng, cùng hệ thống trình tự nền tảng như một số loại âm nhạc truyền thống. Sự phân biệt giai điệu xuất sắc từ đồng rác hào nhoáng không thuộc phạm vi của ngành hòa âm học mặc dù ngành này có thể đưa ra một số sự phân biệt mà theo đó các đánh giá về thị hiếu có thể được đưa ra. Cái khiến cho tiếng nhạc xuất sắc mang tính giai điệu không khác với cái làm cho tiếng kêu leng keng thuần túy mang tính giai điệu; và tính hợp lý về giai điệu của một ví dụ hoặc một thể loại riêng, dù hay hoặc dở, có thể chỉ được hiểu qua mối tương quan của nó với toàn bộ bản chất của μέγος mà nó thích nghi với cả hai [xem [Plutarch] *De. mus.* 30-34].

Điều này đưa tôi đến quan điểm cuối cùng của mình, nói theo một cách thì nó là kết luận của toàn bộ cuộc tranh cãi

này. *Harm. elem.*, theo đánh giá của tôi, thể hiện các nguyên tắc của *An. post.* khi làm việc và làm nổi rõ nhận thức về một ngành khoa học mà luận thuyết đó ám chỉ. Người ta không nhận thức nhiệm vụ của nó như thể là việc khám phá ra các chân lý về sự thật mà không ai biết đến cho đến nay, mà là thấy rõ những gì được biết và trình tự của nó trong mối tương quan về các chân lý đã được ẩn dấu trong những gì được biết. Một lĩnh vực kinh nghiệm được gắn kết với nhau và chứng tỏ là dễ hiểu như là một thể thống nhất qua việc lập nên những nguyên tắc mà chân lý của chúng có thể được nhận biết nhờ sự suy nghĩ về kinh nghiệm theo quy nạp. Các nguyên tắc này, có liên quan với nhau (không phải ở việc xuất phát từ cái gì đó nằm bên ngoài và “giải thích” nội dung của một lĩnh vực giàu kinh nghiệm), hình thành một mô tả về một thực chất hoặc bản chất. Các chân lý phụ xuất phát từ các nguyên tắc diễn đạt bản chất này, nhưng không phải như là những khám phá mới đáng ngạc nhiên. Thật ra, không có chỗ cho sự ngạc nhiên. ἀποδείξειδ được phác họa để làm sáng tỏ cho điều đã được biết, không phải để che giấu cho điều không được biết. Chúng cho thấy các cơ sở lập luận đặc biệt và tương đồng trong một lĩnh vực được ẩn giấu ra sao trong mối quan hệ được hình thành bởi bản chất chính, hơn là những khoản kinh nghiệm được tách ra trên cơ bản chỉ có liên quan một cách ngẫu nhiên với nhau. Ngành hòa âm học, như Aristoxenus hình dung, không loại trừ ra khỏi lĩnh vực giai điệu bất kỳ cái gì mà chúng ta cho rằng nó hàm chứa hoặc truyền tải những tính mới lạ trên cơ sở lý thuyết: nó tìm cách thể hiện những hình thức mà kinh nghiệm thực tế về giai điệu của chúng ta trải qua và vì vậy nó đưa kinh nghiệm của chúng ta vào phạm vi hiểu biết của chúng ta.⁽³²⁾

⁽³²⁾ Tôi muốn bày tỏ lòng biết ơn của tôi đối với những nhà tổ chức hội nghị IRCPS ở Pittsburgh về cơ hội được trình bày phiên bản xưa hơn của tài liệu này. Ý kiến của những người tham dự trong buổi hội nghị đó là rất có giá trị; tôi đặc biệt xin cảm ơn Alan C. Bowen, James G. Lennox và Alexander P. D. Mourelatos. Những khiếm khuyết trong tác phẩm này dĩ nhiên là của riêng tôi.

MỐI LIÊN QUAN CỦA HÌNH HỌC LƯỢNG GIÁC CẦU HY LẠP VỚI THIÊN VĂN HỌC HY LẠP BAN ĐẦU

J.L. BERGGREN

Đề tài của tôi là lịch sử của một truyền thống trong khoa học về hình học lượng giác cầu, đã phát triển từ thế kỷ thứ tư đến thế kỷ thứ nhất trước Công Nguyên. Hình học lượng giác cầu là một tên gọi cổ xưa một ngành học về sự liên quan lẫn nhau của các cung và các góc tạo thành bởi những đường tròn trên một quả cầu. Ngành khoa học này, được tìm thấy trong những văn bản viết vào thế kỷ thứ tư trước Công Nguyên và được mô tả rất khác nhau; là “thích đáng với thiên văn học của thời đó” [theo Heiberg, trích từ Hultsch 1906], là “những cố gắng thăm dò để đạt được sự thấu hiểu định lượng và hình học” [theo Neugebauer 1975], và là loại văn học mà Plato cho là điển hình của thiên văn học chân chính [theo Mueller 1980]. Trong bài này, tôi mong muốn xem xét những quan điểm và những quan điểm này và các quan điểm khác về truyền thống này của hình học lượng giác cầu trong ánh sáng của chính các văn bản cổ và bài viết gần đây về đề tài này, để tìm hiểu mối liên quan của truyền thống này với các môn Toán học và Thiên văn học ở thời đại của nó.

Tất cả ai đã viết về môn hình học lượng giác cầu đều đã công nhận mối quan hệ mật thiết của nó với một số bài toán về Thiên văn học Hy Lạp cổ xưa. Những bài toán này, giống như tất cả các bài toán hay và khó, đều đưa ra nhiều cách giải khác nhau, và hẳn là tôi sẽ phải bắt đầu với một bản tóm lược những bài toán này và những cách giải cổ xưa của chúng để tập hợp các bài toán hình học lượng giác cầu cổ xưa theo khung cảnh thích hợp của nó. Vì vậy, tôi bắt đầu với sách *Almagest* của Ptolemy.

Sau khi bàn luận một số biện pháp sơ bộ về triết học, vật lý và toán học cho đến việc nghiên cứu Thiên văn học, Ptolemy giành hết phần kết thúc tập 1 và tất cả tập 2 đặt ra các vấn đề liên quan đến các cung và các góc thuộc môn hình học lượng giác cầu. Tầm quan trọng của các giải pháp của những vấn đề này đối với hai bộ môn Thiên văn học và Địa lý học, là hiển nhiên từ ví dụ tiêu biểu sau đây:

1. Tìm chiều cao mặt trời ở trên và ở dưới đường xích đạo (độ thiên của nó, δ) và khoảng cách đông hoặc tây của các đường phân (xuân phân, thu phân) (sự lên thẳng, α) phù hợp với bất cứ vị trí nào của mặt trời trong đường hoàng đạo.

2. Cho một trong ba số lượng: chiều dài tối đa (M) của ánh sáng ban ngày, độ cao so với mặt nước biển ($\emptyset$) của Bắc cực trên chân trời, hoặc những tỷ lệ của các bóng đường phân và đường chí theo chiều dài của cái cán đúc nên chúng, hãy tìm hai đại lượng kia.

3. Hãy tìm sự biến đổi theo chiều dài của ánh sáng ban ngày trong năm, cho biết bất kỳ một số lượng nào trong ba số lượng như đã kể đến ở trên.

4. Hãy tìm những góc giữa những hình elíp và những vòng tròn lớn như đường chân trời hoặc kinh tuyến.

Ptolemy giải những bài toán này được ghi chép sớm nhất sử dụng các phương pháp lượng giác học phát triển giữa thời

Hipparchus của Bithynia (năm 150 trước Công Nguyên) và thời Menelaus (năm 100 sau Công Nguyên).

Tuy nhiên, Vitruvius trong *De arch.* ix 7 kể lại cho chúng ta là ngay từ thời của Vitruvius vào cuối thế kỷ thứ nhất trước Công Nguyên, bài toán chiều dài ánh sáng ban ngày đã được giải bằng phương pháp hình học của sách văn tuyển, và Pappus trong *Coll.* iv prop. 40 đã trích dẫn một công trình (ngày nay) đã bị thất lạc nói về cách giải bài theo phương pháp của Diodorus người thành Alexandria, một người đương thời lớn tuổi hơn của Vitruvius. Otto Neugebauer [1975, 301] đưa ra giả thuyết là Hipparchus, người đã sống trước Vitruvius hơn một thế kỷ, có thể đã sử dụng một bề để tương tự để xác định vòng cung của một đường song song của độ nghiêng từ một ngôi sao đã biết độ nghiêng đến điểm cùng độ nghiêng trên kinh tuyến. Hơn nữa, chúng tôi được biết theo tài liệu của Synesius Cyrene (*obit ca năm 415*) rằng một thế kỷ trước Diodorus, Hipparchus đã mô tả phương pháp giải các bài toán về hình học lượng giác cầu hiện nay được biết như là hình chiếu nổi. Chúng tôi cũng được biết từ Vitruvius, trong *De arch.* ix 8.8 - 14, rằng vào thời của ông, phương pháp này đã cho ra đời một công cụ, một loại đồng hồ trùng lặp cung cấp một cách giải cho bài toán tìm ra chiều dài ánh sáng ban ngày tại một vị trí xác định của mặt trời trong quỹ đạo hình elip.

Không có các cố gắng để giải thích những loại vấn đề, tuy nhiên, Ptolemy diễn đạt tính tường bằng hình học. Cùng thời với Hipparch, nhà học giả thành Alexandria, Hupsicles, theo phép trùng lặp đã khai thác một số các giả thuyết khá yếu ớt về những mối liên quan giữa các vành cung trên đường cong elip và các vành cung trên đường xích đạo nhằm giải bài toán số học về chiều dài của ánh sáng ban ngày bằng cách bắt đầu với chiều dài tối đa của ánh sáng ban ngày như là dữ kiện duy nhất. Những phương pháp này sử dụng tuyến tăng và giảm những số; nó rất khác với phương pháp dựa

trên hình học, mà chúng tôi mô tả, và các nguồn gốc của chúng được tìm thấy ở Mesopotamia. Tuy nhiên, những sự tính toán của Hypsicles đã làm với nhiều vành cung hình elip nhỏ hơn so với các công trình có liên quan trước đó; và sự công nhận rõ ràng của Hypsicles là cùng các thể thức, tinh xảo hơn nữa, nếu cần thiết, có thể được sử dụng trong bất cứ 7 Climata, đã chứng minh các phương pháp số học hoàn toàn có khả năng đưa đến kết quả được King (1987) gọi là các giải pháp phổ thông trong Thiên văn học lượng giác cầu.

Vì thế, giữa thế kỷ thứ hai trước Công Nguyên đánh dấu sự bắt đầu của một thời kỳ khi hai phương pháp hình học quan trọng phát triển, một phương pháp là dựa trên lượng giác học và phương pháp khác theo analemma. Nó cũng đánh dấu sự kết thúc của một thời kỳ phát triển những phương pháp số học. Tuy nhiên, có một truyền thống hình học khác, trong đó chưa có một đại diện nào của truyền thống này thuộc vào các tác giả mà chúng tôi đã đề cập, mặc dù, truyền thống này có thể đã bắt đầu 2 thế kỷ trước thời của Hipparchus và đã tiếp tục như một nguồn gốc của các luận thuyết mới cho một thế kỷ khác sau Hipparchus. Truyền thống này bao gồm một nhóm các định lý theo phương pháp hình học không gian lượng giác cầu và sự quan tâm chính liên quan đến Thiên văn học. Chúng ta được biết qua những tác phẩm sau đây: *De Sphaera quae movetur* (quả cầu xoay) và *De ortibus và occasibus* (Mọc và Lặn).⁽¹⁾ Cả hai cuốn này đều là của Autolycus xứ Pitane, người đã sống vào nửa sau thế kỷ thứ 4 trước Công Nguyên; sách *Phaenomena* của một người đương thời với Autolycus là Euclid; và sách *Sphaerica, De diebus et Noctibus* (Ngày và Đêm) và *Habitations* (Các nơi cư trú),⁽²⁾ đều của Theodosius xứ Bithynia,

⁽¹⁾ Nghiên cứu của chúng tôi chỉ quan tâm đến quyển trước vì mối liên quan lẫn nhau của 2 quyển sách, xem Schmidt 1919.

⁽²⁾ Tôi chỉ sử dụng quyển đầu của 3 công trình này vào việc nghiên cứu.

ra đời vào khoảng năm 100 trước Công Nguyên, người đồng hương đương thời trẻ hơn Hipparchus. Chẳng có ai trong các tác giả này thực hiện việc tham khảo thẳng bất kỳ tác phẩm nào của các tác giả khác; và tất cả đều dựa vào không chỉ là những định lý hình học không gian trong *Elements xi* của Euclid, mà cả những định lý về các vành cung và các góc của hình cầu không có trong tác phẩm *Elements*. Hình như khi đó, không có công trình nào trong số những tác phẩm này ra đời vào lúc ban đầu của truyền thống này.

Quả thực, mối quan hệ được nhắc đến thường xuyên của toàn bộ học thuyết về hình học lượng giác cầu với những bài toán thiên văn học đã nêu lên lúc ban đầu của bản tường thuật này chứng tỏ rằng những lập luận toán học này đã ra đời sau thời gian các nhà thiên văn học Hy Lạp mới bắt đầu để cố gắng giải thích các hiện tượng quan sát được cũng như những dự báo về một mô hình trái đất hình cầu và trung tâm của một vũ trụ đang xoay tròn. Cũng bằng sự kiện này khi Goldstein và Bowen (1983) lập luận rằng Thiên văn học Hy Lạp cổ đại có thể được nghiên cứu một cách thuận lợi bằng cách phân chia lịch sử của nó đến năm 300 trước CN làm hai thời kỳ. Thời kỳ thứ nhất của 2 giai đoạn này là một truyền thống cổ xưa đặc trưng bởi một sự liên quan với các vấn đề về lịch. Trong truyền thống này của hoạt động thiên văn học có ưu thế cao hơn là các của cấu tạo *paraepgmata* mà trong đó những thời kỳ của các ngôi sao quan trọng (đó là, những sự xuất hiện buổi bình minh và buổi hoàng hôn) đã căn cứ theo những định kỳ của một số lịch cùng với hiện tượng thời tiết có thể trông chờ dẫn theo những hiện tượng thiên văn. Là một hoạt động thu hút con người phân biệt một cách đáng kể, như thể Ptolemy bao gồm cả Meton, Euctemon, Democritus, và Eudoxus, trong danh sách những nhà *paraepgmata* xác nhận. Dĩ nhiên, Ptolemy đề cập đến những bậc tiền bối này trong *paraepgmata* riêng của ông, tập 2 -tác phẩm *Phaseis* tột đỉnh của truyền thống này.

Hầu hết mục đích loại văn học này không đề cập đến các vấn đề hành tinh hoặc hiện tượng thiên thực. Thực tế, nó liên quan với hiện tượng thiên thực và những kích thước của vũ trụ đã được chú ý trong Thiên văn học Hy Lạp sau năm 300 trước Công nguyên.

Goldstein và Bowen cũng lưu ý đến các hoạt động khác, cùng thời với truyền thống cổ xưa về *parapegmata* và sự thích đáng với lịch sử của thiên văn học. Trong số chúng có những cuộc nghiên cứu chủ sở học của các môn đồ Pythagoras và quan niệm của họ giải thích bầu trời bằng một *ἀρμυρία* (hòa hợp) trong tổng số. Thật vậy, như là những bản tường thuật của Aristotle, những con số sơ khởi trong khoa học của họ và đường lối trong đó những con số dường như phản ánh lại một con số thứ tự luận lý dựa trên những sở hữu và các tỷ lệ ngôn ngữ *ἀρμυρία* đã dẫn các môn đồ Pythagoras để giả định “những yếu tố của con số là những yếu tố của tất cả các sự việc và toàn bộ bầu trời là một hòa hợp và là con số.”⁽³⁾ Theo Goldstein và Bowen, những nghiên cứu vũ trụ học của các nhà Tiền Socrates cũng quan trọng, vì họ đã giới thiệu những yếu tố về sau đã trở thành những phần cơ bản của khoa thiên văn học. Vì thế, một số thời gian trước Eudoxus, hình ảnh một quả cầu với các ngôi sao xoay tròn vòng quanh một trái đất hình cầu đồng tâm đã lập nên một truyền thống luận lý vũ trụ học dẫn đến các công trình như các tác phẩm *Republic* và *Timeus* của Plato. Dĩ nhiên, trong những nghiên cứu gần đây, Charles Kahn (1970, và trong quyển sách này) đã cho rằng một trong những thành tựu chính của những nghiên cứu tích lũy của các nhà Tiền Socrates là việc xây dựng “một mô hình vũ trụ” bao gồm một bầu trời hình cầu và một cửa toán hình cầu và một quả đất hình cầu và một sự tính toán hình học của sự chuyển động bầu trời.

⁽³⁾ Aristotle, *Meta* 985b23-986a3 (trích dẫn từ Goldstein và Bowen 1983-333).

Tuy nhiên, Goldstein và Bowen cho rằng hình ảnh thế giới ấy, do một số nhà Tiền Socrates theo đuổi đã không nắm được một mô hình toán học theo ý nghĩa của một phép loại suy toán rõ ràng tương tự trong phạm vi vật lý (cả hai có ý tưởng toán học) được dùng như một cơ sở tính toán, hoạt ít nhất là so sánh của các đại lượng. Họ tin tưởng là với tác phẩm của Eudoxus, giai đoạn thứ hai thiên văn học của Hy Lạp đầu tiên đã bắt đầu và đặc điểm phân biệt là cái gì mà họ gọi là mô hình hai quả cầu, đã được đặt tên như thế, vì trái đất hình cầu đặt nằm ở trung tâm một vũ trụ hình cầu, xoay tròn hằng ngày chung quanh một cái trục xuyên qua trung tâm của trái đất. Mặc dù các thành phần của mô hình này có thể đọc thấy trong những bài viết của các nhà Tiền Socrates, bài viết nào là mới thì sự khai thác mô hình với những hình cầu liên quan, bao gồm đường chân trời, đường xích đạo và đường hoàng đạo cũng như bên dưới các đường ấy, cung cấp một giải thích toán học hiện tượng tập hợp với những sự mọc lên và các sự bố trí của các ngôi sao và chiều dài ánh sáng ban ngày. Chính vì như vậy mà những sự phân biệt theo truyền thống Eudoxus từ minh họa bằng thí dụ do các nhà Tiền Socrates và các trước tác của Plato đã đề cập ở phần trên, và chính vì như vậy làm nảy sinh ngành khoa học về bầu trời.

Công dụng của mô hình toán học gắn bó với phép phân chia quả địa cầu của nó (bầu trời) vào năm vùng đồng tâm chung quanh các cực: vùng nóng như thiêu đốt ở nhiệt đới, những vùng có nhiệt độ ôn hòa ở hai bên vùng này, và cuối cùng là những miền giá lạnh chung quanh các cực. Mặc dù, các tên này phản ánh những đặc trưng khí hậu, nhưng nguồn gốc của những vùng là những đặc trưng thiên văn. Vùng nhiệt đới được bao bọc bởi những vòng tròn song song xác định phạm vi giới hạn phía Bắc và phía Nam của mặt trời di chuyển hằng năm. Những ranh giới tách biệt khí hậu từ

những vùng giá lạnh được định rõ bằng chu kỳ của những ngôi sao luôn luôn có thể nhìn thấy được, và những ngôi sao luôn luôn không thể thấy được, những chu kỳ tùy thuộc theo vĩ độ của người quan sát. Tất cả các vòng tròn này và những vùng giữa chúng, được di chuyển theo những vòng tròn phù hợp trên trái đất mang các tên giống nhau.

Eudoxus và các người nối nghiệp của Eudoxus hoàn thiện mô hình này bao gồm không chỉ là một quả cầu đối với những ngôi sao cố định mà những quả cầu đối với mặt trời, mặt trăng và các hành tinh; nhưng hệ thống các quả cầu đồng tâm này chỉ kết thúc khi những nhà thiên văn học thực hành có thể tính toán không có sự di chuyển lùi lại của sao Hỏa, cũng không có sự biến đổi theo những quy mô hiển nhiên điển hình như những ngôi sao sáng như mặt trăng và sao Kim. Sau thời gian, học thuyết tổng quát đã không còn tác động mạnh đến toán thiên văn; tuy nhiên, mô hình hai quả cầu chính nó đã trở nên một phần của cổ phần thương mại của các nhà thiên văn học chuyên nghiệp và ngành khoa học về hình học lượng giác cầu chiếm vị trí trong đào tạo của nhà thiên văn suốt thời cổ đại. Tuy nhiên, vì không có các tác giả gần đây nhìn thấy các tài liệu triết học Plato được phân biệt với truyền thống toán học do Eudoxus khởi đầu làm, ở đây chúng ta phải nắm được vài sự tính toán theo ý của Plato đối với các hình cầu nào sẽ phải là, như chỉ rõ trong một đoạn văn nổi tiếng trong *Republic* vii 528c - 530c.⁽⁴⁾ Ở đây, Socrates khiển trách quan điểm của Glaucon cho rằng đơn giản quan sát những ngôi sao, là có thể đạt được kiến thức cao hơn qua sự suy đoán dựa trên lý trí. Glaucon chấp nhận lời khiển trách và, bằng cách hỏi Socrates nghĩ thế nào

⁽⁴⁾ Giải thích và tất cả các bản dịch theo sau lấy từ Cornford 1951.

đối với việc nghiên cứu Thiên văn học sẽ phải được cải cách, Glaucan biết rằng con người phải sử dụng lý luận của ông ta để diễn đạt “những sự vật có thực - những vận tốc liên quan thực sự.” trong thế giới của con số thuần túy và tất cả những hình ảnh hình học hoàn hảo đối với những chuyển động mang theo những vật thể bao hàm trong chúng”. Chúng tôi cho rằng, nhà toán học chân chính sẽ thích thú quan sát bầu trời như một nhà hình học có thể thích thú “các biểu đồ vẽ sắc sảo bởi vài họa sĩ tuyệt vời như Daedalus. Nhưng:

“Khi đi đến các tỷ lệ thức của ngày với đêm, của ngày và đêm với tháng, của tháng với năm, và của các định kỳ các ngôi sao khác với mặt trời và từ mặt trăng và với một cái khác, Ông nghĩ sẽ là vô lý tin tưởng rằng những vật hữu hình có thể nhìn thấy này tiếp tục mãi mãi không thay đổi hoặc trệch hướng một chút nào và dùng tất cả những khóa học cố gắng tìm ra đúng sự thật trong chúng.”

Sau khi Glaucan tán thành, Socrates kết luận rằng việc nghiên cứu chính thống về Thiên văn học tiếp diễn với việc nghiên cứu hình học, bằng những bài toán, và dự định bỏ mặc các bầu trời sáng đầy sao.

Plato muốn nói gì qua minh họa một cách đầy đủ trong phần sau đây của tác phẩm Republic, nơi có thảo luận về ἀρμονία, Socrates và Glaucan thương xót cho sự điên rồ mà người ta tìm kiếm để hiểu “sự lãng phí παραπεγματὰ thời giờ của họ trong việc đo lường các sự hòa hợp và các âm thanh có thể nghe thấy được đối với một vấn đề khác”. Như người ta “không làm nổi lên mức độ của các vấn đề và sự nghiên cứu làm thành công thức mà các con số vốn là phụ âm cố hữu và những vấn đề nào là không và với các lý do gì”. Có thể đoán chừng, các nguyên lý như thế khi áp dụng để nghiên cứu Thiên văn học như đã giới thiệu ban đầu, sẽ phải làm ra một cuốn lịch như của *Philolaus* nơi mà các việc xem xét về Chữ số học bắt buộc một chu kỳ 59 năm trong đó mỗi năm có $364^{1/2}$

ngày. Con số vô lý này đã chỉ được chọn để cho số tháng theo kết quả chu kỳ là được mong muốn một con số về mặt trời. 729, nơi con số $729 = 27^2 = 9^3$ và 27 là con số về mặt trăng, và 9 là con số về trái đất (Neugebauer 1975, 619)⁽⁵⁾.

Trong một bản tường thuật gần đây, Ian Mueller (1980) xem xét những đoạn văn trong tác phẩm *Republic* đã được kể ở phần trên và cho là việc đồng hóa Thiên văn học, Hình học của Plato và “Tôi tin rằng những hàm điều hòa đối với Số học là “không được hợp lý” căn cứ vào vài văn bản khoa học Hy Lạp, làm rõ hơn loại hình Thiên văn học và các hàm điều hòa của Plato đã ghi nhớ trong tác phẩm *Republic*”. Những văn bản mà ông đã tham khảo là *Sphaerica* của Theodosias, *De sphaera quae movetur* của Autolycus, và *Phaenomena* của Euclid.

Đối với Thiên văn học, hai vấn đề phát sinh từ những thuyết minh của Mueller. Một trong những thuyết minh liên quan đến sự giải thích theo ý định của Plato trong những đoạn văn trích dẫn và cách khác liên quan đến khoa nghiên cứu niên đại. Tôi sẽ thảo luận lần lượt vấn đề này. Trước hết ý định liên quan mà tôi đã đề ra lúc ban đầu là Plato muốn nói gì khi Mueller đã nói về những vận tốc “Thực” và “các hình ảnh hoàn chỉnh” đã minh họa một cách đầy đủ bằng những nhận xét của Mueller về ἀπνομία, nơi chúng tôi được thuyết phục không nên nghiên cứu không có những phụ âm mà chúng tôi được thuyết phục không nên nghe mà nghiên cứu những con số là vốn đã hài hòa; đó là, ý định của Plato là đồng dạng theo 2 phần mà tôi đã đề cập. Nếu vấn đề này là đúng, thì khó mà nhìn thấy những việc lý tưởng hóa hình học và chuyển động học của ba luận thuyết đã đề cập ở phần trên, sự tượng tự về không gian của loại các suy đoán về Chữ

⁽⁵⁾ Về các ví dụ khác về Chữ số học theo Thiên văn học Hy Lạp, Xem Neugebauer 1975, 630-631, 659-660 và 693.

số học mà Plato đề ra cho các hàm điều hòa. Đó là, thực sự nếu Plato đã có những văn bản giống như các văn bản ghi nhớ của Theodosius. Plato đã có thể không có cùng dự định của sự vật trong các lời chú giải Thiên văn học của Plato như ông đã trình bày trong các lời chú giải theo định đề ἀπὸρροία.

Thứ hai, có nhiều vấn đề theo thứ tự niên đại nghiêm trọng cho rằng những văn bản giống như những văn bản của Autolycus đã được sử dụng trong thời kỳ Plato viết tác phẩm *Republic*. Theo quan điểm hiện hành về cấu tạo các đối thoại của Plato tác phẩm *Republic* đã được viết trước năm 370 trước CN. Nhưng những quan sát ngôi sao chổi đã được Aristotle tường trình (xem phần dưới) đưa ra suy đoán là 2 mô hình quả cầu hầu như đã được giới thiệu sau năm 372 trước CN và trước năm 340 trước CN. Vì thế, có mỗi lý do để tin tưởng là sự mở đầu mô hình trước mốc thời gian ba văn bản của Mueller nhắm đến, đã không xảy ra cho đến khi Plato đã viết xong tác phẩm *Republic*; vậy thì, ba văn bản này đã không thể là thể loại văn học mà Plato đã ghi nhớ khi ông đã viết tác phẩm *Republic*. Do đó, tôi thích nắm Plato ở lời nói của ông (hoặc ít nhất là lời nói của Glaucon), khi Glaucon hỏi Socrates “Các ông muốn nói gì về việc cải cách nghiên cứu thiên văn học để phục vụ cho những mục đích của chúng ta? (bổ sung nhấn mạnh). Đó là một sự cải cách thiên văn học mà Plato chủ trương; Plato không mô tả một loại văn học thông dụng. Thực ra, Plato nhấn mạnh, lý tưởng của ông cách xa với thực tế hiện hành như thế nào. Ở chỗ sự khép kín của phần đó khi Glaucon tuyên bố. “Ý muốn đó sẽ khiến cho công việc của thiên văn lớn hơn nhiều lần so với hiện nay.

Từ đó, nếu như, mô hình toán học hình hai quả cầu đã mở đầu quá trễ vào thế kỷ thứ 4 trước CN để có bất cứ hiệu ứng nào trên cấu tạo của tác phẩm *Republic*, mô hình được phát minh từ khi nào? Theo cái nhìn ấy, Goldstein và Bowen tham khảo theo phần báo cáo của Aristotle là:

“Trong vòng cung của Nicomachus (năm 341 trước CN), một ngôi sao chổi xuất hiện trong vài ngày về phía đường phân (ngôi sao chổi này đã không mọc lên ở hướng Tây), và đồng thời với nó, đã xảy ra bão táp tại vùng Corinth (Hy Lạp). Sự kiện có vài ngôi sao chổi mà rất hiếm khi chúng xuất hiện và ở ngoài các vòng cung nhiệt đới nhiều hơn là ở trong các vòng cung này là chuyển động của mặt trời và sao.”

Đó là cái mà Aristotle [Meteor 343b1] tham khảo không có ngôi sao chổi khác được ông đề cập (427/26 và 373/72) để tăng thêm niềm tin tưởng của chúng ta về bất cứ vành cung tham khảo nào mà không một chi tiết được bổ sung về sau và vì thế, cung cấp cho chúng ta một *terminus ante quem* đối với việc mở đầu mô hình toán học hai quả cầu năm 341 trước CN. Một *terminus post quem* là lưu trú trên khía cạnh quan sát năm 372 trước CN, mốc thời gian của ngôi sao chổi muộn nhất được trông thấy và như thế chúng ta có một khoảng thời gian xấp xỉ ba chục năm cho mô hình toán học hai quả cầu đã được Eudocus phát triển. (Goldstein và Bowen cung cấp chứng cứ là Eudocus không chỉ sử dụng mô hình này trong thiên văn học của ông mà thực sự là ông phát minh thực sự).

Hơn nữa có, có chứng cứ là khoa học về các quả cầu đã phát triển khá nhanh. Thực vậy, hai trong ba luận thuyết liên quan đến chúng ta đã được 2 bạn đồng nghiệp của Eudocus biên soạn, họ đã tích cực, dường như vào cuối thế kỷ thứ tư. Dĩ nhiên, tôi muốn nói đến, Euclid và Autolycus, những luận thuyết của họ, về đề tài các quả cầu theo chúng tôi là sớm nhất.⁽⁶⁾

⁽⁶⁾ Floruit của Autolycus chắc chắn có mốc thời gian là vào ¼ cuối thế kỷ thứ tư trước Công Nguyên; Xem Mogenet 1950, 5-7 với các chi tiết. Về niên đại của Euclid, chúng tôi thấy không có gì chắc chắn hơn là Euclid đã sống vào thời kỳ giữa Aristotle và Apollonius. Một niên đại mà về sau này chỉ khuyến khích những sự tranh luận. Chúng tôi sẽ nêu sau mục đích của tác phẩm của Euclid.

Người ta thường cho rằng tác phẩm "*De sphaera quae movetur*" của Autolycus là luận thuyết toán học Hy Lạp sớm nhất hiện còn, nhưng người ta phải đồng ý với Neugebauer là có quá ít chứng cứ vững chắc như thế để tách ra theo thứ tự thời gian giữa Autolycus và Euclid, mà tất cả chúng tôi có thể tuyên bố với một sự tin tưởng nào đó là những luận thuyết của họ tất cả được biên soạn đại khái cùng thời gian, có thể vào nửa sau thế kỷ thứ tư trước Công Nguyên. Ngay cả, Germaine Aujac (1984) người cho là Autolycus và các tác phẩm của ông trước Euclid 30 năm, ông cho là trong bất cứ trường hợp nào thì Autolycus không phải là một nguồn của Euclid; và dường như là có sự nhất trí về điểm trọng tâm mà cả hai Autolycus và Euclid đều dựa vào một công trình ban đầu về những định lý cơ bản của đề tài. Công trình ban đầu này phải xuất hiện giữa những năm 360 và 320 trước Công Nguyên; từ nội dung và phạm vi của các tác phẩm ban đầu này, chúng tôi có thể gián tiếp tạo thành vài khái niệm từ các tác phẩm của Euclid và Autolycus.

Vậy thì, chúng tôi quay sang bản chất và mục đích hiển nhiên của những luận thuyết này. Ngay từ khi John Philoponus, sống vào thế kỷ thứ sáu thiên niên kỷ của chúng ta, cung cấp bài tham khảo đầu tiên về công trình "*De sphaera quae movetur*,"⁽⁷⁾ của Autolycus, các nhà bình luận đã nhìn thấy sự khác biệt giữa luận thuyết này với công trình *Phaenomena* của Euclid. Philoponus vạch ra cho là công trình của Euclid nhiều "khoa học" vì nó không chỉ là sự chuyển động, một sự phân biệt liên quan của vật lý học cổ điển, mà ovōiá (bản chất) cũng được, đó là Quả đất và ngôi sao (Cũng được đề cập bằng tên của tất cả đường tròn thiên văn học chính trên quả cầu). Hơn nữa, luận thuyết của Euclid được đặt trước một sự giới thiệu đông dài mà nội dung của nó là mô hình (toán học)

⁽⁷⁾ Đối với văn bản và một bảng tóm lược, xem Morgenet 1950, 160.

hai quả cầu áp dụng trong thế giới của chúng ta, và bắt đầu với những định nghĩa về chân trời”, “thiên đỉnh”, và những “vòng cung nhiệt đới” điển hình như các bề mặt hoàn toàn hình học, như thế như là vòng tiếp xúc trên quả cầu và những góc giữa những vòng lớn trên quả cầu là không được vạch rõ.

Tôi mong muốn kết luận là trong sự định nghĩa những vòng cung theo tầm quan trọng thiên văn học và vật lý học và trong sự vượt qua nhẹ nhàng những đối tượng hoàn toàn hình học. Euclid nói với các độc giả của Euclid các quan niệm thực sự quan trọng như thế nào trong luận thuyết của ông liên quan đến ngụ ý của ông trong tác phẩm. Thực vậy, Euclid không làm lạc hướng độc giả: Phaen. prop1. (Trái đất là trung tâm điểm của vũ trụ và chiếm giữ vị trí trung tâm vũ trụ, không đặt chúng ta vào khung cảnh hình học trừu tượng, mà đặt chúng ta vào trong vũ trụ riêng của chúng ta. Chúng mình sử dụng một điốt nhắm vào chỗ phát ra của bệnh ung thư và là dự tính hiển nhiên để đặt ra một hình ảnh vật lý quan trọng trong ký ức của độc giả. Tuy nhiên, cấu trúc của chứng minh phản ánh toàn bộ chi tiết cấu trúc của chứng minh hình học Hy Lạp; và từ sự chứng minh này tôi kết luận là Euclid ngụ ý với chúng tôi nắm được chứng minh nghiêm túc như đối với bất cứ các chứng minh nào của Euclid trong tác phẩm *Elements*. Đó là điều khiến chúng tôi lo lắng thực hiện các phản ánh như thế theo khẩu vị của chúng ta và không phải là khẩu vị của Euclid, cũng không phải là khẩu vị trong thời của ông. Thực vậy, Galen nói lên với chúng ta là “Euclid đã chứng minh trong định lý I của *Phaenomena*” trong vài từ là trái đất ở giữa vũ trụ, như một điểm hoặc trung tâm và các em học sinh tín nhiệm giống như sự chứng minh hai với hai là bốn” (trích dẫn Neugebauer 1975, 748). Trong bất cứ trường hợp nào, chúng tôi biết từ mệnh đề 1 tiến tới điều mà chúng ta giao dịch với một khoa học chứng minh mà chủ đề của Euclid chính là hiện tượng thiên văn.

Những hiện tượng này là được định nghĩa thêm bởi các mệnh đề theo sau. Phần thứ nhất của mệnh đề 2 cho rằng một vòng cung to xuyên qua cực, trong một vòng xoay của quả cầu thì gấp hai lần ở các góc vuông đối với đường chân trời và phần thứ hai liên quan đến các góc tạo thành bởi đường hoàng đạo trong sự quay tròn hằng ngày của nó đối với thiên đỉnh và đường chân trời - những góc này là quan trọng đối với những pha của một ngôi sao. Sự nhận xét của Euclid rằng “vấn đề này đã được chứng minh” thường được tham khảo một luận thuyết có trước, nhưng dường như không giống với điều vượt ngoài nhóm lớn của các kết quả trên các quả cầu mà luận thuyết của Euclid tiên đoán trước. Euclid chỉ sẽ phải chọn một phần đặc biệt này để trích dẫn. Theo sau vấn đề này là 4 mệnh đề (*Phaen.* 3-6) về ngôi sao mọc lên từ đó chúng ta có thể nắm được mệnh đề 5 tiêu biểu: Về các ngôi sao trên chu vi của một vòng cung lớn mà cắt cái vòng cung luôn luôn có thể nhìn thấy, thêm những vòng cung lớn mà hướng về phía Bắc mọc lên sớm hơn và lặn xuống trễ hơn. Phương pháp chứng minh trong hai mệnh đề 4 và 5 trong tác phẩm *Phaen.* là để lập kế hoạch các ngôi sao từ một quỹ đạo song song đến một vòng cung khác bằng phương tiện của các quỹ đạo lớn là sự quay của đường chân trời, bằng cách đó giảm thiểu tranh luận cho trường hợp khi hai ngôi sao gần bó trên cùng quỹ đạo song song giống nhau. (Tuy nhiên, các quỹ đạo song song không đồng nhất như trong luận thuyết của Euclid, dù chúng thuộc mệnh đề 8 của Autolycus). Khi kỹ thuật này được áp dụng, có sự lồi cuốn phong phú đối với tính hiển nhiên thấy được từ biểu đồ,⁽⁸⁾ và cần các bổ đề để thành lập những giả định cần thiết chưa bao giờ được nói rõ.

⁽⁸⁾ Về cuộc thảo luận về các nguyên lý mà những biểu đồ hiện tồn mss của những văn bản Hy Lạp về hình học và lượng giác cầu, xem Neugebauer 1975, 751-755.

Cùng kỹ thuật như đó là việc sử dụng mệnh đề 4 và 5 trong tác phẩm *Phaen.* làm cơ sở cho tác phẩm - *De orbitibus et Occasibus* của Autolycus. Trong tác phẩm *Phaenomena* các sự quay trái của chân trời được sử dụng để tìm ra những điểm trên quỹ đạo hằng ngày của một ngôi sao mọc và lặn xuống đồng thời với một ngôi sao trên một quỹ đạo hằng ngày khác. Mặt khác trong công trình của Autolycus, các sự xoay tròn của chân trời được sử dụng để tìm ra những điểm trên đường hoàng đạo mọc và lặn đồng thời với một ngôi sao đã quy định. Như khi những điểm như thế được xác định, rồi thì những điểm 15° ở đằng sau và ở đằng trước đánh dấu những điểm xác định bốn pha của ngôi sao.

Hai mệnh đề sau, *Phaen.* props. 7 và 8 xử lý các hình cung của chân trời nơi toàn bộ hoàng đạo hoặc những dấu hiệu riêng rẽ nổi lên, và muốn được quan tâm theo học thuyết về nguyệt thực, đó là, trong học thuyết nào được gọi là *prosneusis* của các sự kiện che khuất⁽⁹⁾. Tổng hợp lại một định lý như thế có thể chỉ rõ là khi nào luận thuyết đã được biên soạn về một số các yếu tố của lý thuyết về những sự che khuất ở đúng cương vị. Tuy nhiên, nó cũng cung cấp một sự mở đầu về ý tưởng của các sự phóng đại âm vang, đó là, ý tưởng về góc trên chân trời hướng Bắc hoặc hướng Nam của tuyến Đông Tây chỉ rõ cái điểm nơi mặt trời mọc lên và có thể được bao gồm ngang bằng vì lý do đó. Đó là trường hợp với toàn bộ luận thuyết, ở đây những kết quả là chất lượng trọn vẹn. Aujac (1984, 100) đã đề ra một ví dụ hay về ngôn ngữ hình học mà Autolycus đã dùng cạnh trong *Phaen.*, nơi Euclid dựa vào định lý, hoàng đạo mọc lên và lặn ở mọi chỗ chân trời

⁽⁹⁾ "*Prosneusis*" ám chỉ về góc tạo thành bởi đường hoàng đạo và quỹ đạo lớn vượt qua các trung tâm điểm mặt trăng và mặt trời (trong trường hợp nhật thực) hoặc mặt trăng và trung tâm điểm bóng của trái đất (trong trường hợp nguyệt thực): Xem Neugebauer 1975, 141-144.

giữa các vùng nhiệt đới - những quỹ đạo vùng nhiệt đới tối thiểu được xác nhận rộng rãi như những quỹ đạo luôn luôn có thể nhìn được và luôn luôn không nhìn thấy được. So sánh vấn đề này với phát triển của Autolycus định lý tương tự trong tác phẩm *De Sph. prop.11.* :

“Nếu một quả cầu, có một quỹ đạo rộng lớn được hướng trục, thì nó phân ranh (ὁρίζων) cái có thể nhìn thấy được (1/2) của quả được hướng cầu và cái không thể nhìn thấy được, trong khi vài quỹ đạo lớn khác được tiếp xúc theo những quỹ đạo lớn hơn chân trời được tiếp xúc, thì việc mọc và lặn của nó theo toàn bộ hình cung của chân trời giữa những quỹ đạo song song (quỹ đạo lớn khác) mà nó tiếp xúc đến”.

Có lẽ Autolycus ban đầu mệnh đề này để giới thiệu quan niệm biên độ quỹ đạo mặt trời.

Với Phaen props 9 - 13, chúng ta đi đến cái gì xuất hiện là mục đích trọng tâm của luận thuyết, một việc nghiên cứu những lần mọc lên các dấu hiệu của hoàng đạo. Khái niệm xuất hiện trong mệnh đề 9 mà không định rõ nơi nào một từ giải thích như thế có thể hữu dụng ở đây. Lúc mọc lên vài hình cung của đường hoàng đạo đơn giản là lúc hình cung đó nổi lên qua chân trời và người ta có thể đo lường nó cả những thời giờ điểm phân và những độ xích đạo (vì đường xích đạo nâng lên trên chân trời theo một tỷ lệ đồng dạng), nơi mối quan hệ giữa những thời và độ điểm phân là 1 giờ = 15° .⁽¹⁰⁾ Vì trong thời gian, từ lúc mặt trời mọc đến lúc mặt trời lặn là

⁽¹⁰⁾ Việc hình thành định nghĩa này, tôi không muốn ngụ ý là Euclid hoặc những đồng thời của Euclid đã định nghĩa những giờ điểm phân. Các biểu thức sử dụng trong văn bản Hy Lạp có thể dịch là: “Trong lần mà hình cung X nâng lên, cung Y cũng nâng lên” hoặc “cung X nâng lên nhiều lần hơn cung Y”, nơi X và Y là những cung của đường hoàng đạo. Không có gì để nói lên những đơn vị trong đó thời gian được đo lường.

một ngày theo quy định, 180° của đường hoàng đạo phải nâng lên, người ta có thể sử dụng những lần nâng lên để tính toán chiều dài ánh sáng ban ngày tại một vị trí quy định vào một ngày quy định bằng cách tìm những lần nâng lên của các bán quỹ đạo tùy ý trên đường hoàng đạo

Hai mệnh đề đầu tiên về chủ đề, *Phaen. props. 9* và *10*, cung cấp những kết quả chất lượng liên quan đến những lần nâng lên của những bán quỹ đạo,⁽¹¹⁾ trong khi bốn mệnh đề kế tiếp *Phaen. props. 11 - 13* và bổ đề, liên quan những lần nâng lên và những lần hạ xuống các thời gian của những hình cung ngang bằng bố trí một cách khác nhau. Khái niệm của một lần nâng lên được xem xét hiểu biết rõ ràng, tương phản với bộ máy quả cầu cơ bản đã được xác định tỉ mỉ như thế mở đầu luận thuyết. Người ta tưởng tượng một bạn đọc đã quen với quan niệm về những lần nâng lên từ tuyến các lược đồ số học, mà còn cần được rèn luyện học tập những yếu tố hình học của ngành khoa học bầu trời.

Phaen. props. 12 là một ví dụ hay của những định lý đã được chứng minh:

“Những cung bằng nhau của bán quỹ đạo theo đường chỉ tuyến lặn xuống vào những lần không bằng nhau.

Những cung ở gần những vùng nhiệt đới nhất lặn xuống trong những lần lớn nhất trong khi cung theo sau lặn xuống trong những nhỏ hơn. Những cung gần đường xích đạo nhất lặn xuống trong những lần ít nhất trong khi những cung cách đều nhau so với đường xích đạo thì mọc và lặn theo các lần bằng nhau.”

⁽¹¹⁾ Nếu người ta biết lần nâng lên đối với bán quỹ đạo nào đó, thì người ta có thể tìm ra chiều dài ngày đối với bất cứ ngày nào của năm.

Tuy nhiên tính chất lượng hiển nhiên của kết quả này và các thứ đi kèm với nó, sẽ không thể làm chúng ta lầm lạc trong suy nghĩ rằng ít được sử dụng vì sự thật, những định lý này chứng tỏ tất cả lần nâng lên không đều nhau đã được Neugebauer (1975 - 712) chứng minh đầy đủ đối với nó nổi tiếp số học tìm thấy các lần nâng lên dưới hoặc là hệ thống A hoặc là hệ thống B của người Babylon. Thực vậy, những sự không đều nhau mà Neugebauer sử dụng đúng là những gì mà Hypsicles (người đã là một đồng thời của Hipparchus) trình bày về tuyến lược đồ trong tác phẩm *Anaphoricus* của ông, và nhà bình giải văn học cổ Hy Lạp thấy rõ là những định lý ở cuốn sách *Phanomana* cần để chứng minh những suy đoán của Hypsicles (xem De Falco và Krause 1966, 41-45). Từ đó, tôi cho rằng tác phẩm *Phanomana* thể hiện một cố gắng nhằm cung cấp thêm một cơ sở có hệ thống cho những xem xét hệ thống hóa có vẻ đáng tin cậy theo trực giác cần để chứng minh tuyến những lược đồ về những lần nâng lên. Cơ sở có hệ thống này ít nhất mong muốn giải thích sự tham khảo tình cờ của Euclid cũng như xử lý chất lượng của nó.

Hypsicles sống vào khoảng 150 năm sau Euclid; nhưng tác phẩm *Anaphoricus* của ông không chắc là luận thuyết đầu tiên về loại đó, như chứng minh bằng sự đề cập của Hypsicles về "chính là người chiếm lĩnh các lần nâng lên". Căn cứ theo Neugebauer ⁽¹²⁾, những phương pháp ban đầu về việc tính toán chiều dài của ánh sáng ban ngày là những lược đồ sử dụng phép nội suy để tính toán, từng tháng một, chiều dài của ánh sáng ban ngày. Những lược đồ này đã bắt đầu với chiều dài của ngày ngắn nhất và gia tăng chiều dài này bằng một số lượng bất biến, mỗi một tháng số lượng được tính toán để đi đến giá trị về chiều dài của ngày dài nhất. Những lược đồ này được tìm thấy ở Ai Cập cổ đại trong sách giấy cói ở bên cạnh

⁽¹²⁾ Đối với những nhận xét sau đây - Xem thảo luận bao quát trong Neugebauer 1975, 706-713.

sườn của Pharaon Rames (vào thế kỷ thứ 12 trước Công Nguyên) trong sách giấy cói của Hibeh và đã được gọi như thế là Sách Giấy Gối của Eudoxus (trong hai sách giấy cói của Hibeh và Eudoxus chứa đựng các quan điểm từ thế kỷ thứ 3 trước Công Nguyên) và họ hồi sinh mạnh mẽ từ thời Trung Cổ. Tuy nhiên, nhiều nhà số học ngay biện tiếp cận bài toán tóm lược những lần nâng lên của các cung hoàng đạo (những việc này giữ được trong sự tiến bộ số học), không chỉ những người Babylon sau thời đại Seleucid mà còn nhờ Epigenes (có lẽ vào khoảng năm 250) ở Alexandria và Berossus (thế kỷ thứ nhất trước Công Nguyên: đối chiếu Kuhrt 1987, 36-44), Neugebauer đưa ra giả thuyết là một tấm thẻ mặt trăng có niên đại từ khoảng năm 400 trước Công Nguyên, cho chiều dài ánh sáng ban ngày như là một chức năng của vị trí mặt trời trên đường hoàng đạo, có thể trình bày một giai đoạn quá độ giữa những tuyến lược đồ với chiều dài ánh sáng ban ngày và một sự tiếp cận sử dụng những tuyến lược đồ với các lần nâng lên và từ đó tóm lược những điều này để đạt được chiều dài ánh sáng ban ngày.

Từ đó, dường như, là phương pháp tính toán chiều dài ánh sáng ban ngày thông qua những lần nâng lên đã được mở đầu vào khoảng cuối thế kỷ thứ tư và đầu thế kỷ thứ ba. Vì thế, tôi cho rằng tác phẩm *Phaenomena* của Euclid phản ánh loại toán học cần thiết cho thiên văn học thời bấy giờ. Theo sự kiện này, tôi noi theo sự đánh giá của Heiberg về tác phẩm *Phaenomena* như một luận thuyết hữu hiệu về thiên văn học vào lúc ấy (trích dẫn theo Hultsch 1906, sưu tập 1048). Trong khi đó tôi tán thành Neugebauer (1983, 530b) là “Euclid và Aristarchus...chứng minh sự bất tương xứng của toán học truyền thống so sánh với thiên văn học lượng giác cầu và lượng giác học vào cuối thế kỷ thứ tư trước Công Nguyên”. Tôi mong muốn đưa ra giả thuyết là tối thiểu Euclid không phải cố gắng đương đầu với thiên văn học hình cầu và lượng giác học nhưng thà hướng cho nhà nghiên cứu cơ sở lý thuyết để tìm hiểu các phương pháp phát triển thiên văn học.

Trong bất cứ trường hợp nào, với các yếu tố không đồng đều của các lần nâng lên đã quy định trong *Phaen. props. 11-13*, Euclid ở trong một tư thế kết thúc luận thuyết với một sự so sánh trong *Phaen. props. 14-18* vào lúc thời gian những cung ngang nhau của đường hoàng đạo rời khỏi những bán cầu ở bên trên và bên dưới chân trời.

(Tôi thấy không có lý do nghi ngờ sự xác thực của vật chất này, mặc dù thực tế là hai mệnh đề sau cùng chỉ được tìm thấy trong bản duyệt lại B.). Ý kiến rời bỏ (có nghĩa là thay đổi (Εξαλλαγή). một bán cầu được xác định ở cuối phần dẫn nhập của tác phẩm *Phaenomena* như đoạn của một cung của đường hoàng đạo từ điểm đầu tiên của nó nằm ở chân trời phía Đông đến điểm cuối cùng của nó là chân trời phía Tây. Một khái niệm như thế mong muốn xuất hiện theo sự tính toán về những lần nâng lên như sau⁽¹³⁾. Khi mặt trời mọc lên tại một vài điểm P nào đó trên đường hoàng đạo về phía chân trời. Vì mặt trời luôn luôn di chuyển chậm chậm về hướng Tây theo đường hoàng đạo, ngẫu nhiên, khi bầu trời xoay tròn mang điểm P về chân trời hướng Tây thì chưa thấy mặt trời ở chân trời vì mặt trời đi ngang qua một cung PQ nào đó trên đường hoàng đạo (theo trình tự của một mức độ) theo một hướng ngược lại với vòng quay hằng ngày của các bầu trời. Do đó, cung PQ phải rời khỏi bán cầu về hướng mặt trời lặn, như thế chiều dài thực sự ánh sáng ban ngày là lúc PQ rời khỏi bán cầu có thể nhìn thấy được.⁽¹⁴⁾ Vì, đây đúng là lúc nâng lên của cung từ P đến $P + 180^\circ$ cộng thêm thời gian nâng lên của cung $\frac{1}{2}^\circ$ hoàn toàn ngược với PQ, chúng ta có thể tính toán một trị

⁽¹³⁾ Sự kiện này được đề ra theo Schmidt 1943, một nghiên cứu từ đó, tôi đã tìm được nguồn gốc lợi ích to lớn. Là một điều trắc ẩn mà chưa bao giờ được công bố.

⁽¹⁴⁾ Tôi ngạc nhiên tìm thấy được nơi nào theo văn học về một nghịch lý của Achilles và loại con rùa, từ đó, một nghịch lý được đặt ra giả thuyết bằng thực tế, bằng thời gian P đạt được theo hướng chân trời, mặt trời dời lại tiến lên từ thời gian này.

số tuyệt hảo về chiều dài thực sự ánh sáng ban ngày bằng nội suy tính chất đường kẻ giữa những giá trị về các lần nâng lên mà Hypsicles cho ở những khoảng cách 1^o.

Do đó, ngoài ra, người ta có thể thấy một sự tính toán hình học của các đề tài và có thể hiểu được trong tác phẩm *Phaenomena* theo những phương pháp số học vào thời của ông. Mặc dù, không có dẫn chứng hướng về các tính toán khả quan như thế trong thời Euclid, nó còn là chân lý của những toán học cổ đại và hơn như thế - mà "sự thiếu chứng cứ không phải là chứng cứ thiếu" và giả thuyết về một mối quan hệ với những phương pháp số học của thời gian tối thiểu cho vài điểm theo một bài tập mà nói cách khác dường như đúng hơn là điên - lo âu về những lần nâng lên của các cung theo thứ tự $\frac{1}{2}^o$, thực tế, khi một thời gian là không có khả năng để xác định dù là xấp xỉ những lần nâng lên đối với toàn bộ các dấu hiệu.

Hoàn toàn khác biệt với tác phẩm *Phaenomena* của Euclid đặc tính và đề tài là tác phẩm *De Sphaera quae movetur* của Autolycus. Tôi sẵn sàng trích dẫn nhận xét của Philoponius về hình học của luận thuyết này, như thế chúng ta có thể tiến lên ngay đến một sự tính toán thích đáng của các đề tài được xử lý. Để bắt đầu, không có lời nói đến dài dòng như Euclid; thay vì Autolycus khởi sự bằng cách định nghĩa sự chuyển động đồng dạng của một điểm (nếu không còn cách nào khác, xin xem Aujac 1979, 42 nn 1,4 (và rồi thì quay lại ngay tới một loạt trong 12 mệnh đề được xử lý theo những chủ đề như sau đây:

1-3 Sự phát sinh các quỹ đạo song song, là đường trục giao với trục và các cung tương tự bằng những điểm trên bề mặt của một quả cầu xoay tròn đồng dạng.

4-6 Các trường hợp khi không có các điểm, tất cả các điểm hoặc vài điểm mọc lên và lặn xuống. Lời mở đầu của

tác phẩm *Sphaera obliqua*, đó là, quả cầu đối với một người quan sát không phải ở tại xích đạo.

7. Trong những điểm *Sphaera obliqua* mọc lên và lặn xuống trên cùng đường song song và tất cả đường song song có khuynh hướng ngang bằng đến chân trời.

8. Những quỹ đạo rộng lớn tiếp xúc với cùng quỹ đạo (song song) khi chân trời là những vòng xoay tròn của chân trời.

9. Các sự mọc lên và lặn xuống của các ngôi sao trong một *Sphaera obliqua*.

10. Trong một *Sphaera obliqua*, một quỹ đạo tròn ngang qua các cực chỉ là hai lần trực giao đối với chân trời.

11. Ở đâu trên chân trời xảy ra một quỹ đạo tiếp xúc với những quỹ đạo lớn hơn chân trời mọc lên và lặn xuống? (Xem những dẫn giải ban đầu của tôi trong *Phaen. props. 7*).

12. Nếu một quỹ đạo cố định luôn luôn cắt đôi một quỹ đạo chuyển động thì hoặc là không có quỹ đạo trực giao với trục hoặc là đi qua các cực, rồi thì một quỹ đạo trong giống là một quỹ đạo to.⁽¹⁵⁾

Hiển nhiên từ danh sách các định lý này mà công trình này không giống như tác phẩm *Phaenomena*, không dành cho một mục tiêu đặc trưng hơn là việc bàn luận hiện tượng biến đổi xuất hiện trong *Sphaera obliqua*. Chắc chắn, một số chủ đề tương tự được đề cập đến, ví dụ, sự trực giao của các quỹ

⁽¹⁵⁾ Theo phần dẫn nhập, Euclid đưa ra một lối giải thích yếu ớt của định lý này, trong đó vòng tròn di chuyển được nêu ra như một quỹ đạo to, để chứng minh đường chân trời là một quỹ đạo to. Cách diễn đạt của ông hơi khác một chút và Euclid bỏ qua các hạn chế cần thiết mà Autolycus phát biểu ở nơi đây. Chắc chắn là loại của kết quả mà người ta mong muốn kêu gọi cố gắng áp dụng mô hình trừu tượng của hình học lượng giác cầu để quan sát hiện tượng.

đạo qua các cực đến chân trời và các hình của chân trời, mà quỹ đạo đường hoàng đạo vượt qua trong thời gian xoay tròn hằng ngày của nó. Cũng có một sự bàn luận của các sự mọc lên và lặn xuống của các ngôi sao, một sự bàn luận bắt đầu với các trường hợp hiếm có và rồi quay lại đến hình cầu quanh co. Nhưng một cách tổng quát, người ta có cảm giác là luận thuyết này với kiến thức nông cạn về các chủ đề là cơ bản cả, nhưng không có ai theo đuổi, là loại văn bản mà người ta mong muốn một chuyên viên nghiên cứu đọc ưu tiên để đọc tác phẩm *Phaenomena*. Tính chất phân nửa vật chất và phân nửa trừu tượng của luận thuyết này là minh họa bằng ví dụ rõ ràng bằng khía cạnh thực tế, mặc dù chân trời và các quỹ đạo luôn luôn có thể nhìn thấy được và luôn luôn không nhìn thấy được được đề cập, chỉ có một lời ám chỉ đường hoàng đạo và các vùng nhiệt đới trong các mệnh đề 11 và 12, nơi những quỹ đạo này được mô tả khá hơn đã được mang tên.

Từ vấn đề toán học của quan điểm, có một số đặc điểm của cả hai xứng đáng được đề cập đến. Trước hết tất cả, trên một mức độ hình thức, luận thuyết của Euclid định nghĩa các quỹ đạo quan trọng về thiên văn nhưng ngược lại Autolycus định nghĩa sự chuyển động đồng dạng. Hơn nữa, sự tương tự về cấu trúc của các chứng minh các mệnh đề trong hai luận thuyết quen thuộc với chúng ta, tác phẩm *Elements* của Euclid - *πρότασις ναεκθεσις, κασκευτη, απόδειξις* và *συμπερασμα* - chứng tỏ là cả hai tác giả đã viết trong cùng một truyền thống toán học, dù bất cứ cấp độ nào so với những khái niệm vật chất tiếp thụ. Sau hết, tình trạng chưa hoàn thành về mặt hình thức của những luận thuyết này, cả hai hoàn toàn tình cờ trích dẫn những kết quả mà rõ ràng họ cần biết rõ hiển nhiên là hai luận thuyết này nhưng những mô hình riêng rẽ trong một bức khảm rộng lớn hơn: cả hai tác giả hiển nhiên được làm việc trong một cơ sở các kết quả và những phương pháp quen thuộc, không chỉ trong lãnh vực đặc biệt của hình học lượng giác cầu

mà còn trong môn hình học lập thể như trong Tập 11 của tác phẩm *Elements*. Cả hai tác giả có thể đã nhắm tới việc huấn luyện người đọc trong những chủ đề đặc biệt, mà cũng không viết sách cho những người mới học hình học.

Bây giờ, chuyển từ những khía cạnh hình thức của các luận thuyết sang các phương pháp toán học mà họ đã dùng, chúng ta hãy xem xét gợi ý của Hultsch (1886) là những định lý từ tác phẩm *Sphaerica* của Theodosius mà Euclid và Autolycus tham khảo như hiểu biết và có thể sử dụng được theo việc sử dụng của họ, cùng với những kết quả hình học đã sử dụng để thành lập những định lý đó, có thể xem như dụng cụ làm lợi khí của toán học có giá trị đối với các tác giả Thiên văn học lượng giác cầu vào thời điểm của Euclid và Autolycus.

Tuy nhiên theo Olaf Schmidt (1943, 11-12), câu chuyện là không đơn giản như thế. Chắc chắn, nếu một kết quả được Theodosius chứng minh được Euclid trích dẫn từng chữ một trong tác phẩm *Phaenomena*, người ta có thể cho rằng kết quả trong hình thức đó là phần toán học có giá trị đối với Euclid; nhưng đây không đồng thời chứng minh vấn đề tranh luận đó, vì chúng ta biết Theodosius chứng minh kết quả như thế nào, chúng ta có thể trích từ những định lý sử dụng trong chứng minh này của các định lý khác mà Euclid phải biết.

Ví dụ của Schmidt đối với một giả định như thế có thể làm liên quan đến những chứng minh sử dụng các quỹ đạo tiếp xúc trên quả cầu. Cả Euclid và Autolycus cũng đều không xác định những quỹ đạo này, nhưng hiển nhiên từ những chứng minh như thế như là *De sph.* prop.6 với chứng minh rằng những quỹ đạo song song chạm chân trời thì hoặc là luôn luôn có thể nhìn thấy được hoặc là luôn luôn không thể nhìn thấy được, Autolycus xem xét hai quỹ đạo khi tiếp xúc với nhau nếu chúng chỉ có một điểm chung và không có lý do để cho rằng khái niệm của Euclid không khác một tí nào cả. Mặt khác, ở phần mở đầu *Sphaerica* ii, Theodosius xác định 2

quỹ đạo tiếp xúc có một điểm chung nếu đường thẳng xuyên qua điểm chung đó và trong mặt phẳng của mỗi quỹ đạo tiếp xúc với mỗi quỹ đạo. Từ đó, Theodosius sử dụng điều này để thành lập một nhóm mệnh đề, *Sphaer* ii props 3-5 liên tục có thể được gọi là Định lý cơ sở tiếp tuyến và ngụ ý của chúng là hai quỹ đạo đó chạm nhau tại một điểm tiếp xúc nếu và chỉ nếu điểm đó và các cực của nó nằm trong một quỹ đạo lớn đơn lẻ. Phải thừa nhận cái cuối cùng trong ba cái đó *Sphaer*. ii. prop 5 được sử dụng mà không được Euclid (*Phaen.* prop.2) và Autolycus (*De sph.* prop. 10) chứng minh. Tuy nhiên trong ánh sáng của sự thật mà cả hai luận thuyết này không bao hàm bất cứ gợi ý nào đến định nghĩa của Theodosius về đường tiếp tuyến, có thể, không khôn khéo để cho rằng nguồn gốc Euclid và Autolycus được sử dụng cho định lý chứng minh nó từ định nghĩa giống nhau của đường tiếp tuyến mà Theodosius đã sử dụng.

Một nhóm các định lý quan trọng khác là cơ bản cho lý thuyết về đường tiếp tuyến đó là nhóm *Sphaer*. i. - props 13, 15. Ngụ ý là nếu G là một quỹ đạo lớn và S là một quỹ đạo nhỏ trên một quả cầu, từ đó, trình bày như sau: (1) G chia đôi S , (2), G là đường trục giao với S , và (3) G chứa các cực của S . Các chứng minh của những mệnh đề này được xây dựng trên vài mệnh đề ở tập 1, mà sử dụng *Sphaer* i - props 1,7, 8 và 9 và những mệnh đề này, đến lượt nó được sử dụng trong bài toán dựng hình i prop 21 (để xây dựng cực của một quỹ đạo cho sẵn trên quả cầu) và trong i - prop 17, chính mệnh đề đó được sử dụng trong chứng minh của i - prop 21. *Sphaer* i - prop 15 cũng được sử dụng trong props 5, 6, 7 và 10 của Autolycus trong khi *Sphaer* i - prop 13 và 15 cả hai được sử dụng trong Euclid, *Phaen* - prop 2.

Tuy nhiên, là cung cấp tài liệu để so sánh những cách khác nhau mà Autolycus và Theodosius sử dụng trong *Sphaer* i - props 13 và 15. Theodosius sử dụng chúng chứng minh phần đầu cái mà chúng ta gọi là Định lý Cơ bản của Tiếp tuyến, đó

là trong *Sphaer.ii* - prop 3, tuyên bố rằng hai quỹ đạo giao nhau thì tiếp xúc nếu điểm cắt nhau và các cực của chúng nằm trên mỗi quỹ đạo lớn đơn lẻ. Lập luận của ông đúng là theo *Sphaer i* - prop.15, hai quỹ đạo giao nhau là đường trực giao với quỹ đạo lớn kết nối các cực của chúng, để cho đường thẳng nằm trong các mặt phẳng giao nhau của chúng sẽ là đường trực giao với quỹ đạo lớn. Cũng theo *Sphaer i* prop. 13, quỹ đạo lớn cắt đôi trong mỗi quỹ đạo trong các quỹ đạo giao nhau để mỗi quỹ đạo giao nhau với quỹ đạo lớn trong một đường kính. Vì vậy, đường thẳng giao nhau của các mặt phẳng của 2 quỹ đạo thì đường trực giao với mỗi đường kính tiếp xúc với mỗi quỹ đạo. Từ đó, bằng định nghĩa, các quỹ đạo là đường tiếp tuyến.

Trái lại, khi Autolycus phải chứng minh trong *De Sph.* prop 6 một trường hợp đặc biệt của *Sphaer ii* - prop 13, đó là, chân trời và quỹ đạo luôn luôn có thể nhìn thấy được là đường tiếp tuyến, thực sự bắt đầu như Theodosius thực hiện nhưng kết thúc theo một cách rất khác biệt. Autolycus khởi động bằng cách nhận xét rằng vì đường kính tuyến bao gồm cực của chân trời, do đó mà (đối chiếu *Sphaer i* - prop 15) mà đường kính tuyến là đường trực giao với chân trời và cắt đôi đường chân trời. Tuy nhiên, bây giờ, ông theo một đường lối khác. Autolycus quan sát một phần cắt của một vòng tròn (kính tuyến) là ở vào tư thế đứng thẳng trên đường kính của một vòng tròn (chân trời) và được phân chia theo các phần không đều nhau của Bắc cực. Tiếp theo, như chúng ta đã lưu ý trước đây Autolycus áp dụng kết quả mà sau này Theodosius chứng minh trong *Sphaer iii* - prop 1 để chứng minh là vòng tròn rộng lớn nhất luôn có thể nhìn thấy được là đường tiếp tuyến với chân trời.

Tôi nghĩ rằng điều đó có nghĩa là mặc dù *Sphaer iii* - prop.1 sử dụng khái niệm về các vòng tròn tiếp xúc thì chứng minh của Theodosius chỉ sử dụng định lý Pythagoras và vài kết quả sơ đẳng trong môn hình học dựng hình liên quan giữa một mặt phẳng trực giao với một mặt phẳng khác, nói

cách khác chứng minh của Theodosius chú ý tới định nghĩa đường tiếp tuyến của ông. Vì vậy, đây là một kết quả trong tác phẩm *Sphaerica* của Theodosius liên quan đến đường tiếp tuyến và sự chứng minh của bất cứ ai có thể trở lại đến một nguồn gốc tiền Euclid. Nói tóm lại, mong rằng *Sphaer* iii - prop 1 xuất hiện tạo thành phần lý thuyết cổ điển về các đường tiếp tuyến mà sau Autolycus, người ta thấy là cần áp dụng *Sphaer* ii - prop 13 và 15 để thành lập một lý thuyết mới về các đường tiếp tuyến.

Chính Autolycus sử dụng *Sphaer* ii - prop 5 trong chứng minh của *Sphaer* ii - prop 13 giới thiệu ý tưởng về những nửa vòng tròn tách rời khỏi những vòng tròn lớn trên một quả cầu mà tiếp xúc cùng vòng tròn song song nhau. Khái niệm này được Euclid sử dụng *Phaer* - props 4-7, 12 và 14 để chứng minh là những cung nào đó cân đối. Cũng được áp dụng trong *De sph.* prop 8 Autolycus cho rằng “đường tiếp tuyến các vòng tròn lớn với các vòng tròn giống nhau như là chân trời, khi quả cầu xoay tròn, sẽ hợp nhau với chân trời”. Ở đây, Autolycus sử dụng chính xác thuật ngữ học giống nhau về các nửa vòng tròn tách ra như đã thành lập trong Theodosius.

Mặt khác, *Sphaer* ii - prop 13 giới thiệu một dãy các mệnh đề, *Sphaer* ii - prop 13, 16 cung cấp các cấu tạo (ii - prop 14 và 15) và lý thuyết (ii - prop 13 và đảo để từng phần của nó, ii prop 16) liên quan đến việc so sánh các cung trên các vòng tròn song song. Trung tâm điểm của nhóm này, tìm thấy các áp dụng quan trọng trong tác phẩm *Phaenomena*, là *Sphaer.* ii - prop 15 trên cấu tạo của một đường tiếp tuyến tròn lớn với một vòng tròn song song đã cho và đi qua một điểm giữa đường song song đó và một đường song song khác song song và ngang bằng với nó. Như bản cấu trúc logic của *Sphaer.* ii chứng minh (Xem bảng 1), mệnh đề này được ghi vào cấu trúc tập 2 và sử dụng lý thuyết của Theodosius về các vòng tròn tiếp xúc. Tuy nhiên, Euclid viện dẫn định lý này trên ba công việc khác biệt

prop 13 liên quan các cung của hai vòng tròn song song cắt đứt bởi những nửa vòng tròn không giao nhau. Cũng thế, Autolycus phổ biến đề toán của *Sphaer. ii* - prop 13 liên quan các cung của hai vòng tròn song song cắt đứt bởi các nửa vòng tròn không giao nhau. Cũng thế, Autolycus phổ biến đề toán của *Sphaer.ii.prop.13* từng từ một trong luận thuyết của ông. Một lần nữa, ở đây, dường như các kết quả của *Sphaer. ii* - prop 13, 16 miêu tả⁽¹⁶⁾ phần của một chương sách Tiền Euclid về chủ đề, mà một số tác giả sau Euclid gán cho một cơ sở khác biệt.

Bảng 1 - Cấu trúc logic của Theodosius - *Sphaer ii*

Một o ở hàng m trong cột n muốn nói rằng chứng minh của mệnh đề m sử dụng mệnh đề n. Ví dụ: mệnh đề 4 trong tập 2 dựa vào các mệnh đề 2, 3 và 4. Bảng này không chứng minh rằng ii prop 1 sử dụng i prop 10; rằng ii prop 2 sử dụng i prop 10, và rằng i prop 15 được trích dẫn trong những chứng minh của ii - prop 3, 9, 10 và 21.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1																							
2																							
3																							
4		o	o	o																			
5				o																			
6		o	o		o																		
7																							
8			o			o																	
9																							
10																							
11																							
12																							
13					o					o	o	o											
14			o																				
15			o						o														
16										o				o	o								
17									o			o											
18																	o						
19																		o					
20									o														
21										o													
22					o				o			o										o	
23						o			o														o

⁽¹⁶⁾ Xem Aujac 1984, 104-105 để biết chi tiết và một thảo luận thuyết phục.

Chúng cứ thêm nữa của sự tiến triển trong việc xử lý về các quả cầu giữa thời kỳ của Euclid và thời kỳ của Theodosius ở chỗ việc xử lý tinh vi về các góc của độ dốc giữa đường hoàng đạo và chân trời như được bàn luận trong *Sphaer.* ii - prop 22.⁽¹⁷⁾ Thật ra ở đây chúng ta đang còn giải quyết những góc giữa những mặt phẳng và không giải quyết các góc trên bề mặt của quả cầu, mà, thậm chí căn cứ vào đó việc xử lý của Theodosius về cách mà góc trong vấn đề biến đổi một cách đơn điệu từ một tối đa, cùng với sự bàn luận của nó về đối xứng, vượt xa ngoài những bước ban đầu trong lời giải bài toán mà chúng ta nhìn thấy trong *Phaen.* prop 2. của Euclid.

Phương pháp chứng minh của Theodosius đối với một số lợi ích toán học là trong việc đo lường sự biến đổi trong một đại lượng, góc vuông giữa đường hoàng đạo và chân trời qua đó đo lường cái khác, đó là chiều cao của cực của đường hoàng đạo liên quan đến chân trời. Cụm từ chuẩn đối với chiều cao của cực bầu trời là $\epsilon\sigma\alpha\mu\alpha\ \tau\omicron\upsilon\ \pi\acute{o}\lambda\omicron\nu$, tham khảo cung của vòng tròn lớn xuyên qua thiên đỉnh và cực bao gồm giữa cực và chân trời. Nhóm từ không tìm thấy trong tác phẩm *Sphaerica*, tuy nhiên, bằng cách so sánh hai vị trí của cực của đường hoàng đạo, Theodosius mô tả một cực như là $\mu\epsilon\tau\epsilon\omega\tau\epsilon\pi\omicron\varsigma$ hơn là cách khác và đo lường độ cao của cực bằng đường trực giao từ chân trời. Kết quả đó là việc tiến lên từ độ cao lớn hơn của cực đến độ nghiêng lớn hơn của đường hoàng đạo, đường cung đã được đề cập ban đầu được giới thiệu một cách thứ yếu và của một số phức tạp trong chứng minh của *Sphaer.* ii - prop 21, 22 như một số lượng biến đổi một cách đơn điệu với chiều cao cực và một số lượng cho phép người ta vượt qua từ đó đến được các độ nghiêng của các mặt phẳng.

⁽¹⁷⁾ Căn cứ theo Theodosius, một mặt phẳng có chiều hướng theo một mặt phẳng cơ bản hơn một mặt phẳng khác nếu tạo một góc nhỏ hơn với cơ bản đó hơn môi trường.

Bất cứ nghiên cứu nào về các phương pháp toán học về hình học lượng giác cầu cổ xưa mong muốn được đầy đủ, tuy nhiên, mặc dầu một số việc xem xét các phương pháp sử dụng trong định lý yêu cầu một số cấu tạo.⁽¹⁸⁾ Một prop của các định lý như thế trong tác phẩm *Sphaerica* của Theodosius, Schmidt (1943, 13-14) nhận thấy chúng hiển nhiên đối với ai đã làm việc với hình học lượng giác cầu thuộc một phạm vi thiên văn học được sử dụng trên một quả cầu chắc chắn. Đây đúng là không nghi ngờ, mà có thêm nhiều tuyên bố về điểm này.

Các lập luận chính của Schmid liên quan nhóm *Sphaer. i* - prop 16 - 21 cung cấp cơ sở cho việc xây dựng của một vòng tròn lớn qua 2 điểm cho sẵn và cho việc tìm ra các cực của một vòng tròn cho sẵn.

Tuy nhiên, chứng minh của *Sphaer. i* prop 18 cho rằng người ta có thể vẽ các đường thẳng trên một vòng tròn trong quả cầu và định lý này dùng trong *Sphaer. i* prop.19 yêu cầu người ta tìm ra đường kính của một quả cầu cho sẵn. Hơn nữa, bài toán cấu tạo đầu tiên thực sự, đó là *Sphaer. i* prop 2 (Để tìm trung tâm của một quả cầu) không giải quyết rõ ràng bằng cấu tạo trên bề mặt của quả cầu, thực vậy, một người tự hỏi cần phải sử dụng cái gì cho công việc với một quả cầu vững chắc. Đối với tôi dường như là *Sphaer. i* - prop 2 là một ví dụ minh họa cho một định lý xảy ra trong tác phẩm *Sphaerica*, và, hơn nữa đối với điểm, được phát triển tại vị trí đầu tiên, vì nghĩ rằng một mệnh đề như thế thuộc một trong các yếu tố của môn hình học lượng giác cầu.

⁽¹⁸⁾ Vấn đề tình hình của các bài toán về hình liên quan với các định lý trong hình học Hy Lạp đã được thảo luận trong Bowen 1983, vấn đề động cơ thúc đẩy các bài phép về hình được thảo luận trong Knorr 1983. Những gì được xem xét gần đây đã được đưa ra trong Zeuthen 1896.

Tuy nhiên quan điểm của Theodosius về các bài toán cấu tạo, đi sâu hơn một sự mong muốn đơn giản để giải các bài toán trên quả cầu tương tự với các bài toán, mà người ta muốn giải trên mặt phẳng và điều này được chứng minh bằng lời giải của Sphaer. i - prop 20, yêu cầu cấu tạo của một vòng tròn lớn qua 2 điểm đã cho sẵn trên một quả cầu. Trong chứng minh như sau:

Cho A và B là 2 điểm cho sẵn trên bề mặt của quả cầu. Yêu cầu vẽ vòng tròn lớn qua A và B. Khi A và B nằm đối nhau xuyên tâm, rõ ràng là nhiều vòng tròn lớn ý có thể tùy ý vẽ qua A và B, vì thế hãy giả sử từ lúc đó là A và B không nằm đối nhau xuyên tâm.

Bây giờ, nếu đối tượng của Theodosius đã được các nhà thiên văn chứng minh: thực hiện hữu dụng như thế nào các cấu tạo trên một quả cầu vững chắc. Theodosius buộc phải bỏ qua một trường hợp mà tối thiểu cũng hữu dụng như bất cứ trường hợp nào khác. Hơn nữa, nếu đối tượng đơn giản viết một luận thuyết chứa đựng một luận thuyết nào đó về hình học cần phải chứa đựng, từ đó, người ta mong mỗi được nhìn thấy tất cả trường hợp xử lý. Thực tế, một chức năng của một số cấu tạo là để bảo đảm sự hiện hữu của những đối tượng nào đó thì chứng minh của bài toán này đề xuất là cái gì.⁽¹⁹⁾ Trong trường hợp này, sự hiện hữu thuộc một vòng tròn lớn qua 2 điểm đối nhau xuyên tâm phải được làm rõ đối với bất cứ các độc giả nào hiểu được *Sphaer. i - prop 6* và là ý nghĩa của đối tâm.

⁽¹⁹⁾ Zeuthen (1980) đã đề xuất đó là động cơ thúc đẩy những bài toán dựng hình trong hình học Hy Lạp. Knorr (1983) lập luận theo khía cạnh khác, là một mục tiêu tính toán như thế chỉ một ít các phép dựng hình hiện có và là một sự lạc hậu toán học rộng rãi đã đào tạo các nhà sử học thế kỷ thứ XIX. Lập luận của Knorr nói chung là thuyết phục, nhưng ở đây theo tôi có một chứng cứ nội tại theo chứng minh của Sphaer. i - prop. 20 là một trong những động lực bao gồm định lý dùng để chứng minh sự hiện hữu của những quỹ đạo lớn rộng đáp ứng một vài điều kiện. Các động lực khác cũng tác dụng hiển nhiên của các phương pháp vẽ hình mà Theodosius sử dụng.

Sau hết, vận động của Theodosius đối với việc bao quát những bài toán dựng hình được minh họa tốt bằng chứng minh của bài toán *Sphaer. i - prop 21*, yêu cầu tìm ra cực của bất cứ vòng tròn nào cho sẵn trên quả cầu.

Sự hiện hữu của các cực được bảo đảm bởi *Sphaer. i prop 8* cùng với sự hiện hữu của đường trực giao đến bất cứ mặt phẳng nào cho sẵn tại bất cứ điểm nào trên đó (giả sử là trong bất cứ trường hợp nào trong bài toán *i - prop.2*); vì vậy, Theodosius không cho một chứng minh như thế. Qui trình của ông về cấu tạo chắc chắn như thế, mà người ta có thể thực hiện nó trên bề mặt của quả cầu. Dù sao, nếu đã dự tính đơn giản như một công thức: “thế nào” cho nhà thiên văn tập sự làm việc với quả cầu vững chắc, là xem như chưa hoàn thành, vì giả sử không có sự giải thích ở bất cứ nơi nào trong luận thuyết, hai phần chia đôi các cung của các vòng tròn. Dĩ nhiên, sự hiện hữu của trung điểm của một cung rõ ràng từ các việc xem xét về tính liên tục cũng như là trường hợp sự hiện hữu tỷ lệ của $\frac{1}{4}$ so với $\frac{3}{4}$ cung cho sẵn. Theodosius giả sử một điều gì đó trong chứng minh của *iii - prop 10*. Căn cứ vào đó Theodosius tuyên bố không có gì thêm về điểm giữa, có thể sự liên tục là cái mà ông ngầm lưu tới; những cấu tạo cũng trong tầm tay với vật thể theo sự tùy ý sử dụng của Theodosius, như thế dường như là chúng ta không ở trong vị trí để lập luận là Theodosius đã nắm giữ bất kỳ thái độ đồng dạng nào đối với tất cả công trình giải thích của ông.

Rồi thì, đó là những phương pháp toán học về hình học lượng giác cầu trong thế kỷ thứ 4 trước Công Nguyên, phần nào như chúng được tìm thấy trong các văn bản từ thế kỷ đó và phần nào như chúng ta đã tái lập lại chúng từ một văn bản của thế kỷ thứ 1 trước Công Nguyên. Mục tiêu của những phương pháp này là giải thích hiện tượng thiên văn học và nguồn gốc của chúng nằm trong mô hình toán học hai quả cầu của Eudoxus. Đó là các sự giải thích hoàn toàn chất

lượng sẽ không làm chúng ta ngạc nhiên về tình trạng thiên văn học Hy Lạp vào thế kỷ thứ tư tr.CN, vì các nhà thiên văn đã chỉ có thể sử dụng được chúng vào thời đó một sưu tập dữ liệu đặt cơ sở trên quan sát thô ráp và các dự đoán có chất lượng.

Mặt khác, việc ảnh hưởng qua lại với vật chất trong một tình thế phức tạp là các phương pháp số học về các cấp độ nguy biến khác nhau. Ví dụ, chúng ta đã thấy rằng trong trường hợp về chiều dài của ánh sáng ban ngày, toàn bộ các kế hoạch như thế được đặt cơ sở trên ý tưởng về việc nội suy một sự nối tiếp của các số hạng giữa số cực tiểu hàng năm (ni) đối với địa phương và số cực đại hàng năm (M). Các trình độ nguy biến khác nhau không để giành các giá trị cho M mà để giành cho:

1. Các quy luật theo bất cứ dãy số nào được chọn
2. Mật độ của dãy số tìm được ở trong khoảng $[m, M]$
3. Phép tích phân của một dãy số với một dãy số khác trong một kế hoạch như vậy mà đối với bất cứ Climata nào phải như thế, để phát biểu một mạng số trên tổng số οικονομην (thế giới có người ở).

Đây chỉ là một ví dụ về sự đúng đắn của các ngành khoa học chính xác cổ đại không nằm trong sự chính xác về các quan sát của chúng, cái điều thô thiển so với các tiêu chuẩn hiện đại (xem Aaboe và Price 1964), nhưng trong thực tế các nhà khoa học phát triển hoặc sử dụng các phương pháp toán học để sắp xếp, nếu tôi có thể phóng đại các vấn đề một tí, biến đồ phế thải quan sát được thành vàng ròng khoa học, vì thế, hoàn toàn phù hợp với chất lượng đặc tính xấp xỉ của dữ liệu quan sát cổ đại mà những cố gắng đầu tiên để hình học hóa hình ảnh thế giới chính nó phải biểu lộ một đặc tính chất lượng tương tự. Thật vậy, đề tài về các quả cầu chỉ tạo

ra các kết quả chính xác khi nó được kết hợp bằng các phương tiện của những bảng lượng giác với các qui trình số hạng đã đi trước nó rất lâu. Nhưng điều đó thuộc về lịch sử lượng giác học và là câu chuyện khác.

ĐỊNH NGHĨA, ĐỊA VỊ VÀ CÁC PHƯƠNG PHÁP CỦA Y HỌC TẾXVΗ TRONG THỂ KỶ THỨ 5 VÀ 4 TRƯỚC CÔNG NGUYÊN

G.E. LLOYD

Các cuộc tranh luận về định nghĩa, địa vị và các phương pháp y học τέχνη xảy ra vào thế kỷ thứ 5 và 4 trước Công Nguyên công hiến cho chúng ta một cơ hội đáng chú ý để khám phá toàn thể phạm vi của vấn đề. Phần nào, đây là vấn đề xã hội học và liên quan đến những mối quan hệ giữa những nhóm khác nhau, những nhóm đưa ra một số xác nhận cho đầu đề ιατρός, hoặc trong thực hành những nhóm được bao hàm trong một phạm vi này khác của một đối thủ này khác hoặc truyền thống chữa cơn bệnh miễn phí. Phần nào, họ cũng liên kết với những vấn đề phương pháp luận và vấn đề nghiên cứu nguồn gốc liên quan với bản chất của một τέχνη, đặc tính định nghĩa của nó và thể loại kiến thức suy đoán. Mặc dù, tôi sẽ quan tâm chủ yếu tới nhóm thứ hai, phải là ấu trĩ để phấn đấu giải quyết những vấn đề đó trong sự cách ly với các vấn đề nằm trong loại tiêu đề đầu tiên. Chắc chắn trong số nhiều bài viết của Hippocrates bên cạnh ba luận thuyết mà tôi sẽ sử dụng như chứng cứ chính của tôi (ba luận thuyết là: về Nghệ thuật, về Chế độ điều trị các bệnh cấp tính, về Y học cổ truyền), có một thiên kiến hồi quy không

đúng với định nghĩa y học và việc ghi lại các phương pháp của nó, nhưng cũng với vấn đề làm cách nào phân biệt bác sĩ với người thể tục và làm cách nào phân biệt bác sĩ với các kẻ lừa đảo, bọn lang băm, hoặc các bác sĩ danh nghĩa.

Ngoài các tác giả y học tiêu biểu trong tác phẩm *Hippocrates Corpus* (Sao lục Hippocrates) ra, một số nhóm khác cũng tham gia chữa bệnh. Ví dụ, có các “bà mụ” (μαῖαι) dĩ nhiên, liên quan nhiều đến việc truyền nghề theo lối xưa. Ngoài ra, việc sưu tầm, bán chác và quản trị dược phẩm, đặc biệt các loại thuốc bằng thảo mộc mà người hành nghề vốn có tên là ρισοτόμοι (người cắt rễ) và φαρμακοπωλαι (người bán thuốc). Thỉnh thoảng, có các tác phẩm như là tác phẩm *Neaeram lix 55-56* của Demoothemes xác nhận các bà nội trợ đi mua dược phẩm và chính họ quản lý dược phẩm, dường như thu về một ιατός của bất cứ loại nào. Cũng có những người bàn luận về phương pháp chẩn đoán và điều trị nặng về các loại bói toán và siêu nhiên; hơn nữa họ khó có thể được xem như một nhóm riêng rẽ, bởi vì có nhiều khác biệt quan trọng giữa một mặt là các nhà tinh chế và các nhà bán buôn bùa ngải lưu động, những người mà chúng ta nghe về họ từ thời Plato, cũng như từ tác phẩm *On the Sacred Disease* và mặt khác đó là những người hành nghề y dược cung đình trong các đền đài của Asclepsis được củng cố ngày một tăng nhanh cũng như các vị thần hoặc vị thánh có tài chữa bệnh.

Bởi phần lớn các truyền thống y học còn lạ lùng so với Hy Lạp kinh điển: có thể so sánh với Ai Cập cổ đại và Babylon cổ đại, để không nhìn xa hơn các xã hội cổ đại, để riêng xã hội hiện đại. Nhưng cái gì khác thường hơn là sự công kích công khai và dứt khoát của nhóm này hoặc nhóm khác. Vấn đề không có thể được thổi phồng. Gần đây tôi cũng đã có dịp nhấn mạnh ở một nơi nào khác không phải mỗi nhóm người chữa bệnh Hy Lạp công kích và chỉ trích mọi nhóm người chữa bệnh nước khác. Một số quan hệ giữa các

nhóm được phân ranh rõ ràng không nhiều thì ít biểu lộ sự tôn trọng lẫn nhau và sự khoan dung nào đó. Chúng ta không tìm thấy các tác giả Hippocrates về bất cứ thể loại nào bằng bút chiến xem các bà mẹ như một nhóm, hoặc với những người mà tác giả sách *On the Diseases of Women* 168 gọi là những người chữa bệnh phụ nữ; đúng hơn, như tôi đã cố gắng chứng minh trong tác phẩm *Science, Folklore và Ideology* (Khoa học, Văn học Dân gian và Tư tưởng) (Llyod 1983a), có một số hợp tác giữa họ. Mặt khác, một vài ranh giới giữa nhóm này và nhóm khác từ tranh luận gay gắt. Sự công kích dữ dội các nhà thanh chế lưu động trong sách *On the Sacred Diseases* là điển hình phổ biến nhất, nhưng chúng tôi sẽ thận trọng không khẳng định là những vấn đề đó luôn luôn được trình bày trong tác phẩm *Sao lục Hippocrates* là người đã tạo nên sự công kích (mặc dù nhiều bằng chứng của chúng tôi từ họ dẫn đến). Đủ rõ ràng với Aelius Aristides, chậm nhất vào thế kỷ thứ hai sau công nguyên, ngành y học cung đình thường tự tạo sự cách biệt với mọi người và quả thực đã chỉ trích những kiểu chữa bệnh khác và có nhiều dấu hiệu đã phát triển sớm hơn vào thế kỷ thứ 4 trước Công nguyên trong những câu đề tặng của Epidaurus.

Tại sao trong xã hội Hy Lạp có những sự công kích này, hoàn toàn chắc chắn là, có nhiều phức tạp và các vấn đề có thể gây tranh luận mà tôi sẽ không cố gắng mở lại ở đây. Nhưng chúng tồn tại thì điều đó đủ rõ ràng và quan trọng. Hiển nhiên, khi một vài biên giới hoặc ranh giới là một chiến trường thực sự, những vấn đề đó trong một nhóm riêng biệt thì cũng không đủ để ngồi lại và giả định rằng lý lẽ thích đáng theo văn phong hoạt động của họ đến từ chính sự hiện hữu của chính nhóm của họ. Sự tự biện hộ là nhật lệnh và nhiều luận thuyết về Hippocrates trở lại về đến điểm, thậm chí khi họ không cố gắng được trọn vẹn (như trong tác phẩm *On the Art*). Dĩ nhiên, sự tự biện hộ đã có thể mang nhiều hình thức, Trong một số tác phẩm về Hippocrates (như

là *Oath* (lời thề), *Decorum* (Nghị lễ) và đặc biệt là *Precept* (Châm ngôn), chính các tác giả chứng minh liên quan chủ yếu với sự đáng trọng về đạo đức của đối thủ của họ (ιατρόι). Vài luận thuyết về nghĩa vụ là những sản phẩm của thời đại Hy Lạp cổ và tác phẩm *Precepts* đặc biệt chứng tỏ những dấu hiệu rõ ràng chịu ảnh hưởng của tri thức luận Hy Lạp cổ. Vậy thì, mốc thời gian nào, minh họa chắc chắn như thế nào là lời giới thiệu phương pháp học có thể được phối hợp với tin lời khuyên về chăm sóc người bệnh, về đạo lý, về khía cạnh kinh tế của việc hành nghề y khoa v.v... Tác giả có vẻ lo âu về các bác sĩ làm xấu chính tên tuổi bản thân họ qua tính cách phô trương, háms lợi và thiếu φιλαωφροσύνη, qua việc hành nghề y khoa không hiệu nghiệm.

Sự công kích những người chữa bệnh khác đôi khi bao hàm cả sự vạch trần của một nhóm mà tác giả chắc chắn không coi như nhau, như khi tác phẩm *On the Sacred Disease* chứng minh tính chất gian lận của các nhà tinh chế. Nhưng các sự tố cáo về việc hành nghề ma giáo, ngay cả trò bịp của lang băm, cũng có thể bị nhầm vào những ai mà bạn nhận ra - hoặc những người khác nhận ra - như các đồng nghiệp của bạn. Ví dụ, thường trong các luận thuyết giải phẫu, sự chỉ trích đối với các thực hành giải phẫu nguy hiểm không bao hàm một sự giải thích sự thật nhiều hơn hoặc giả định kết quả gây tai hại - trong bất cứ trường hợp nào cũng được khuyến khích bằng việc tham khảo kinh nghiệm trực tiếp. Nhưng thỉnh thoảng các sự tố cáo như thế dẫn đến nhiều sự bàn luận chung về các nguyên tắc làm cơ sở cho việc thực hành y học, và về phương pháp y học như là một tổng thể. Ba luận thuyết được sử dụng làm minh họa cho cả sự liên quan dành lại nào đó và những khác biệt nào đó của sự tiếp cận là các tác phẩm *On the Art*, *On the Regimen in Acute Diseases* và *On Ancient Medicine*. Tôi sẽ bắt đầu với tính chất lý thuyết nhất của các sự kiện này, còn hơn là với một kiến

thức y học thực hành ít bảo đảm nhất, luận thuyết *On the Art* (về mặt Nghệ thuật).

Như đã rõ, đây là một điển hình nguy hiểm về thuyết trình chứng minh (ἐπιδείξις) và có thể tác giả không phải chính là người hành nghề. Nhưng theo quan điểm của chúng tôi, không thể để cho giảm giá trị của bằng chứng, thứ cung cấp mẫu vấn đề nổi lên về y học như là một τέχνη, loại thách thức được đưa ra và bản chất của vài điểm được sử dụng (với bất cứ trường hợp nào từ nội bộ “nghề nghiệp”) trong việc bảo vệ của nó. Luận thuyết mở đầu với một số nhận xét tổng quát về điều mà người ta “sự lạm dụng của τέχνη trở thành một τέχνη trong bản chất của nó” và tác giả tác phẩm *On the Art* tố cáo là những kẻ hèn nhát, ác ôn và dốt nát và quả thật về việc thiếu τέχνη. Tác giả cho là những người khác có nhiệm vụ bảo vệ τέχνη khác, mặc dù chương 9 dường như chính tác giả đề xuất một điều hứa hẹn để giải quyết các khía cạnh nào đó đối với những vấn đề này. Nhưng điều bản khoản chính của ông trong λόγος này là sự bảo vệ ἱατρική.

Vấn đề trong chương mở đầu này trực tiếp đưa ra là ai là người mà tác giả quan tâm đến. Trong kinh doanh ai đã lạm dụng τέχνη hoặc ăn nói đáng hổ thẹn đối với họ? Chúng ta có nhiều bằng chứng về mong muốn cuối cùng của Plato để hạ cấp vài τέχνη và chắc chắn ông ta đã nói tốt chút ít về những người đã hành nghề chuyên môn trọn thời gian. Trong tác phẩm *Georgia* mục 464b-466a có một sự tương phản giữa τέχνη xác thực nào đó (bao gồm ἱατρική) với những bán sao “xu nịnh” giả mạo của chúng, và ngoài ra, giữa một τέχνη và chỉ là ἐμπειρία (465a); *Phaedrus* 260c gọi thuật hùng biện không phải τέχνη mà là một ὁρεσμός τριβή và hơn nữa nó tương phản với thực hành y học như một τέχνη với trong thực hành của nó chỉ như một một mảnh khốe và bằng kinh nghiệm (τριβή μόνου και ἐμπειρία 270b). Hơn nữa, trong đoạn viết về tầm quan trọng cơ bản, *Philebus* 55c-58a phân cấp τέχνη căn

cứ theo mức độ đúng của chúng: đặc biệt y học đứng ở hạng thấp nhất (so với âm nhạc, nông nghiệp, hàng hải và chỉ huy quân sự) còn dưới nghề thợ mộc mà chính nghề này đứng dưới τέχνη toán học (ở đây chia nhỏ ra thành các ngành được áp dụng một cách pha tạp, và những nghiên cứu có tính triết lý thuần khiết hơn).

Nhưng ngoài các vấn đề mốc thời gian ra (và khó có thể nghĩ rằng tác giả sách *On the Art 2*, cuốn sách quan tâm đến những mối liên hệ giữa từ ngữ và sự vật, là người quen thuộc với các đối thoại Plato như là *Cratylus*), cần phải nghĩ là không chắc hai lý do chủ yếu mà sách *On the Art 1* được gợi ý là nhằm vào Plato. Thứ nhất là các người công kích đương đầu với luận thuyết này hiển nhiên loại ra cả khối τέχνη; trong khi, ít nhất trong các đối thoại đã trích dẫn ở trên, Plato quan tâm tìm kiếm những khác biệt giữa τέχνη cấp cao và cấp thấp và thực vậy đánh giá bất cứ τέχνη nào cũng cao hơn sự khéo tay. Thứ nhì là tác giả sách *On the Art* tham khảo những ai gây ô danh nghệ thuật và các khám phá của họ và lạm dụng chúng, và vấn đề này khó phù hợp với đặc tính của những phản đối có tính tri thức luận chủ yếu nổi lên từ phía Plato chống lại τέχνη ít chính xác.

Rồi thì, có phải vài nhóm người nguy hiểm là những kẻ “trở lại τέχνη thành ra một τέχνη” không? Đến nỗi khi chứng cứ của chúng ta liên quan nhóm vô định hình cao hăng hái, tôi tin rằng không có bất cứ ai có thể làm cho phù hợp với chương trình một cách chính xác. Đương nhiên, đã có những điều đó, kể cả Gorgias, những người nắm đặc quyền nghệ thuật hùng biện và viết các sách cho là τέχνη có quan hệ với chủ đề đó; và trong đối thoại của Plato, Gorgias được mô tả như thể thừa nhận rằng thuật hùng biện hùng mạnh hơn tất cả nghệ thuật khác; là Gorgias chứ không phải người em trai ông ta, là một bác sĩ người thuyết phục nhân dân giữ lấy y học của họ (Gorg. 456b); và Gorgias thừa nhận rằng trong bất

cứ cuộc hội nghị hoặc hội họp nào để chọn một bác sĩ, Gorgias tranh luận sẽ thắng, nhờ ở kỹ năng ăn nói Gorgias đánh bại bất cứ bác sĩ thực sự nào. Điều đó rõ ràng gây ra tấm lý chứng hùng, mất mặt, xấu hổ đối với bất cứ bác sĩ nào bất hạnh bị đánh bại như thế. Nhiều bài viết về chủ đề Hippocrates lộ rõ sự bối rối như thế nào của các tác giả trước viễn cảnh thất bại trong tranh luận với một người bình thường về một vấn đề y học. Tuy nhiên, sự đồng nhất hoá đồ vỡ. Mặc dù, hiệu quả yêu sách của Gorgias phái Plato làm ra vẻ xấu hổ, chính bản thân Gorgias phái Plato cho rằng thuật hùng biện sẽ không được sử dụng để làm giảm $\theta\acute{o}\xi\alpha$ (thanh danh) của các bác sĩ (Gorg. 457b): trường hợp của ông ta là nhân tố tích cực, thuyết hùng biện ấy, sử dụng đúng, sẽ được ca tụng, không nhân tố hủy diệt mà không phải là $\tau\acute{\epsilon}\chi\eta$ khác.

Rồi thì có phải tác giả sách *On the Art* đã đơn giản dựng lên những người lạm dụng nghệ thuật để công kích hay không? Vấn đề đó dường như rất khó rút ra một kết luận, bởi vì không ít những thiếu sót to lớn trong chứng cứ của chúng ta về một loại hoặc của một loại khác của các nhà nguy biện vào thế kỷ thứ năm và thứ tư trước CN. Tác giả viết về chủ đề Hippocrates đó quá phóng đại vị trí đối lập của mình, có lẽ đặc biệt khi quan tâm đến các động cơ thúc đẩy của chúng, có thể là trường hợp tốt. Nhưng chúng ta có đủ cơ sở độc lập trong chính Sao lục về Hippocrates là những thử thách cơ bản cho địa vị của $\mu\pi\tau\eta\kappa\eta$ đã được nâng cao, cho phép chúng ta là ít nhất vào lúc này, tác phẩm *On the Art* có, không phải chính Aunt Sallys, mà là những đối thủ chính cống, thậm chí nếu như chúng ta không thể nêu danh tánh họ. Chúng ta sẽ xem xét chứng cứ một cách ngắn gọn của tác phẩm *On Regimen in Acute Diseases* và tác phẩm *Ancient Medicine* mà còn trong những tác phẩm sau này như tác phẩm *Precepts*, có những dấu hiệu về mối quan tâm để bảo vệ y học chống lại những người dèm pha và chứng tỏ rằng nó là một $\tau\acute{\epsilon}\chi\eta$. Điều đó đối với chúng ta có thể thiếu khôn ngoan để tiến lên: vậy

thì mặc dù nếu ý tưởng của một nhóm các nhà nguy biện tấn công vào nghệ thuật, nói chung chỉ là sự xích mích nhỏ, một điều bịa đặt của trí tưởng tượng của tác giả, tuy nhiên nó có mang một ám chỉ gây chú ý. Thậm chí, nếu tác giả không có những đối thủ thực sự như thế, chính bản thân tác giả đã ngầm làm nổi lên chính vấn đề mà tác giả cấp thiết kết tội. Họ sẽ không lạm dụng τέχνη và cũng không gièm pha các khám phá của họ. Nhưng hiển nhiên vấn đề này, ngầm đặt những câu hỏi: Các khám phá nào? Và những yêu sách của τέχνη trở thành τέχνη được đảm bảo như thế nào? Những vấn đề này thích hợp hơn hết trong một thời kỳ mà các đòi hỏi về phát minh mới về việc thành lập các nghiên cứu mới và về sự đổi mới trong con người hiện hữu là tất cả sự ưa chuộng. Hơn nữa, các vấn đề này đã nổi lên ngay, sự bảo vệ của tác giả đối với nghệ thuật, nói chung là mong manh và bừa bãi: “Đối với tôi nói chung dường như là không có τέχνη xem như không hiện hữu”. Nguyên nhân chính của tranh luận của tác giả là cái gì có thể nhìn thấy và công nhận hiện hữu và cái gì không nhìn thấy thì không hiện hữu, thì không tranh luận được.

Tác giả đã tuyên bố gì về y học một cách riêng rẽ bắt đầu trong chương 3 và được đánh dấu bằng một sự tự nhận thức nào đó trong văn phong. Do đó, tác giả sẽ bắt đầu chứng minh hoặc trình bày (ἀποδείξαι) về τέχνη của y học với một định nghĩa (đối chiếu ἀπόδειξις). Định nghĩa này dẫn đến hai phần chủ yếu: (1) Sự loại bỏ toàn bộ đau đớn vì bệnh hoạn cùng với việc làm dịu bớt sự hoành hành của bệnh tật và (2) từ chối điều trị những trường hợp “con bệnh đã nắm quyền làm chủ”, thực hiện trong những trường hợp như thế y học đành bất lực. Người ta không thể ngăn được sự ca tụng, sự xảo trá và ai hoạn hô bản trình bày gấp đôi này. Mặt khác, phần đầu nhằm vào khả năng thành công trọn vẹn và các chương sách sau này chứng tỏ rằng đây không chỉ tỏ ra cử chỉ quyền hành. Chương 9 phân nhỏ những bệnh vào hai nhóm chủ yếu - nói chung các bệnh với những dấu hiệu có thể nhìn

trị không có bác sĩ, người ấy hết bệnh từ sự cầu cúng được phép thực hiện một vài việc gì hoặc không thực hiện một vài việc gì (Chương 5), đúng là, đó là, những phương tiện mà bác sĩ muốn được sử dụng đã được lấy về. Vì thế, nghệ thuật y học khi công việc vào bất cứ lúc nào có sự trị bệnh, trong bất cứ trường hợp nào các bác sĩ đều phải chăm sóc - dù trong chương 6 kết thúc với quan điểm xa hơn là y học không thực sự đúng bởi vì nó tác động đến *diátl*, nhưng cũng là vì những kết quả của nó có thể được báo trước.

Tác giả của bài viết chủ yếu thứ hai của tôi, tác phẩm *On Regimen in Acute Diseases*, là toàn bộ sự hiểu biết quan trọng về thực hành y học thực tế, nhưng tác giả cũng chia sẻ một số lo âu về tác phẩm *On the Art*. Nghệ thuật như là một tổng thể, tác giả đề cập trong Chương 3, có một tên tuổi quá kém trong số người bình thường đối với vấn đề mà có suy nghĩ cho là không *μητρικη* một chút nào? Nhưng ở đây, những vấn đề không phát sinh như trong tác phẩm *On the Art* - bởi vì những kẻ vu khống hiểm độc, mà cũng bởi vì những kẻ bất tài và đặc biệt là những bất đồng ý kiến trong số chính bản thân các bác sĩ. Trong chương 3, tác giả phân biệt một tình trạng hỗn loạn nào đó trong những lời tuyên bố về vấn đề chế độ ăn uống bắt buộc trong những trường hợp bệnh nặng và tác giả theo đuổi sự thăng trầm này với nhận xét những sự bất đồng ý kiến như thế khiến những người bình thường phản đối cho là *τέχνη* giống như bói toán, nơi mà các thầy bói bất đồng về những cái mà con chim ở về bên phải hoặc bên trái là tốt và về những dấu hiệu gì đó trong sự báo điềm ngấm ngấm.

Vậy thì sự so sánh đó làm chú ý về một số lý lẽ và chủ yếu bởi vì sự bói toán (*μαντική*) thuộc phần chính nhất một *τέχνη* được lưu ý và tôn trọng cao. Khi thần Prometheus nói khoắc về những lợi ích mà thần đã mang lại cho loài người, những hình ảnh *μαντική* nổi bật; và tác phẩm *On Regimen* thậm chí kể lại như là một ví dụ chủ yếu của một *τέχνη*. Tuy

nhiên, rõ ràng đối với tác giả sách *On Regimen in Acute Diseases*, nếu cho y học không tốt hơn bói toán thì cũng không được đầy đủ. Tuy vậy, chúng ta có thể chú thích rằng một yêu cầu tác giả đặt ra cho bác sĩ là phải hiểu những đặc điểm tình hình của bệnh nhân dù không được kể cho nghe, đó là thực hành “chẩn đoán bệnh”, ở đây, không có sự tiên đoán tương lai, mà là tham gia vào hiện tại, một thực hành y khoa chia sẻ với bói toán (và những thuật ngữ mà trong đó cả hai tác phẩm *Prognostic* 1 và *Epidemics* 1 5 nói về bác sĩ là người “nói trước về hiện tại, quá khứ và tương lai” tỏ ý rõ ràng thú vị rằng họ biết là có quan hệ song song với sự tiên tri).

Một lần nữa, như trong tác phẩm *On the Art*, tác giả của sách *On Regimen in Acute Diseases* được dẫn dắt để thăm dò những chủ đề thực hiện với tính chất của thuyết nhân quả, đặc biệt trong sự liên quan đến phân loại các bệnh. Một trong những bài phê bình, mà tác giả có của các người duyệt lại cung cấp cho tác giả về tác phẩm *Cridian Sentences* là tác phẩm đánh số các tính chất của mỗi loại bệnh, sự tính toán của họ đã không đúng và tác giả tiếp tục phân nân là không thể tiến hành sự thừa nhận rằng bất cứ sự khác biệt nào trong các triệu chứng đều cấu thành một bệnh khác - hoặc hơn nữa đó một sự biến đổi chỉ dùng trong danh xưng như thế. Hơn nữa, các vấn đề đặt ra bởi yếu tố mà điều kiện tương tự có thể do những nguyên nhân khác biệt đã được đề cập trong Chương 11. Đúng là một lỗi lầm nghiêm trọng, ví dụ, sai lầm khi cho rằng yếu đuối là do đau đớn của một bệnh cấp tính song sự thật thì yếu đuối là do thiếu sự nuôi dưỡng và thiếu cung cấp dinh dưỡng cho bệnh nhân gây ra. Ngược lại, cũng chính là một lỗi lầm không nhìn thấy được yếu đuối do thiếu thốn. Điều đó không phải là không gây nguy hiểm cho bệnh nhân. Một bác sĩ khác hoặc thậm chí một người bình thường thấy vấn đề nào có thể giúp đỡ bệnh nhân tức thì: Đó là loại sai lầm dẫn đến việc các người hành nghề bị người ta

xem thường, trong khi bác sĩ hoặc người bình thường là những người tiếp cận và cứu giúp bệnh nhân, giống như là những người nào đó kéo họ thoát khỏi cái chết.

Tác phẩm *On Regimen in Acute Diseases* thừa nhận có một số không bảo đảm trong các yêu cầu của y khoa là một τέχνη và những niềm tin tích cực và xây dựng với một số lời khuyên bảo tỉ mỉ về chẩn đoán và đặc biệt là những đặc điểm của những phương pháp điều trị khác nhau. Tác giả của luận thuyết này thường xuyên chỉ trích những đồng nghiệp thực hành luôn cho rằng sự thực hành thường thừa nhận việc thực hành hiện hành và các qui trình là sai lầm: Vì thế hầu hết các bài viết của tác giả dưới hình thức phản biện, sự hợp lý hoặc sự thuyết phục trong đó hoàn toàn tùy thuộc vào việc xem sức lôi cuốn của tác giả trước kinh nghiệm riêng có sức thuyết phục ra sao.

Tuy nhiên, tác phẩm *On Ancient Medicine* (về y học cổ đại) bài viết thứ ba của tôi, trình bày khá nhiều về phương pháp học. Tác giả này tấn công những ai cố dựa vào y học theo phương pháp y học mới lạ của các định đề (ύποθέσεις). Bạn có thể phải dựa vào đó bằng cách quan hệ với “khí tượng học”, nơi mà không rõ ràng “hoặc chính mình làm người phát ngôn hoặc là độc giả của mình, dù có nói bất cứ cái gì có là sự thật hay không, vì không có tiêu chuẩn cho cái mà người ta sẽ phải tham khảo để tiếp nhận kiến thức dễ hiểu”. Mà điều đó lại không thực hiện trong y học. Chỉ có điều, nếu y học không phải là τέχνη một chút nào và ngay cả vấn đề may rủi (Chương 1: đối chiếu Chương 12). Nhưng đó không phải là trường hợp những sự khác biệt giữa những người thực hành giỏi và dở chứng minh. Chắc chắn tranh luận như thế tùy thuộc vào các thành công được tán thành và được quy cho τέχνη đối với những ai đã hoàn thành chúng. Nhưng về một số điểm chủ yếu của tác giả cho rằng y học đó có một nguyên tắc (ἀρχή) và một phương pháp (όδός) được thử thách và được thử nghiệm Nó được phát hiện ra (đối chiếu εὐρημα, ζήτημα),

nhờ kết quả của sự nghiên cứu có hệ thống: thực vậy tác giả tin rằng sử dụng vài phương pháp tương tự một ngày nào sẽ phát hiện toàn bộ của y học (Chương 8).

Vậy thì, sự đòi hỏi ở y học là phải có một phương pháp học tạo ra các kết quả chứ không phải là vấn đề may rủi. Nhưng lập luận đặc biệt mà tác giả đưa ra là kết nối y học với nghề nấu ăn và chế độ ăn uống, một phần để bảo trợ một yêu cầu đó, đây là rēxvη đã khởi đầu như thế nào và để đề xuất tình trạng cổ xưa của nó, có một đặc trưng ngăn trở tiềm năng. Hợp lý hoàn toàn, tác giả trình bày trong Chương 4, rằng chế độ ăn uống không được xem là một nghệ thuật vì không trừ bất cứ một người bình thường nào, tất cả đều ăn uống. Nhưng nếu y học bắt đầu từ chế độ ăn uống thì các qui trình thử nghiệm và sai lầm với thực phẩm mà bạn dùng và bạn uống gì, chính xác ở chỗ nào, trở thành một rēxvη và không đúng với những gì mà mọi người biết, phải là một vấn đề để tác giả tiếp tục: vì thế không phải là một điều mà tác giả có một câu trả lời rất rõ ràng.

Tuy nhiên, về phương diện khác, tác giả không chỉ chỉ định loại triệu chứng học mà ông đề xuất bác sĩ nên thực hành chẩn đoán và cung cấp một số các phân tích đặc trưng về các hiệu ứng của các chế độ dinh dưỡng riêng biệt, tác giả cũng có những điểm bổ sung, cho vấn đề then chốt về việc cách ly những nhân tố nhân quả mà có thể cho là có trách nhiệm về một điều kiện. Chương 21 nhận dạng như một sai lầm chung trong số các bác sĩ cũng như những người bình thường, việc thừa nhận bất cứ vấn đề gì không bình thường gần như là nguyên nhân mở đầu việc cầu khẩn, khi không có thể làm gì khác và chương 19 định rõ ràng “chúng ta phải xem xét các nguyên nhân của mỗi tình trạng là những gì khi các điều đó hiện diện thì tình trạng tất yếu xảy ra, nhưng khi chúng chuyển đến một sự phối hợp khác, thì nó chấm dứt”. Đáng chú ý là sự trình bày về các yếu tố ngẫu nhiên này như chúng ta có thể nói, là những điều kiện cần thiết và

đầy đủ của một bệnh được đưa ra trong phạm vi của những vấn đề riêng biệt thì phương pháp chẩn đoán y học được đặt ra.

Nhưng luận thuyết này là một sự đóng góp quan trọng đối với định nghĩa về *τεχνή* y học trong các nhận xét của nó về mức độ của sự chính xác. (Τὸ ἀκριβές - *tò akribés*, và cùng nguồn gốc với chúng), có thể đạt được và mong muốn sẽ phải đạt được. Chương 9 bắt đầu bằng cách lưu ý rằng sự thay thế thực phẩm yếu hơn sang thực phẩm mạnh hơn thì còn xa mới điều trị hiệu quả trong mọi trường hợp. Vấn đề trở nên phức tạp hơn và yêu cầu có sự chính xác lớn hơn. "Người ta sẽ phải hướng đến một biện pháp nào đó. Nhưng với vai trò một biện pháp bạn sẽ thấy không có con số nào cũng như không có trọng lượng nào có liên quan tới vấn đề mà bạn sẽ biết vấn đề nào là chính xác cũng như không có biện pháp khác nào hơn sự nhạy cảm của cơ thể". Khó hoàn thiện sự chính xác và những sai lầm nhỏ được giới hạn. Nâng lên một điểm để tài có thể, và đã thực hiện đúng; nhưng sự chính xác hoàn toàn thì không thể đạt được.

"Nhưng tôi khẳng định rằng nghệ thuật y học cổ đại sẽ không bị loại bỏ như là không hiện hữu hoặc không còn được điều tra nghiên cứu bởi vì nó không đạt được sự chính xác trong mỗi đề mục. Vì thế chẳng khác suy nghĩ của tôi, có khả năng tiến đến gần sự chính xác hoàn toàn bằng các phương tiện của lý luận nơi mà trước đây là quá mù mờ, sự phát hiện của nó sẽ là một vấn đề đáng khâm phục, và thật sự theo kết quả khám phá chứ không phải là ngẫu nhiên".

Trong khi *τεχνή* y học đạt được sự chính xác trong những phạm vi nào đó thì trong các phạm vi khác y học không có và không bao giờ được xem là chính xác hoàn toàn: đặc biệt, cố gắng sử dụng những thước đo bằng đánh số và cân đo đem lại là tuyệt đối không thích hợp trong y khoa. Để đánh giá đầy đủ sức mạnh của tập hợp các tuyên bố này, chúng ta phải tham khảo các bài viết về y học về cả những bài viết không về y học.

Như đã biết rõ, niên đại của tác phẩm *On the Ancient Medicine* có thể gây ra tranh luận cũng như là câu hỏi của những ai mà chính xác là câu hỏi của những người mà luận thuyết này chỉ trích việc đưa $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\theta\acute{\epsilon}\tau\iota\varsigma$ vào y học. Nhưng có thể ít gây ra tranh luận, ngay cả nếu không được đồng tình rộng rãi để nhận dạng toán học như một phạm vi trong đó là một phương pháp của $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\theta\acute{\epsilon}\tau\iota\varsigma$ đã phát triển trước thời Plato: rốt cuộc bằng cách tham khảo xem các nhà hình học tiến hành như thế nào mà chính bản thân Plato giải thích phương pháp khi nó được giới thiệu lần đầu trong sách *Meno* 86, mặc dù chính thuật ngữ không trực tiếp quy vào chúng. Mặc dù chắc chắn còn xa, có thể là các tác giả viết về y học đã công kích trong tác phẩm *On Ancient Medicine 1* chịu ảnh hưởng của một số cách sử dụng toán học; và trước đây không lâu tôi phỏng đoán rằng Philolaus có thể đã cung cấp một nhịp cầu thích hợp giữa y học và toán học. (Chúng tôi biết là Philolaus quan tâm cả hai chủ đề và quả thực điển hình của y học và những lý thuyết sinh lý học là do Philolaus đề ra, được đặt cơ sở trên sự hăng hái, phù hợp một cách rộng rãi với phê phán đặc biệt trong tác phẩm *On Ancient Medicine*).

Nhưng dù thế nào, chúng ta có thể suy nghĩ về một phạm vi toán học ước đoán theo phương pháp của $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\theta\acute{\epsilon}\tau\iota\varsigma$ công kích trong tác phẩm *On the Ancient Medicine*, những nhận xét của tác giả về sự chính xác rõ ràng chống lại vài khái niệm hoặc khuynh hướng xoay chuyển y học trở thành một sự nghiên cứu chính xác. Chúng ta không cần tìm kiếm các ví dụ về một khái niệm hoặc khuynh hướng như thế trong chính tập *Sao lục Hippocrates*. Toàn bộ chủ đề về các tính tuần hoàn của các bệnh là một sự phức tạp cực kỳ. Những bài viết khác nhau thiết lập giản đồ khác nhau, vài bài viết dựa vào cái lạ đời thậm chí dựa vào cái tương phản (nơi mà các tư tưởng Pythagoras thường được xem là bối cảnh) còn những bài viết khác sử dụng những hệ thống khác. Một số giản đồ

như thế được hạn định rõ ràng như chỉ nắm được “phần đa số” trong khi các giả đồ khác lại không bị hạn chế như thế. Đặc biệt, sau khi đề nghị một lý thuyết rồi beng về tính tuần hoàn của các bệnh sốt, tác phẩm *Prognostic* tiếp tục nhận xét (Chương 20) rằng những định kỳ không thể đánh số trong tổng số các ngày một cách chính xác - đúng hơn là những định kỳ giống như tháng mặt trăng và năm mặt trời. Nhưng chứng cứ của một nhóm có thực chất của các bài viết làm cho sâu sắc một cách rõ ràng theo chiều hướng của các tác giả, cố gắng làm cho chính xác, những lý thuyết độc đoán trong lãnh vực này. Ngoài ra, một cuộc tranh luận tương tự có thể để lại dấu vết liên quan đến câu hỏi về sự chính xác của quy định được phẩm, nơi mà một số bài viết về Hypocrates chỉ rõ số lượng xác định, trong khi những bài viết khác đi tới một đường khép kín hơn về điều đó trong tác phẩm *On Ancient Medicine* và cứ nhất quyết là những thành phần và các liều lượng luôn luôn được điều chỉnh đối với những bệnh nhân đặc biệt. Với việc từ chối đánh số và cân đo, tác phẩm *On the Ancient Medicine* giữ một quan điểm về một vấn đề mà các nhà văn y học bị chia rẽ sâu sắc: dù họ đã có mô hình toán học thuần túy hoặc đã ứng dụng rõ ràng trong đầu - là tất cả về việc xoay chuyển y khoa vào một công trình nghiên cứu chính xác trong khi các tác giả khác, ví như tác giả của luận thuyết này, đã chống lại khát vọng đó, mặc dù vẫn một mực nhất quyết cho rằng y học là một *τέχνη* dựa trên kinh nghiệm và lý luận.

Có thể nói hầu như có nhiều bài viết hơn được viện dẫn từ tập *Sao lục Hypocrates* để minh họa và hoàn thiện những đề tài này. Nhưng đồng thời cũng là rút ra một số sợi chỉ của cuộc thảo luận chọn lọc này. Y học hiện hữu dưới hình thức này hoặc dưới một hình thức khác trong từng xã hội khác nhau, dù việc trị bệnh có được giao phó cho các nhà chuyên môn hay không, cho một nhóm hoặc cho nhiều nhóm hay không. Trong khung cảnh nước Hy Lạp vào thế kỷ thứ tư và thứ năm tr.CN, nơi được coi có quá nhiều vấn đề, các nền tảng của y học và địa

vị của nó là chủ đề của cuộc tranh cãi quyết liệt, có thể không sớm hơn các chủ đề khác, mà trong những chủ đề đầu tiên và tinh thần của chính thách thức đó nổi lên một loạt những vấn đề nguyên vẹn trong một phối cảnh tương đối. Trong tiến trình, như những khía cạnh thuộc chủ nghĩa đa nguyên của y học Hy Lạp và mối quan hệ của nó với những yêu cầu khác đã trở thành chủ đề của việc phân tách rõ ràng, đã có một sự tăng cao của sự tự hiểu biết và việc giải thích về không phải một mà nhiều sự chồng chéo lên nhau và những mô hình tranh đua về cái gì mà y học là hoặc sẽ phải là.

Nhiều vấn đề đã trở nên sắc bén một cách đáng kể với sự khẳng định của Plato về những khác biệt trong số các $\acute{\upsilon}\pi\omicron\theta\acute{\epsilon}\omicron\iota\varsigma$ khác nhau, về sự tương phản giữa $\tau\acute{\epsilon}\chi\eta$ và kinh nghiệm ($\acute{\upsilon}\pi\omicron\theta\acute{\epsilon}\omicron\iota\varsigma$) hoặc chỉ là sở trường ($\tau\rho\iota\beta\omicron\mu\chi\eta$), và về những khác biệt giữa $\tau\acute{\epsilon}\chi\eta$ chính xác nhiều hay ít, bị trói buộc nhiều hay ít theo những qui trình đo lường. Nhưng một số trong các vấn đề đó đã được đoán trước ngay từ đầu, hoặc đã thực hiện những bài viết y học một cách độc lập vào thời bấy giờ. Có thể gọi là y học là một $\tau\acute{\epsilon}\chi\eta$ hay không? Một số nhà văn viết về y học đều nhấn mạnh rằng có thể gọi như thế, cho dù quan niệm của họ khác biệt ra sao. Thành công không phải là kết quả của may rủi nhưng về lý lẽ dựa trên kinh nghiệm, những tác động của các yếu tố ngẫu nhiên có thể được sử dụng bằng $\tau\acute{\epsilon}\chi\eta$, thậm chí khi họ làm việc một cách độc lập, trên hết, những dự đoán đã có thể thực hiện trên cơ sở của những tín hiệu đáng tin cậy và đó là một trải nghiệm kỹ năng của bác sĩ. Một ít người, dù có nhận thức được các vấn đề hay không điều đó vẫn còn lại nếu $\tau\acute{\epsilon}\chi\eta$ chỉ tùy thuộc trên tiêu chuẩn thực dụng, đi xa hơn và nhất quyết rằng y học là một sự nghiên cứu dựa trên việc tìm tòi phù hợp với những nguyên tắc phương pháp học riêng của nó: các lý thuyết của nó sẽ không phải dựa trên những giả định độc đoán mà theo nguyên tắc có thể truyền trạ lại được. Trên hết, trong khi một số người có thể giả định và một số người đã

giả định rằng không có bất cứ vấn đề gì ngăn chặn y học chuyển hướng vào nghiên cứu chính xác, các vấn đề khác nhất quyết đó là khát vọng và nhất quyết rằng dù không hoàn toàn chính xác, tuy thế, nó là một *τέχνη*.

Cần lưu ý, nhiều chủ đề trong số các chủ đề này trở nên rõ ràng hơn và càng dứt khoát hơn với Plato - không phải Plato gặp may, trong phân tách sau cùng thừa nhận y học, như một nghệ thuật phỏng đoán, chiếm một địa vị cao hơn hết. Với Plato và với Aristotle trong tác phẩm *Posterior Analytics*, việc yêu cầu của sự chắc chắn đối với kiến thức và sự bảo đảm những kết luận không thể tránh cãi bằng sự suy luận từ những chân lý hiển nhiên, hình thành cận cảnh trong phân tích triết học - như thể chúng ẩn tàng để chiếm ưu thế (và đến vài quy mô sẵn sàng chiếm ưu thế) về những ngành khoa học chính xác trải qua thời kỳ xa xưa. Song thực hành của Aristotle trong nghiên cứu liên quan đến tự nhiên điều tiết dễ dàng hơn một số tuyên bố có tính lý thuyết của ông ta về phạm trù của cái gì là sự thật "Về cái phần lớn nhất" cũng như cái gì luôn luôn là sự thật; và dĩ nhiên một cách rõ ràng ông cho phép những sự khác biệt trong mức độ của tính chính xác của những môn học khác nhau, không phải giữa toán học và triết học luận lý mà cũng không phải giữa toán học và vật lý học. Vài chủ đề mang tính Aristotle ấy có thể cho như nắm bắt được (dù chúng không được rõ ràng như thế) những điểm do các nhà văn viết về Hipocrates sẵn sàng thực hiện, trong khi những thế hệ kế thừa tiếp tục tranh cãi về văn hóa cổ Hy Lạp trên cương vị và trên các phương pháp *τέχνη* y học là một văn cảnh trong đó các vấn đề giữa chủ nghĩa hoài nghi và chủ nghĩa vô đoán đã đấu tranh đến cùng. Các sự phát triển mang tính nguy biến đã đến: nhưng bất cứ vấn đề gì chúng ta có thể nghĩ đến nhiều cách khác nhau thì tên tuổi của Hippocrates có ảnh hưởng lớn trong các môn phái y học cổ Hy Lạp, ít nhất, sự khởi nguồn của những chủ đề quan trọng được hình thành trong một số luận thuyết được quy vào là của ông.

TÁC PHẨM ANALYTICS (PHÂN TÍCH) VÀ TÁC PHẨM HISTORIA ANIMALIUM (LỊCH SỬ ĐỘNG VẬT) : DỮ LIỆU VÀ CHỨNG MINH

JAMES G. LENNOX

Có một tập hợp con trong các luận thuyết của Aristotle mà chúng ta thường xem như là ngành sinh vật học hoặc ngành động vật học của ông. Chính Aristotle thỉnh thoảng mới đề cập đến việc nghiên cứu các động vật và thực vật, mặc dù theo một cách nào đó sự việc đó hiếm khi phân biệt một cách dứt khoát với việc nghiên cứu về việc ra đời và mất đi nói chung [*Meteor.* 339a5-8, 390b19-22; *De part. an.* 644b22-645a10]. Khi chúng ta trở lại công việc này một cách riêng rẽ và như một nhóm, một toán đơn giản nhưng là các vấn đề quan trọng phát sinh đối với cách phân chia việc nghiên cứu về động vật và về các phương cách trong đó các công việc khác có liên quan lẫn nhau. Dĩ nhiên, chúng ta có thể đã có giải đáp sẵn sàng cho các vấn đề này, nhưng các giải đáp như thế đã phần nào bị ảnh hưởng bởi các phát triển mới đây trong các ngành khoa học về sinh vật, mà các ngành này chỉ có liên quan chút ít đến Aristotle hoặc khái niệm của ông về thiên nhiên hoặc về khoa học [đối chiếu với Balme 1987a, 9-11]. Vì vậy, để giải đáp các vấn đề này theo một cách làm tăng hiểu biết của chúng ta về ngành khoa học

của Aristotle, chúng ta cần phải hiểu tốt hơn những mục tiêu và phương pháp của ông.

Lấy trường hợp của tác phẩm *Historia animalium* (Lịch sử Động vật). Luận thuyết này biệt lập so với những luận thuyết chủ trương đưa ra những lời giải thích khác nhau về các bộ phận, sự phát triển, các cử động v.v... của động vật. Nhiều thông tin trong luận thuyết này bị nhân đôi trong các luận thuyết khác,⁽¹⁾ và có nhiều tham khảo ngẫu nhiên của luận thuyết này trong các luận thuyết khác. Ngoài ra, không giống như nhiều tác phẩm của Aristotle, tựa đề *Historia animalium* được sử dụng để ám chỉ luận thuyết này trong chính tập sao lục của luận thuyết đó.⁽²⁾

Vậy thì, tại sao “các nghiên cứu về động vật” khác với các nghiên cứu khác? Rõ ràng là có một mối đe dọa rằng khi giải đáp câu hỏi này chúng ta sẽ che lấp các mục đích của Aristotle. Vì vậy, mục tiêu của bài viết này là để giải đáp câu hỏi “đó là cái gì” về các tài liệu mà Aristotle xem như là “các nguồn gốc lịch sử của động vật” hoặc đôi khi chỉ đơn thuần là “các ngành sử học tự nhiên”. Tôi xin tranh luận rằng việc tuân theo sự tưởng tượng có tính lô-gíc và nhận thức luận rộng lớn hơn của Aristotle có thể giúp chúng ta hiểu được cách

⁽¹⁾ Le Blond [1945, 19] và Balme [1987a, 13-17] rút ra những kinh nghiệm tương phản chính xác từ thực tế này.

⁽²⁾ Thực tế, đôi khi Aristotle chỉ đề cập đến “các môn Sử học” [*De part. An.* 646a11; *De inv.* 478b1; *De gen. an.* 719a10, 140a23, 746a15] hoặc đến “các môn Sử học tự nhiên” [*De part. an.* 639a12, 650a31-2; *De incess. An.* 704b10]; tuy nhiên, đa số các tham chiếu trong *De part. an.* là nhằm vào lịch sử của động vật một cách cụ thể [660a9, 660b2, 668b30, 674b16-17, 680a, 684b4-5, 689a18]. Có thể đoán được từ các tham chiếu này rằng một nhà biên tập cổ nào đó (có thể là Andronicus: so với Keaney 1963, 57-58) tìm thấy nguồn gốc của tựa đề đã được truyền lại đến đời chúng ta.

tiếp cận của ông đối với việc nghiên cứu có hệ thống các sự vật có sự sống.⁽³⁾

1. Các quan điểm hiện đại về tác phẩm *Historia animalium*.

Từ viễn cảnh sau thế kỷ 17, có 2 phương pháp nhận thức chức năng của tác phẩm *Historia animalium* để trong giới hạn nghiên cứu có hệ thống giới động vật. Phương pháp nhận thức thứ nhất xem đó như là một công trình nền tảng phân loại động vật theo học thuyết Aristotle. Song, luận thuyết được nhìn nhận như thế không phù hợp một cách vô vọng [đối chiếu Balme 1987b, 80-85; Pellegrin 1986, 1-12]. Vốn từ về phân loại bị giới hạn ở 2 thuật ngữ *yévoç* và *είδος* và những thuật ngữ này ám chỉ các nhóm động vật ở mọi cấp trong hệ thống cấp bậc phân loại. Có vẻ như không có sự liên quan trong việc đi tìm hoặc sử dụng một cách thích hợp các đặc tính nào đó như thể chúng là những vật đánh dấu phân loại để đưa ra một phân loại toàn diện hoặc một hệ thống cấp bậc *taxa* từ rộng nhất đến hẹp nhất.

⁽³⁾ Tôi sẽ tập trung trong phạm vi mà nguyên lý đi tìm tâm điểm có liên quan đến các vấn đề cụ thể và nguyên lý điều tra trong *An. post. II* có thể cho chúng ta một điểm tựa về khái niệm của Aristotle đối với *ισοτιμία*. Trong một nghiên cứu đối chiếu [Lennox 1987a], tôi đã tập trung vào các nhận xét trong *An. post.* về sự chuyển động từ quan điểm ngẫu nhiên sang quan điểm tuyệt đối, về cách thức làm sao cho các thuộc tính định vị ở mức độ vũ trụ tương hợp trở thành một phần chủ yếu trong sự chuyển động này, và về việc làm sao cho *Hist. an.* có liên quan đồng nhất với việc định vị các thuộc tính này. Một số kết quả từ việc nghiên cứu đối này có liên quan trực tiếp đến chủ đề của tài liệu này, và (dưới một hình thức phát triển và bổ sung chút ít) sẽ được trình bày trong phần 3 của tài liệu này. Tôi định bỏ ngo các vấn đề về trình tự thời gian của nghiên cứu được báo cáo trong, và của thành phần thuộc, các luận thuyết khác nhau về “động vật” và trong *Analytics*. Điều cho rằng *Analytics* có thể dùng để tỏa sáng các tác phẩm sinh vật học, hoặc *ngược lại*, phù hợp với cả quan điểm cho rằng *Analytics* là kết quả của việc phản ánh công tác nghiên cứu khoa học và lời giải thích đã hoặc đang được thực hiện, cũng như quan điểm cho rằng đó là loại mô hình trình bày công tác nghiên cứu và giải thích đó.

Phương pháp nhận thức thứ hai xem tác phẩm *Historia animalium* như là một sưu tập “các môn lịch sử tự nhiên”, nghĩa là, không ít thì nhiều như là các nghiên cứu mô tả hoàn chỉnh từng loại động vật đã được bàn cãi. Nhưng, trên quan điểm này, thậm chí tác phẩm còn làm người ta chán ngán hơn [đối chiếu Balme 1987a, 9; 1987b, 85-88]. Như David Balme [1987b, 88] đã trình bày, “*Gửi đến bất kỳ một độc giả nào đang tìm kiếm thông tin về loại hoặc loài đã cho, tác phẩm Historia animalium có vẻ như là một mớ lộn xộn tạp nham*”.

Tác phẩm *Historia animalium* rõ ràng không được tổ chức theo một ý đồ phân loại chặt chẽ, cũng không phải là một tác phẩm tham chiếu về nhiều loại động vật khác nhau đã được bàn cãi. Để có được một tổ chức như vậy là phải tùy thuộc một phần vào mối liên kết từ nguyên giữa cái tên đặt cho tác phẩm hiện đại có đặc điểm này và tác phẩm của Aristotle [Pratt 1982]. Nhưng bởi vì tác phẩm *Historia animalium* gây thất vọng như vậy nên khi được xem xét bằng 2 phương pháp này, chúng ta hoặc là phải loại bỏ nó (có lẽ kèm theo một lời xin lỗi) hoặc là phải đòi hỏi với sự khoan dung rằng chúng ta có hiểu lầm tác phẩm này hay không. Đó là một trong các thành tựu bền vững về sự uyên bác của David Balme đã cho chúng ta một khung sườn để đánh giá lại một cách nghiêm túc tác phẩm *Historia animalium*:

“Song, Aristotle có trình bày mục đích của mình: “trước tiên, để nắm được *đặc điểm phân biệt đặc trưng* và các thuộc tính của tất cả các động vật; sau đó, để khám phá các căn nguyên của chúng” (HA I. 491a9). Tác phẩm *Historia Animalium* là một sưu tập và phân tích ban đầu về những khác biệt giữa động vật. Các con vật được tập trung lại làm vật chứng cho *đặc điểm phân biệt đặc trưng*, không cốt để được mô tả như là động vật”. [Balme 1987b, 88].

Luận điểm được triển khai trong bài viết này hoàn toàn theo tinh thần đánh giá lại này: cũng như Balme [1987b, 80], tôi nhấn mạnh rằng tác phẩm *Historia animalium* là một công trình nhằm vào “apodeixis có phương pháp về tính chất sống”.

2. Khoa học Tiền Chứng minh

Trong tiết này, tôi muốn thực hiện 2 nhiệm vụ có quan hệ với nhau: để đưa ra bằng chứng rằng Aristotle đã phân biệt được điều tra khoa học tiền chứng minh song lại có tính lý thuyết trong triết lý khoa học của ông; và để chứng tỏ rằng ông có khuynh hướng xem điều tra tiền chứng minh này như là *ιστορία*.⁽⁴⁾

Ngày nay, các học giả quảng cáo nhiều về tác phẩm *Posterior Analytics* (*Hậu phân tích*) như là một tác phẩm thử nghiệm đầu tiên trong lịch sử triết học để đưa ra một lý thuyết chặt chẽ về việc chứng minh bằng giải thích. Sáu chương đầu của tác phẩm mô tả đặc điểm về quan điểm khoa học của một cơ sở lập luận dưới dạng chứng minh suy diễn từ

⁽⁴⁾ Các cách dùng thuật ngữ theo lý thuyết trước đây không đưa người ta đi quá xa. Herodotus [*Hist.* i 1] tuyên bố tác phẩm của ông như thể là một *ἐπίδειξις ἱστορίας*, nhưng ngữ cảnh này ám chỉ rằng ông muốn nói thêm một ít ngoài việc trình bày những thông tin đáng tin cậy. Có một gợi ý phù hợp cho rằng *ιστορία* là cơ sở của kiến thức [đối chiếu với *Hist.* i 44, ii 118, 119], mặc dù cơ sở này thường là một báo cáo đáng tin hơn là điều mà Herodotus đã trực tiếp quan sát. Trong *De vet. Med.* 21, tác giả cho chúng ta biết rằng bằng *ιστορία*, ông muốn nói đến sự nhận biết về con người và các nguyên nhân chào đời của con người. Trong *Phaedrus* 244c8, Plato kết nối *ιστορία* với *νοῦς*, nơi có vẻ như có ảnh hưởng về thông tin thu được trên cơ sở các ký hiệu. Và trong *Phaedo* 96a8-10, Socrates cho chúng ta biết rằng những người đã nghiên cứu sự chào đời và mất đi mô tả sự thống thái của họ như là *περὶ φύσεως ἱστορίοι*. Ngữ cảnh rộng hơn ám chỉ rằng họ muốn nói rằng sự thống thái của họ hàm chứa sự hiểu biết về các nguyên nhân của sự vật tự nhiên. Tôi chú trọng đến 3 điểm. Điểm thứ nhất, trong khi *ιστορία* thường được dịch là “điều tra” hoặc “nghiên cứu”, thuật ngữ này thường định rõ là báo cáo hoặc kết quả của điều tra. Điểm thứ hai, nếu Aristotle hạn chế điều này thành một báo cáo về điều tra tiền nguyên nhân thì ông đã lập nên cách sử dụng này, nó không được phản ánh trong các đoạn viết trên. Điểm thứ ba, Herodotus có sử dụng thuật ngữ này để đề cập đến các báo cáo và những thông tin được dùng như là cơ sở của sự hiểu biết, hơn là trạng thái hiểu biết hoặc một báo cáo về sự hiểu biết. Đối chiếu với Louis 1955.

các tiền đề thực, trực tiếp và chính yếu, và nó trình bày các cơ sở lập luận quen thuộc hơn, trước khi, nguyên nhân của các cơ sở lập luận được trình bày trong phần kết luận [71b19-23]. Nhưng công tác quảng cáo này đã thành công đến mức ngày nay tác phẩm này thường được thảo luận như là tập thứ hai của nó – tự cho là một tường thuật mở rộng của nhiều loại điều tra khác nhau (ζήτησις) và các mối tương quan của chúng – không tồn tại.⁽⁵⁾ Kết quả là việc giải thích khái quát tác phẩm *Posterior Analytics* khiến cho tác phẩm có vẻ như không có liên quan đến các tác phẩm khoa học và triết học lớn của Aristotle.⁽⁶⁾ Vậy thì, chủ đề của tiết này là tác phẩm *An. post.* ii và đặc biệt là quan niệm của nó về giai đoạn điều tra nhằm thiết lập nên những gì mà một lời khẳng định hàm chứa, một điều tra sơ khởi để nghiên cứu lý do tại sao nó lại hàm chứa như vậy.

“Những điều mà chúng ta đi tìm (τὰ προούμενα) tương đương về con số với những điều mà chúng ta hiểu biết” [89b23-4]. Tập 2 của tác phẩm *Posterior Analytics* mở đầu như vậy. Aristotle khẳng định là [89b24-35] có thể giảm các đối tượng nghiên cứu khoa học xuống còn 4 đối tượng: cơ sở lập luận (τὸ ὕπτι), lý do tại sao (τὸ διότι), khả năng tồn tại sự việc (εἰ ἔστι), và sự việc đó là cái gì (τί ἐστι). Các câu hỏi này được xếp thành cặp, theo cách sau:

(1) Có phải đó là trường hợp *S* bằng *P* không? → Tại sao đó lại là trường hợp *S* bằng *P*?

(2) Có nhiều *S* (hoặc nhiều *P*) không? → Các *S* (hoặc các *P*) đó là gì?

⁽⁵⁾ Có một số hiệu chỉnh mới đây trong tác phẩm này: đối chiếu với Ackrill 1981, Bolton 1987, Ferejohn 1982, Lennox 1987a.

⁽⁶⁾ Ví dụ, hai tài liệu của Jonathan Barnes nói về chủ đề này [1975b, 1981] bị hạn chế hầu như hoàn toàn ở lý thuyết về chứng minh trong tác phẩm *An. post.*

Chỗ các mũi tên cho biết rằng câu hỏi đầu tiên trong từng cặp câu hỏi phải được giải đáp trước câu hỏi thứ hai, theo đề nghị từ lưu ý của Aristotle trong *An. post.* ii. Như nhiều câu giới thiệu của Aristotle, nhìn bên ngoài điều này là rõ ràng, phần nhạy cảm của các nghiên cứu mở ra một loạt khó khăn cho Pandora mà phần cuối của quyển sách này định giải quyết. Trong *An. post.* ii, có lẽ điều quan trọng nhất liên quan đến các cách mà trong đó 2 cặp câu hỏi, cũng như các kết quả tương ứng của chúng, khớp nối vào nhau. Tuy nhiên, tôi sẽ bỏ qua đa số vấn đề này, bởi vì ở đây tôi chủ yếu quan tâm đến việc bức tranh lớn chứa các loại câu hỏi này có tương đương với các tác phẩm khác nhau của Aristotle không, các tác phẩm này ghi nhận các kết quả điều tra của ông về động vật.

De incessu animalium tự thể hiện như là một tác phẩm có liên quan với lý do tại sao từng phần có dính đến sự vận động của động vật là như thế và lập danh mục vô số câu hỏi về nguyên nhân cụ thể mà nó định giải đáp. Đến cuối danh mục điều tra câu hỏi tại sao này, mà nó làm nên đa phần chương đầu, Aristotle phát biểu rằng:

“Vấn đề (ὅτι μὲν) các sự vật này thực tế là như thế đã rõ ràng nhờ chúng ta điều tra bản chất sự vật (τῆς ἰσοπρίας τῆς φύσεως), nhưng tại sao (διότι δέ) chúng lại như vậy, giờ chúng ta phải kiểm tra”. [*De inc. an.* 704b9-10: đối chiếu với *De part. An.* 646a8-12, *Hist. An.* 491a7-14]⁷⁾

⁷⁾ Theophrastus giới thiệu tác phẩm *De causis plantarum* bằng cách tương phản đồng dạng:

“Điều cho rằng (ὅτι μὲν) có nhiều phương thức phát triển cây trồng và có bao nhiêu phương thức như vậy và chúng thuộc thể loại nào đã được đề cập trước trong các loại lịch sử; nhưng không phải tất cả các phương thức phát triển đều áp dụng được cho tất cả các giống cây trồng, nên thật thích hợp khi phân biệt phương thức cho từng loại cây trồng và qua các nguyên do, sử dụng các nguyên tắc phù hợp với sự ra đời đúng cách của cây trồng...”

Về mối tương quan tổng thể giữa các phương pháp của tác phẩm *Hist. an.* của Aristotle và *Hist. plant.* của Theophrastus, đối chiếu với Gotthelf 1987b trong Fortenbaugh 1987.

Có vẻ có khả năng là lời nhận xét này chủ đích phản ánh sự phân biệt giữa 2 giai đoạn của cặp câu hỏi đầu tiên (1) được liệt kê ở trên. Nếu đúng như vậy thì điều này cho thấy rằng “các ngành sử học tự nhiên” đã được đề cập được cho là để chứng minh rằng các mối tương quan mang tính khẳng định nào đó là thật và, do đó, chúng là mở đầu cần thiết cho cuộc điều tra nhằm vào việc thiết lập một cơ sở có quan hệ nhân quả cho những lời khẳng định này.

Một sự phân biệt tương tự được phòng thủ như là một vấn đề về nguyên tắc trong tác phẩm *De part. an.* i, mà đôi khi được đề cập đến như là “triết lý của Aristotle về động vật học” [Balme 1972, 69; Le Blond 1945, 51-72]. Quyển sách này bắt đầu bằng việc phân biệt hai loại “tài năng” liên quan đến một nghiên cứu đã cho: tài năng đầu tiên là hiểu được chủ đề, và tài năng thứ hai là đánh giá xem việc nghiên cứu đó có được trình bày tốt hay không. Sau đó, phần cuối quyển sách được sắp xếp quanh một loạt câu hỏi mang loại tài năng thứ hai, bởi vì:

“... câu hỏi về bản chất (τῆς περὶ φύσιν ἰστορίης) cũng phải có những nguyên tắc nào đó về thể loại mà người ta sẽ đề cập đến trong đánh giá về phương pháp chứng minh (ἀποδείξεσθαι τὸν τρόπον τῶν δεικνυμένων), ngoài câu hỏi là làm cách nào sự thật lại có được điều đó, dù là theo cách đó hoặc cách khác”. [*De part. an.* 639a12-15]⁽⁸⁾

Câu hỏi thứ hai⁽⁹⁾ trong loạt câu hỏi này là:

“Nhà triết học tự nhiên, như các nhà toán học khi giải thích (δεικνύειν) về Thiên văn học, nên nghiên cứu trước nhất là về hình thức (τὰ οὐκινόμενα) của động vật và các bộ phận

⁽⁸⁾ Tất cả các lời giải thích trong *De part. an.* i đều là của Balme 1972 trừ khi có báo hiệu khác.

⁽⁹⁾ Câu hỏi đầu tiên mà Aristotle đưa ra được thảo luận trong Lennox 1987a, 114-115.

trong từng trường hợp, và chỉ khi đó họ mới tiếp tục trình bày lý-do-vì-cái-gì (nghĩa là các nguyên nhân) hoặc nên tiến hành bằng cách khác?" [*De part. an.* 639b7-10].

Câu hỏi này được giải đáp trong lời khẳng định tại *An. prior.* 640a14-15: "[các nhà triết học tự nhiên] trước nhất phải chọn hình thức nếu nói về từng loại, và chỉ khi đó họ mới tiếp tục nói đến nguyên nhân của chúng". Giờ thì giai đoạn mà câu hỏi tự nhiên trong đó người ta nghiên cứu (ἰσπεὶν) về hình thức của một loại trước khi giải thích nguyên nhân không được mô tả ở đây như là ἰσότης. Tuy vậy, mối tương quan giữa việc sử dụng thuật ngữ này để đề cập đến tác phẩm *Historia animalium* và loại nghiên cứu về hình thức được thảo luận trong tác phẩm *De part. an.* i 1 có thể được an toàn hơn ở 2 bước.

Bước thứ nhất, Aristotle giới thiệu việc phân biệt tương tự từ lĩnh vực Thiên văn học. Tác phẩm *An. post.* i 13 ghi nhận rằng Thiên văn học là một trong các ngành khoa học có những khía cạnh về Toán học và Vật lý học, mà những khía cạnh về Vật lý học được gọi là τὰ φυσικόμενα [78b39].⁽¹⁰⁾ Quan điểm chung mà Aristotle đưa ra về các ngành khoa học như thế là để thành lập cho các cơ sở lập luận, người ta chú trọng đến hình thức, nhưng ngược lại người ta quan tâm đến các nguyên tắc toán học thích hợp cốt để giải thích lý do tại sao các cơ sở lập luận là như vậy [79a2-6]. Nghĩa là, ông nhìn thấy sự khác biệt này trong các khía cạnh như thế chúng là một ví dụ về việc phân biệt tổng quát hơn giữa 2 loại câu hỏi được đưa ra như là cặp câu hỏi (1) ở trên.

Bước thứ hai, tác phẩm *De part. an.* ii 1 mở đầu bằng cách lưu ý rằng "trong các loại sử học" mỗi động vật được

⁽¹⁰⁾ Vì lợi ích lịch sử mà luận thuyết của Euclid được truyền đến chúng ta dưới tựa đề này mang đặc tính toán học cao.

hình thành từ các thành phần nào là đã rõ ràng, trong khi tác phẩm hiện tại nghiên cứu các nguyên nhân mà qua đó mỗi động vật được hình thành nên như vậy [646a8-12].⁽¹¹⁾ Sự phân biệt này có vẻ giống như sự phân biệt tác phẩm *De part. an.* i-1, với tác phẩm *Historia animalium* như là luận thuyết tường thuật về cuộc nghiên cứu đầu tiên.

Tuy nhiên, tôi không cần phải phụ thuộc hoàn toàn vào bằng chứng gián tiếp của loại này. Vì có 2 đoạn viết, được biên soạn chặt chẽ về ngôn từ, một đoạn nằm trong tác phẩm *Prior Analytics* (*Tiền Phân tích*) và một đoạn trong chính tác phẩm *Historia animalium*, chúng mô tả rõ ràng giai đoạn tiền chứng minh của câu hỏi như là *ιστορία*. Đoạn viết đầu tiên nhấn mạnh rằng, ngay khi các chứng minh về thiên văn học được khám phá chỉ sau khi các nguyên tắc được đưa ra từ quan sát về thiên văn học, bất kỳ một nghề hoặc ngành khoa học nào đều có những nguyên tắc của nó rút ra từ kinh nghiệm [*An. prior.* 46a17-22].

"Vì rằng nếu hiểu thấu được các thuộc tính (τὰ ὑπάρχοντα) của mỗi sự vật thì chúng ta sẽ được chuẩn bị tốt để đưa ra các chứng minh cho chúng (*ἀποδείξεις*). Bởi vì nếu không có thuộc tính nào thật sự có liên quan đến các chủ đề bị công tác điều tra của chúng ta gặt sang một bên (*ιστορία*) thì chúng ta sẽ có thể tìm ra lời chứng minh và thực hiện điều này: khi nói đến những sự vật có thể chứng minh được; nhưng nếu không có thuộc tính nào mà trong bản chất các sự vật không có sự chứng minh thì chúng ta sẽ có thể làm rõ điều này". [*An. prior.* 46a22-27].

⁽¹¹⁾ Như Allan Gotthelf đã nhắc nhở tôi, mặc dù sau khi phân biệt, Aristotle tiếp tục cho rằng việc nghiên cứu này sẽ tiến hành *χωρίζοντας κατ' αὐτὰ τῶν ἐν ταῖς ιστορίαις εἰρημέων* [*De part. an.* 646a11-12]. Bởi vì tác phẩm *De part. an.* cho chúng ta tất cả các dữ liệu sẽ được giải thích và bởi vì ít nhất một số dữ liệu đó phù hợp với *Hist. an.*, Gotthelf cho rằng đoạn viết này bảo chúng ta "đề sang một bên những thông tin được thuật lại trong HA". Tôi thích ý nghĩa của lời giải thích của Ogle hơn [1912, ad 646a12 n1], lời giải thích này yêu cầu Aristotle phải phân biệt các câu hỏi về nguyên nhân này với loại tường thuật trong tác phẩm *Hist. an.*

Chức năng của $\iota\sigma\tau\omicron\pi\iota\alpha$ là làm cho người ta “hiểu thấu” được các thuộc tính của từng mục trong chủ đề tổng quát đang được nghiên cứu. Điều này rõ ràng được dành để giải thích cách thức mà theo đó kinh nghiệm với hiện tượng của một chủ đề tạo hệ thống cho việc giải thích.

Tuy nhiên, việc đề cập đến đoạn viết này một cách độc lập không đem đến cho ta một khả năng phán đoán về việc những lời giới thiệu của Aristotle thực ra cụ thể như thế nào. Đối với vấn đề này, ta phải trở lại đầu chương 27, nói về phương pháp đúng đắn sẽ được sử dụng để “chọn ra” hoặc “chọn lựa” ($\epsilon\kappa\lambda\alpha\mu\beta\acute{\alpha}\nu\epsilon\iota\nu$, $\epsilon\kappa\lambda\acute{\epsilon}\gamma\epsilon\iota\nu$) các tiền đề phù hợp cho việc suy luận về một sự khẳng định đã đưa ra [*An. prior.* i 27-29]. Nói thật gọn lại, phương pháp này đòi hỏi phải chọn chủ đề và thuộc tính của lời khẳng định vấn đề như đã cho, và việc triển khai một danh mục sự vật mà thuộc tính đó có liên quan một cách toàn diện cũng như một danh mục bao gồm tất cả các sự vật có liên quan một cách toàn diện đến chủ đề.

“Đối với những ai mong muốn chứng minh một số điều toàn diện nào đó, họ phải lưu ý các chủ đề của những điều phải được chứng minh, nghĩa là, các chủ đề ngẫu nhiên của sự vật phải được khẳng định, và phải lưu ý bất kỳ những gì mà nó đi sau điều phải được khẳng định. Bởi vì nếu bất kỳ điều nào trong những điều này giống nhau thì chúng phải phụ thuộc vào điều khác”. [*An. prior.* 43b39-43].

Giả sử điều khẳng định mà chúng ta mong muốn chứng minh bằng cách quy nạp là A có liên quan đến mọi C (nghĩa là, AaC). Aristotle đề nghị chúng ta nên triển khai các danh mục mệnh đề theo hình thức:

Định ngữ: A	Chủ từ: C
AaD	FaC
AaE	GaC
AaF	HaC

với hy vọng tìm được, như ở đây, một thuật ngữ trung hòa có thể “hợp nhất” các thuật ngữ [đối chiếu với *An. prior.* 41a11-13]. Bởi vì:

“... Không có tam đoạn luận nào có thể chứng minh được thuộc tính của một sự vật đối với một sự vật khác trừ phi nhờ đến sự vật trung hòa, là cái được liên kết bằng cách này hay cách khác với mỗi sự vật bằng sự khẳng định” [41a2-4].

Chương 27 đã cẩn thận trình bày rằng quy trình này, đúng hơn gọi là quy trình thuật toán, chỉ liên quan đến sự chứng minh trong giới hạn các danh mục phân biệt được những khẳng định thật sự khác, và nó đưa ra một qui tắc phân biệt được những khẳng định ở nhiều mức độ khái quát và cụ thể thích hợp cũng như phân biệt được cái gì là cốt lõi, cái gì được khẳng định như là một đặc tính, và cái gì được khẳng định như là một cái phụ [đặc biệt đối chiếu với 43b1-32]. Nói một cách khác, đây là một phương pháp tổ chức thông tin làm sao để phân biệt được các sự vật trung hòa: nó không phải là việc mô tả cách giải thích các điểm đáng tin trong thông tin.

Bởi vì ở đây không ai nói gì đến cách mà ta phải chứng minh sự thật của một lời khẳng định, hoặc cách ta phải xác định cái nào trong số các khẳng định toàn diện được xác nhận về tính chất và cái nào không được, rõ ràng đây không phải là một phương pháp mà nó đơn thuần cho phép chúng ta thể hiện các chứng minh. Khi Aristotle kết luận bài mô tả của mình về việc chọn lựa các tiền đề và sự phân chia bằng cách nhận xét rằng “điều đó là rõ ràng từ những sự vật và bằng cách mà những chứng minh xoay chuyển sự việc bất ngờ và đối với những loại sự vật mà chúng ta nên xem xét đối với từng vấn đề” [46b38-39], tôi nghĩ, chúng ta phải hiểu là ông ấy muốn nói rằng phương pháp đã nói ở trên là một điều kiện cần thiết để đưa ra những lời chứng minh. Ví dụ, giả sử rằng bổ sung cho các phát biểu *AaF* và *FaC* (kết quả là *AaC*), việc chọn lựa của ta cũng có thể cho kết quả *FaA*; nói một cách khác, tùy theo sự phân loại của chúng ta, *F* và *A* là

những thuật ngữ toàn diện thích hợp. Do vậy, trong Barbara chúng ta có 2 tam đoạn luận:

AaF	FaA
FaC	AaC
AaC	FaC

Ở đây, không có cái gì giúp chúng ta xác định được cái nào trong 2 lời khẳng định tương xứng thuộc một chủ đề giải thích cho cái nào, hoặc thậm chí có bất kỳ chút tương quan về giải thích nào giữa 2 lời khẳng định này chẳng. Dĩ nhiên, đây là vấn đề mà Aristotle đưa ra trong tác phẩm *An. post.* i 13 khi ông phân biệt đại từ chỉ định *that* (cái đó) và đại từ chỉ định *why* (tại sao); và đó là vấn đề mà ông quay trở lại và bàn cãi chi tiết trong *An. post.* 98a35-b24. Trong đó, chúng ta được biết rằng thuộc tính giải thích cho một thuộc tính khác là một trung gian giải thích, mặc dù chẳng có gì đề cập đến cách mà ta có được sự hiểu biết này.

Việc mô tả *ιστορία* như là một câu hỏi chứng minh những thuộc tính nào thật sự có liên quan đến sự vật nào phù hợp với các khẳng định đặc biệt của Aristotle rằng quy trình thuật toán chọn lựa các tiền đề này có liên quan đến việc chứng minh - mà ta mong muốn, bởi vì chứng minh là một loại suy luận diễn dịch. Việc tổ chức các mệnh đề thật sự theo cách này được thể hiện như là để tạo điều kiện thuận lợi cho việc phát triển một ngành khoa học luận chứng. Và ta có thể thấy tại sao: nó giúp ích cho việc sử dụng thông tin được ghi vào các phân loại để phân biệt các khẳng định toàn diện phù hợp và cho chúng ta một “danh mục chọn lọc” gồm các ứng viên vào các sự vật trung hòa luận chứng.

Tác phẩm *Historia animalium* mô tả *ιστορία* về thuật ngữ rất giống với những thuật ngữ được sử dụng trong tác phẩm *An. prior.* 46a22-27:

"Giờ thì những điều này được đề cập như vậy trong phần khái quát để cho biết mùi vị về một số điều mà ta phải nghiên cứu và mức độ sâu xa phải nghiên cứu - chúng ta sẽ đề cập chi tiết sau - để trước tiên chúng ta có thể thấu hiểu được *đặc điểm phân biệt đặc trưng* hiện hữu và các thuộc tính trong từng trường hợp. Sau đó, chúng ta phải cố khám phá ra các nguyên nhân của các điều này. Bởi vì đương nhiên việc nghiên cứu (μεθοδος) sẽ được thực hiện theo cách này, khi phải điều tra (ιστορίαι) từng sự việc. Bởi vì điều cho rằng các đại từ chỉ định (ἀπόδειξις) phải chỉ sự việc nào (περὶ ὧν) và xuất phát từ các sự việc nào (ἐξ ὧν) trở nên rõ ràng từ những điều này". [Hist. an. 491a7-14]⁽¹²⁾

Khó mà phủ nhận ngôn ngữ kỹ thuật của lý thuyết về chứng minh trong đoạn viết này; và sự khác biệt giữa việc nghiên cứu nhằm để chứng minh đặc điểm phân biệt đặc trưng cũng như các đặc tính ngẫu nhiên của từng loại động vật và việc tìm ra các nguyên nhân dựa trên điều này cũng rõ ràng như nhau. Kết quả của nghiên cứu đầu tiên là các yếu tố chứng minh trở nên rõ ràng. Như trong tác phẩm *Prior Analytics*, nghiên cứu này được gọi là ιστορία.

Đã đến lúc phải đánh giá sự tiến triển của chúng ta đến mức độ đó. Một số đoạn viết về Sinh vật học và tác phẩm *Analytics (Phân tích)* thống nhất với nhau về chi tiết rằng phải phân biệt được giữa việc chứng minh *p* là như thế với việc chứng minh tại sao *p* lại như thế. Rõ ràng, trường hợp chứng minh *p* là như thế là một điều tra tiên chứng minh, nghĩa là, một cuộc điều tra dành để tổ chức các thông tin theo kinh nghiệm sao cho dễ dàng phân biệt được các thuật ngữ trung gian. Điều này ám chỉ rằng việc điều tra ngẫu nhiên

⁽¹²⁾ Để biết được chi tiết của việc bàn luận trong đoạn viết này, hãy xem Kullmann 1974, 196-202; Lloyd 1979, 137-138 (và n64), 212; Lennox 1987a, 101-102; Gotthelf 1987b; Balme 1987b, 79-80.

trên thực tế có thể không phải là tìm kiếm các thực thể mới, cơ bản hơn như việc điều tra về các mối tương quan ngẫu nhiên có trong các khẳng định được chứng minh trong lần điều tra đầu tiên.

Như chúng ta đã thấy, Aristotle có khuynh hướng hạn chế phạm vi của thuật ngữ *ιστορία* đến giai đoạn đầu của công tác điều tra tự nhiên, nghĩa là, đến loại nghiên cứu tiền chứng minh đặc biệt. Giai đoạn thứ hai của công việc điều tra nhằm vào việc chứng minh theo khoa học.⁽¹³⁾ Điều này ám chỉ rằng cách hiểu được sự khác biệt giữa tác phẩm *Historia animalium* và các tác phẩm như *Parts of Animals* (Bộ phận của Động vật) hoặc *Generation of Animals* (Thế hệ Động vật) là theo hình thức phân biệt của riêng Aristotle giữa hai giai đoạn điều tra các thuộc tính, một giai đoạn bao hàm việc hiểu được thuộc tính là trường hợp còn giai đoạn khác liên quan đến việc chứng minh lý do tại sao lại như thế. Các lý do phân nhỏ công tác nghiên cứu các sinh vật sống như Aristotle thực hiện được tìm thấy trong các lý thuyết của ông về giải thích và điều tra trong *Posterior Analytics*.

3. Tác phẩm *Analytiks* (Phân tích) “đang được bàn cãi”

Các đoạn viết này, dù chúng có thể liên kết với nhau đến đâu, đều có tính chất lý thuyết, thậm chí các đoạn viết về Sinh vật học. Để chứng minh được điều đó, chúng ta phải hiểu được sự phân biệt giữa tác phẩm *Historia animalium* và các tác phẩm sinh vật học khác dưới hình thức sự phân biệt giữa các câu hỏi thực tế và các câu hỏi ngẫu nhiên, chúng ta cần xem xét kỹ lưỡng tác phẩm *Historia animalium* để kiểm

⁽¹³⁾ Để biết thêm về những đoạn viết khác cho thấy rằng việc giải thích về Sinh vật học mang đặc tính chứng minh, hãy xem *De gen. An.* 742b18-743a1; *De part. An.* 639a14, 640a2-9, 645a1-2; *De incess. an.* 704b12-705a2. Gotthelf [1987a, 170-172, 197-198] tạo một tình huống chắc chắn cho ý nghĩa về kỹ thuật của ἀπόδειξις trong các đoạn viết này.

tra lời khẳng định rằng thực tế nó tôn trọng các tư tưởng mang tính lý thuyết. Nhưng để thực hiện được việc kiểm tra này, chúng ta cần biết phải tìm kiếm những gì. Giờ đây, để xác định xem *Historia anamaliu* có phải là một điều tra thuộc loại được mô tả trong tác phẩm *An. post.* ii như là một nghiên cứu ốu, chúng ta cần có một số ý tưởng về hình thức của báo cáo về các kết quả nghiên cứu như vậy. Vấn đề chủ chốt ở đây là, như tôi đã tranh cãi ở những phần khác, trở lại từ quan điểm hiểu biết theo luận chứng của Aristotle. Bởi vì quan điểm này bắt buộc cách tổ chức các thông tin theo kinh nghiệm nếu nó phải được chuyển thành khoa học nhờ chứng minh [xem Lennox 1987a].

Vậy thì, các bắt buộc này là gì? Trước tiên, chúng ta phải nhìn nhận rằng không phải bất kỳ một khẳng định thật sự toàn diện nào đều có thể là chủ đề để chứng minh. Có hai loại xác nhận được phân biệt ở cuối *An. post.* i 4:

“Vậy, nếu một tình huống cơ hội được chứng minh từ gốc có hai góc vuông hoặc bất kỳ điều gì khác thì nó có liên quan đến góc này một cách toàn diện và nguyên thủy, và việc chứng minh điều này [sự xác nhận gốc một cách toàn diện] toàn diện với chính nó (καθ' αὐτό ... καθόλου); nhưng nó nắm giữ các tình huống cơ hội khác bằng một cách nào đó chứ không phải trong tình huống cơ hội của chính nó, mà nó cũng không nắm giữ một cách toàn diện tính cân đối mà còn hơn thế nữa”. [*An. post.* 73b39-74a3]⁽¹⁴⁾

Việc sử dụng καθόλου bị giới hạn và dựa trên quy định nằm trong chương này, có nghĩa là, việc khẳng định mang tính toàn diện nếu thuộc tính đó có liên quan đến một chủ đề “trong mọi tình huống, và trong chính tình huống của nó và v.v.”

⁽¹⁴⁾ Barnes [1975a] giải thích tác phẩm *An. post* trừ khi có ghi chú khác. Phần mở rộng trong dấu móc vuông là của tôi.

[73b26-7]. Nghĩa là, chủ đề và vị ngữ của mệnh đề sẽ được chứng minh phải mở rộng khắp cùng một không gian và thuộc tính của mệnh đề được chứng minh phải được cùng tồn tại và thuộc tính phải có liên quan đến một chủ đề như chủ đề đó, chứ không ngẫu nhiên. Ví dụ, cần lưu ý khi Aristotle cho rằng đặc tính của việc có các góc trong tương đương với hai góc vuông không hàm chứa tính cân bằng toàn diện, ông không đơn thuần ngụ ý một cách toàn diện, bởi vì thật ra tất cả các tam giác cân đều có đặc tính này. Quan điểm của ông là đặc tính này cũng là thật đối với các loại tam giác khác (“mở rộng ra ngoài tính cân đối”), và vì vậy nó không có liên quan đến tính cân với *tư cách* tính cân. Mà đúng hơn là nó có liên quan đến tam giác cân với *tư cách* tam giác. Vì thế, đó là bằng chứng tại sao đặc tính này có liên quan đến các tam giác như thể đó là một điều cơ bản.

Tuy nhiên, Aristotle cho phép chứng minh sự khẳng định thiếu thuyết phục hơn mặc dù ông nhấn mạnh rằng việc chứng minh đó đúng vững một cách thiếu thuyết phục nào đó. Trong những đoạn viết sau, việc Aristotle nghĩ trong đầu về một loại xác nhận đặc biệt, toàn diện, không mở rộng trong cùng một không gian đã trở nên rõ ràng, đó là, những tình huống mà trong đó một thuộc tính có liên quan một cách rộng mở trong cùng một không gian với một thể loại và, kết quả là, nó có liên quan đến tất cả các hình thức khác biệt của thể loại đó. Để mô tả sự khẳng định đó, đôi khi ông nhận xét rằng việc xác nhận “mở rộng ra ngoài [hình thức này], nhưng không vượt ra ngoài *γένος* của nó” [xem *An. post.* 85b7-15, 96a24-31, 99a18-21 và 24]. Trong những trường hợp đó, Aristotle nhìn nhận các chứng minh cục bộ [xem *An. post.* i 24], có nghĩa là, tôi chấp nhận điều này, các chứng minh chỉ bao gồm một phần trong thể loại đó.

Vì thế, chúng ta đi đến bắt buộc đầu tiên về *ισοπεία* bị áp đặt bởi lý thuyết chứng minh của Aristotle: nó phải xoáy vào những lời khẳng định mà thuộc tính của chúng bao quát

cùng một không gian với chủ đề của nó. Ngoài ra, loại chủ đề này phải được phân biệt thành nhiều loại nhỏ gần nhất hoặc nhiều hình thức nếu phải có “những chứng minh cục bộ” xác nhận rằng phân loại nhỏ này mang một đặc tính đang được bàn cãi bởi vì nó là một loại mang đặc tính nguyên thủy.

An. post. i 5 bàn cãi bao quát về các loại thiếu hiểu biết có thể ngăn cản người ta có được một sự hiểu biết không hoàn toàn hơn là một sự hiểu biết ngẫu nhiên, và mỗi loại thiếu hiểu biết tùy thuộc vào sự không nhìn nhận được mức độ ban sơ chứa trong một lời khẳng định [đối chiếu với 74a25-32]. Nhưng trong tác phẩm *An. post.* ii 13-18, có một mối quan tâm nổi bật về cách đạt được những lời khẳng định ở mức độ ban sơ và đó là vấn đề mà giờ đây chúng ta sẽ quay sang.

An. post. ii 14 mở đầu bằng lời phát biểu bí ẩn về phương pháp:

“Tùy theo việc thấu hiểu vấn đề mà người ta chọn (ἐκλέγειν) từ các cắt khúc và các phân loại, và họ làm như vậy bằng cách thừa nhận cái loại phổ biến cho tất cả các cắt khúc, phân loại này. Ví dụ, nếu đối tượng nghiên cứu là động vật, hãy chọn những cái gì có liên quan đến từng động vật; và, đã thấu hiểu điều này, một lần nữa, hãy chọn những gì đi sau (ἐπεσθαι) tất cả cái đầu tiên của các loại còn lại. Ví dụ, nếu đó là Chim, hãy chọn những gì đi sau con chim; và theo cách này, hãy luôn chọn những gì đi sau thể loại gần đúng với chim. Vì rõ ràng là chúng ta sẽ có thể nói ngay lập tức tại sao (τὸ οὖν τί) các sự vật đi sau có liên quan đến các loại khác thuộc một loại chung, ví dụ, tại sao chúng có liên quan đến Con người hoặc Con ngựa. Lấy *A* thay cho Động vật; *B* thay cho các sự vật đi sau mỗi động vật; *C*, *D* và *E* thay cho các loài động vật nào đó. Tại sao *B* có liên quan đến *D* là điều khá rõ ràng, bởi vì lý do là *A*; tương tự với *C* và *D*. Và mô tả tương tự luôn được áp dụng trong trường hợp các thể loại phụ”. [*An. post.* 98a1-12; bản sao của tôi].

Việc tái diễn tiến trình chọn lọc ra các đặc tính nào đó “đi sau” cho thấy rằng *An. post.* i 27-30 là cái nền về hình thức cho chương này [đối chiếu với Barnes 1975a, 239-240; Lennox 1987a, 97-99]. Ngoài ra, việc ta phải chọn từ các phân loại ám chỉ rằng (như *An. post.* i 31 đã làm) việc phân loại là một giai đoạn sơ khởi của phương pháp được mô tả ở đây.⁽¹⁵⁾ Rõ ràng là từ các phân loại đã được thực hiện, người ta chọn, ở từng mức độ khái quát, những gì có liên quan một cách toàn diện; và sự kiện cũng rõ ràng tương tự đó là sự phân loại này bao hàm việc phân chia thể loại, động vật. Vì vậy, có vẻ như *An. post.* ii 14 mô tả một quy trình sử dụng những thông tin được ghi vào trong các phân loại để tạo nên các mệnh đề thuộc thể loại cần thiết cho ngành khoa học chứng minh.

Quy trình này hướng sự chú ý đến các khẳng định ở mức độ toàn diện phù hợp. Nếu, trong số các sự vật theo sau, nghĩa là các sự vật có liên quan đến mọi *S*, người ta tìm thấy một đặc tính cũng có liên quan đến *T* thì câu hỏi tự nhiên phải đặt ra là cả *S* lẫn *T* đều là các hình thức của một loại *K* nào đó mà nó mang đặc tính đó từ gốc. (Hoặc nếu đã biết rằng *S* là một loại *K* thì ta sẽ lưu ý rằng nhìn chung đặc tính đang bàn cãi có liên quan không chỉ đến *S* mà còn liên quan đến *K*.) Vì vậy, ví dụ, nếu ta thấy rằng có một trái tim liên quan đến loài chim vì thật ra là các trái tim đều liên quan đến tất cả các loài động vật có máu. Thực tế, người ta không thật sự hiểu được lý do tại sao các loài chim phải có tim cho đến khi giải đáp được câu hỏi cơ bản hơn: việc cho rằng các loài chim có tim bởi vì chúng là những động vật có máu có

⁽¹⁵⁾ Đối chiếu với *In an. prior.* I 333.19ff của Alexander. Thật đáng lưu ý rằng *Vitae* v 25 của Diogenes Laertius đã ghi *Dissections* vào danh sách 8 quyển sách và một quyển về *Selections from the Dissections* (các Chọn lựa từ sự Phân loại); điều đáng tiếc là không có tác phẩm nào còn tồn tại, và theo tôi biết, không có điều gì trong truyền thống doxographical thậm chí gợi ý được cách thức mà các tác phẩm này có thể đã sử dụng.

nghĩa là chúng có tim vì cùng một lý do như tất cả các loài động vật có máu.⁽¹⁶⁾ Lưu ý rằng việc người ta hiểu thấu vấn

⁽¹⁶⁾ Để có được những nhận xét về vấn đề này, tôi mang ơn rất nhiều đóng góp của Allan Gotthelf vào Tập tiểu luận về việc Phân loại và Giải thích trong ngành Sinh vật học của Aristotle tại các Buổi họp về Phân loại Thái Bình Dương APA vào năm 1986.

Các chứng minh từng phần đặt ra 2 vấn đề trọng tâm, một vấn đề liên quan đến hình thức và vấn đề kia liên quan đến tác dụng của giải thích. Tôi đặt giả thuyết về hình thức của các giải thích này là thuật ngữ trung gian có liên quan đến thể loại hàm chứa sự vật ám chỉ thuật ngữ thứ yếu như là một thể loại thứ yếu [xem Lennox 1987a]. Ví dụ:

Việc có trái tim là có liên quan đến tất cả các loài động vật có máu

Động vật có máu có liên quan đến tất cả các loài chim

Việc có trái tim có liên quan đến tất cả các loài chim

Phương pháp này có 3 ưu điểm. Có vẻ nó là cơ sở cho nhiều đoạn viết trong tác phẩm *An. post.* [ví dụ, 73a16-20, 74a1-3, 74a25-32, 85b4-15]; đó là một kiểu lý luận thường thấy trong Sinh vật học [đối chiếu với Lennox 1987a, 108-110]; và tiền đề chính là loại gợi ý mà ta hy vọng tìm thấy như là một kết luận cho các giải thích cơ bản hơn của các khẳng định toàn diện phù hợp, nhờ đó mà đưa ra một phương tiện chuyển đổi logic giữa các chứng minh toàn diện và chứng minh cục bộ. Rõ ràng đây là cách mà Philoponus [*In an. post.* 417.26-28] đã hiểu đoạn viết này: "Bởi vì các sự vật này theo sau động vật nên bạn sẽ chứng minh rằng nhận thức hoặc chuyển động đó có liên quan đến con người và phần còn lại cho đến phần giữa có liên quan đến động vật."

Nhưng việc hiểu này cũng có những mặt hạn chế nào đó. Việc bàn cãi về chứng minh và mối tương quan của nó với định nghĩa trong *An. post.* ii 8-10 thường coi thuật ngữ trung gian như thể nó mô tả thuật ngữ thứ yếu, và điều đó có vẻ không hoàn toàn giống với phương pháp vừa được đề xuất. Đó, quy trình hiểu biết trải qua việc đi tìm được nhiều thuật ngữ trung gian cơ bản hơn của cùng một thể loại lô-gic, vì thế, nó mô tả thuật ngữ thứ yếu tốt hơn cho chúng ta. Tuy nhiên, không rõ là điều này rời bỏ chúng ta ở đâu vì việc bàn cãi đó không có liên quan đến sự chuyển dịch từ việc biết rằng một tiểu loại có một đặc tính cho đến khi biết rằng nó có đặc tính đó bởi vì nó là loại sự vật mang đặc tính từ trong bản chất.

Điều này đưa chúng ta đến vấn đề về tác dụng giải thích của các chứng minh cục bộ. Giáo sư Gotthelf đã dẫn chứng rằng hình thức của *Yévoç* trong vị trí của thuật ngữ trung gian có thể đơn thuần là phép tắc kỹ cho lời nói rằng "tiểu loại mang đặc tính đó vì loại đó mang đặc tính như vậy" [đối chiếu với Ackrill 1981, 380], và có những đoạn viết thừa nhận lời chú giải này [ví dụ, *An. post.* 91a2-5].

Tối thiểu là Gotthelf đã thuyết phục tôi rằng các trình bày rõ ràng, chính xác trong Lennox 1987a và các bản thảo trước đây về tác phẩm hiện tại thừa nhận rằng các chứng minh cục bộ (mà tôi đặt tên là các giải thích loại A trong Lennox 1987a) có thể chỉ định trước việc hiểu được lý do tại sao nhiều sự khẳng định được hiểu sai từ ban sơ, vì những lý do đã được trình bày ở đoạn viết trên.

đề đó trong đoạn viết trên tương tự về hình thức với sự hiểu biết có được nhờ chuyển từ hiểu biết ngẫu nhiên sang hiểu biết tuyệt đối trong *An. post.* i 4, 5. Vậy thì, phương pháp của Aristotle được định sử dụng để phân biệt loại rộng rãi nhất có liên quan đến thuộc tính được chọn lọc từ một phân loại. Một khi điều này đã được thực hiện, đặc tính đó sẽ chứng tỏ ngay là nó có liên quan đến các hình thức gần nhất thể loại đó; chủ đề đang bàn cãi sẽ mang đặc tính này bởi vì nó là (một hình thức của) thể loại mà đặc tính đó có liên quan đến một cách toàn diện.

Việc tiếp tục *An. post.* ii 14 cũng nhắc lại các liên quan đến i 5. Trong i 5, ta lưu ý thấy rằng khi trước đây đã có những bằng chứng phân biệt mà các tỷ lệ thay đổi về số, tuyến, hình ba chiều và thời gian thì nay nó được chứng minh một cách toàn diện trong chỉ một chứng minh. Việc không hiểu ban đầu về chứng minh toàn diện là do “tất cả các sự vật này... không lập thành một danh mục riêng và khác nhau về thể loại (*εἶδος*)”.⁽¹⁷⁾ Việc không có một tên gọi để thể hiện tính toàn diện góp phần vào việc làm cho các nhà toán học không hiểu được rằng “tên gọi không có liên quan đến các sự vật như là tuyến hoặc số song liên quan đến điều mà họ cho là thuộc về toàn thể” [*An. post.* 74a23-25].

An. post. ii 14 trình bày nhiều hơn về cái gọi là “hiểu thấu được các vấn đề”:

“Hiện tại, chúng ta tranh cãi về các thuật ngữ chung đã được lưu truyền; nhưng chúng ta không chỉ điều tra về chúng trong các trường hợp này mà nếu có cái gì khác được hiểu là có liên quan chung thì chúng ta phải tách cái đó ra và rồi điều tra xem cái đó theo sau những gì và những gì theo sau cái đó...” [98a13-16].

⁽¹⁷⁾ Lời chú giải cho Euclid, *Elements* v, được cho là do phát hiện ra lý thuyết tổng quát về mệnh đề cho Eudoxus [đối chiếu với Heiberg và Stamatis 1977, i 213.1-12; Heath 1956, ii 112-113].

Việc tìm kiếm “những gì theo sau cái có liên quan chung và những gì theo sau nó” là phương pháp được giới thiệu trong *An. post.* i 28 để tìm ra một thuật ngữ trung gian có liên quan đến một vấn đề, và ví dụ theo ví dụ quen thuộc từ *De part. an.* 674a23-b18⁽¹⁸⁾ làm sáng tỏ chiến lược sau:

“Có dạ dày thứ 3 mà không có răng cửa <đến sau> việc có sừng; lại nữa, <chúng ta phải điều tra> xem các sừng đến sau những cái gì bởi vì nguyên nhân tại sao những gì chúng ta đã đề cập sẽ có liên quan đến chúng thì thật rõ ràng, bởi vì nó sẽ có liên quan vì chúng có sừng”. [*An. post.* 98a16-19]

Hai đặc điểm phân biệt đặc trưng được chú ý ở đây (ngẫu nhiên có một cái phủ định), chúng đến sau “việc có sừng”. Vì thế, căn cứ vào:

(1) việc có một dạ dày thứ 3 có liên quan đến mọi động vật có sừng

(2) việc không có răng cửa trên có liên quan đến mọi động vật có sừng,

chúng ta được yêu cầu phải điều tra vấn đề: “việc có sừng” có liên quan một cách toàn diện đến những gì”, nghĩa là, tìm ra giá trị của *P* vì rằng:

(3) sừng có liên quan đến mọi *P*.

Bởi vì, căn cứ vào điều này, lúc đó chúng ta có thể suy ra rằng:

(4) việc có dạ dày thứ 3 có liên quan đến mọi *P*.

Như Aristotle đã trình bày, việc có dạ dày thứ 3 có liên quan đến việc có sừng, việc có sừng, là thuật ngữ trung gian, tạo nên mối liên kết giữa việc có dạ dày thứ 3 hoặc không có hàng răng thứ 2 với mục thứ 3, *P*.

⁽¹⁸⁾ Xem việc phân tích cẩn thận đoạn viết này trong Gotthelf 1987a, 179-185.

Việc chọn ví dụ này trong *An. post.* ii 14 thật thú vị. Aristotle cần một tình huống rõ ràng vượt ra ngoài thuật ngữ chung, bởi vì đó là quan điểm của ông. Vì thế, ví dụ của ông đòi hỏi phải sử dụng các cụm từ mô tả chuyên môn⁽¹⁹⁾ để ám chỉ các mục được xác nhận lẫn nhau. Rõ ràng, Aristotle muốn nhấn mạnh rằng lời khẳng định này được thiết lập từ việc nhận ra rằng việc mang 2 đặc tính khác này đến sau việc có sừng, và vì thế chúng có liên quan đến bất kỳ sự vật gì có sừng bởi vì sự vật đó có sừng.⁽²⁰⁾ Các dòng cuối cùng trong *An. post.* ii 14 triển khai phương pháp này rộng hơn, và tương tự nó sử dụng một ví dụ quen thuộc từ các tác phẩm về sinh vật: “Lại nữa, phương pháp khác là trích dẫn vì tính chất giống nhau; bởi vì bạn không thể có được một thứ giống hết tên gọi của móng và xương sống + xương; mà sẽ có những thứ đi sau cái thứ đó, như thể loại này có một tính chất nào đó [*An. post.* 98a20-23].”

Chúng ta hãy cố thiết lập lại các bước trong tiến trình được phác thảo ở đây. Có 3 bộ phận “của bộ xương” đã được đề cập có liên quan nhờ sự giống nhau. Nhưng, có thể có những thuộc tính trong các phân loại đang được sử dụng có liên quan đến tất cả các phân loại này (như thể chúng có một tính chất). Vì thế, “việc trích dẫn vì tính chất giống nhau” có nghĩa là đi tìm “những cắt khúc và các phân loại”

⁽¹⁹⁾ Không phải là tên thật, như Allan Gotthelf đã nhắc nhở tôi [đối chiếu với Balme 1962, 90]. *An. post.* 93b29-32 cho phép định nghĩa “các cụm từ giống-tên-gọi” như *Top.* 102a1-5. Trong khi tôi nghĩ rằng các thuật ngữ trong Sinh vật học như nằm trong số loại cụm từ giống-tên-gọi mà ông đã nghĩ đến, chúng ta cần biết thêm về tầm quan trọng của “việc giống-tên-gọi” ở đây, cụ thể là các thuật ngữ giống-tên-gọi khác như thế nào so với các thuật ngữ không thể định nghĩa được [xem Bolton 1985 để biết thêm những đề xuất khác].

⁽²⁰⁾ Xem *De part. an.* 663b35-664a3, 674b7-17, nơi mà việc sản xuất ra sừng (để tự bảo vệ) để lại vật liệu phẩm tục ít hơn cho răng (giải thích cho việc không có 2 hàng răng) và, vì thế, một cách gián tiếp cần phải có thêm dạ dày (để tiêu hóa các chất dinh dưỡng được nhai vụn). Theo cách này, việc một động vật có sừng giải thích các đặc tính này.

để có được đặc điểm phân biệt đặc trưng dùng chung cho các chủ đề có liên quan nhờ tính chất giống nhau. Trong *De part. an.* 653b33-36, Aristotle trình bày rằng “trong số các động vật có xương, tính chất của xương là cứng, được đặt ra vì mục đích bảo tồn các bộ phận mềm; và ở các động vật không xương điều tương tự <được đặt ra cho vấn đề này>, ví dụ, ở một số loài cá đó là xương sống; ở một số loài cá khác, đó là sụn.” Do đó, *An. post.* 98a20-23 có thể đề ra các khả năng thụ động nào đó, ví dụ, tính chất cứng hoặc dễ gãy, có liên quan đến từng bộ phận giống nhau vì một chức năng chung mà mỗi bộ phận giống nhau này đóng vai trò trong cuộc sống của loài tương ứng, hoặc vì một tính chất hữu hình chung (bởi vì tất cả các bộ phận này đều bằng đất). Lại nữa, nó cũng có thể có nghĩa là cả 3 bộ phận cứng giống nhau được kết hợp với thịt mềm và nội tạng, đó là một kết hợp ám chỉ một cách tự nhiên ý tưởng cho rằng các bộ phận giống nhau đóng một vai trò giống hệt nhau trong cuộc sống của loài tương ứng [tương tự theo Barnes 1975a, 240].

Vậy thì, ở đây là việc mô tả đặc điểm của các phương pháp để có được những lời xác nhận của thể loại mà nó chuẩn bị cho nhà nghiên cứu hiểu được thông qua việc giải thích nguyên nhân. Rõ ràng phương pháp này là một ứng dụng của các phương pháp chính thức hơn trong *An. prior.* i 27-31 để đi đến các mục tiêu cụ thể của nhà nghiên cứu khoa học, mà sẽ không có gì ngạc nhiên căn cứ vào tác phẩm *Analytiks (Phân tích)* được giới thiệu như là một nghiên cứu về chứng minh và sự hiểu biết về chứng minh [*An. prior* 24a-11, 25b26-31].

An. post. ii 15-17 thăm dò các phức tạp liên quan đến việc tìm ra một bài mô tả nguyên nhân có liên quan đến một vấn đề đã được tiên chứng minh, nơi mà vấn đề về bản chất ở đây là câu hỏi tại sao được đặt ra về các cơ sở lập luận đã được chấp nhận: Điều cho rằng *P* có liên quan đến tất cả các *S* là rõ ràng; vậy thì tại sao nó lại có liên quan? Một ví dụ về

thực vật học sẽ giúp chúng ta liên kết các dính lúu của tác phẩm *An. post.* ii 14 với các giai đoạn hai của từng cặp nghiên cứu mà chúng ta đã bắt đầu bằng chúng, đó là cặp nghiên cứu có-hay-không/ đó-là-cái-gì và cặp nghiên cứu điều-mà-đó-là/ tại-sao-nó-là.

Trong *An. post.* ii 8-10, cuối cùng Aristotle đã bám sát vấn đề về mối tương quan giữa định nghĩa và chứng minh trong khoa học. Trong tiến trình đó, ông có nhiều điều để nói về cách thức liên quan giữa các câu hỏi đờ tí và các câu hỏi tí εστι với nhau. Việc giải thích các chương này có thể gây ra tranh cãi [xem Bolton 1976, 1985, 1987; Sorbji 1980; Ackrill 1981]. Nhưng có một số đặc tính nào đó trong cuộc tranh cãi có thể được bãi bỏ vì những mục đích hiện tại. Tối thiểu là trong những trường hợp có liên quan tương tự với các ví dụ trong những chương này, thuật ngữ trung gian trong một chứng minh về lý do tại sao có một số thuộc tính có liên quan đến một số chủ đề cũng được dùng để giải thích thuộc tính đó là cái gì [*An. post.* 93a3-5, 93b3-14, 94a1-10, 95a16-21, 99a3-4, 99a25-9]. Người ta đã hoàn thành một cuộc nghiên cứu lý do tại sao những tiếng động thỉnh thoảng trên bầu trời lại phát ra – đó là một cuộc nghiên cứu dựa trên nhận thức của chúng ta về việc phát tiếng ồn đó – khi chúng ta đã hiểu thấu lời giải thích về nguyên nhân cơ bản nhất của những tiếng ồn đó. Aristotle xác nhận rằng “việc dập tắt lửa” không chỉ được đề xuất làm thuật ngữ trung gian giải thích việc xuất hiện sấm sét ở các tầng mây, mà nó cũng là một giải đáp khả dĩ cho câu hỏi “Sấm sét là gì?”. Vì thế, lời giải thích quen thuộc rằng sấm sét là một tiếng ồn mang đặc tính nào đó ở các tầng mây được trình bày dưới đây bằng một giải thích có cơ sở hơn – có cơ sở hơn trong lời giải thích được dùng để giải thích các đặc tính quen thuộc có tính khái niệm nhờ đó chúng ta làm quen với sấm sét lúc đầu [xem Bolton 1976].

Người ta có thể chấp nhận quan điểm này về cách đồng quy các kết quả của 2 câu hỏi này trong tình huống bao gồm những loại cơ sở lập luận mà các nhà sinh vật học muốn giải thích không? Có vẻ như Aristotle nghĩ rằng có thể chấp nhận được.

“Thuật ngữ trung gian là lời giải thích cho cực đoan đầu tiên và vì thế tất cả các ngành khoa học xoay chuyển qua việc định nghĩa. Ví dụ, việc rụng lá xảy ra ở cây nho khi nó quá nhiều và xảy ra ở cây sung khi nó quá nhiều, nhưng lá không quá nhiều ở tất cả mọi loại cây, mà tương đương với quy mô của các loại cây đó. Giờ đây, nếu ta chọn thuật ngữ trung gian chính thì nó giải thích việc rụng lá. Bởi vì sẽ có một thuật ngữ trung gian đầu tiên theo hướng khác, cho rằng tất cả các lá đều như vậy; rồi thì có một loại ở giữa cho rằng nhựa cây làm đông lại hoặc một điều gì khác tương tự như vậy. Nhưng, rụng lá là sao? Đó là sự đông lại của nhựa cây tại giao điểm của vỏ hạt”. [An. post. 99a21-29; bản sao của tôi.]

Lúc bắt đầu, chúng ta lại nhìn thấy thuật ngữ “đi sau/ xảy ra ở (following)” (nghĩa là có liên quan đến tất cả), và ý nghĩa của thuộc tính đi sau và vượt quá 2 loại cây trồng trong lúc cùng tồn tại với (ta phải đặt giả thiết như vậy) tất cả các loại cây rụng lá. Aristotle đã không đưa ra ít hơn một điểm khởi đầu đó là tất cả các loại cây rụng lá đều làm rụng lá của chúng; đúng hơn là ông muốn ám chỉ tính cần thiết phải phân biệt được nhóm cây bằng *đặc điểm phân biệt đặc trưng* cùng tồn tại với loại cây rụng lá này nếu chúng ta sắp phải giải thích về điều này theo khoa học. Sự thật, trong chương trước ở mục 98b4-21, Aristotle chỉ phân biệt được một loại cây như vậy bằng cách chú ý đến một đặc tính phổ biến ở tất cả các loại cây và cùng tồn tại với việc làm rụng lá, còn gọi là rụng lá (πλάτφυλλον). Sự thật là các *đặc điểm phân biệt đặc trưng* (*bị rụng lá, làm rụng lá*) cùng tồn tại được ghi nhận [98a35-b3] trong ngữ cảnh của câu hỏi. “Có phải cơ sở nguyên nhân của một sự vật phải cùng tồn tại với cơ sở nguyên nhân của cái mà

đó chính là nguyên nhân hay không? Lúc đó, vấn đề được đưa ra (như là nó đã từng tồn tại kể từ lúc cổ giải thích bằng các thuật ngữ mở rộng đơn thuần) là một trong hai thuật ngữ cùng tồn tại có thể được sử dụng để chứng minh cho thuật ngữ kia được hay không – không có thắc mắc gì về việc ta có thể thiết lập một phép tam đoạn luận có giá trị và hợp lý trong Barbara bằng một trong hai thuật ngữ ở vị trí giữa.⁽²¹⁾

Qua suốt cuộc tranh luận này, Aristotle cho rằng việc *bị rụng lá* là nguyên nhân của việc mất lá ở bất kỳ loại cây nào, và việc ta đưa ra giải thích mẫu đó “giải thích” rằng cây nho mất lá vì bị rụng lá [*An. post.* 98b5-16]. Bằng loại ngôn ngữ được sử dụng ở nơi khác, đây là một lời giải thích “cục bộ” hoặc “ngẫu nhiên”, căn cứ vào “vấn đề” đang được giải thích khẳng định việc mất lá là một trong các tiểu loại cây trồng bị mất lá. *An. post.* ii 16 kết luận bằng cách sửa sai cảm tưởng cho rằng đây là lời giải thích khoa học nguyên thủy:

“Hoặc nếu các vấn đề luôn mang tính toàn diện thì việc giải thích (τὸ αἰτιον) có bắt buộc phải là một tổng thể nào đó và là cái gì đó giải thích một cách toàn diện hay không? Ví dụ, việc rụng lá được xác định là một tổng thể nào đó, thậm chí nếu nó có những phân loại và <nó có liên quan> đến những phân loại này một cách tổng thể (dù là các loại cây trồng hoặc các cây trồng thuộc một loại v.v.); vì thế, trong những trường hợp này, thuật ngữ trung gian và cái mà nó giải thích phải tương đương và biến đổi. Ví dụ, tại sao cây làm rụng lá? Nếu bởi vì độ ẩm bị đông đặc thì nếu một cái cây làm rụng lá thì cây đó phải có liên quan đến sự đông đặc, và nếu sự đông đặc có liên quan – không phải đến bất kỳ sự vật nào dù đó là cái gì mà có liên quan đến một cái cây – <nó phải> rụng lá”. [*An. post.* 98b32-32].

⁽²¹⁾ Đối chiếu với *An. post.* 78a28-b13. Dĩ nhiên, có những đoạn viết dựa trên cơ sở phân biệt giữa *demonstratio quia* và *demonstratio propter quid*.

Các vấn đề cần phải được phổ biến, như Ross đã ghi chú, theo ý nghĩa của *An. post.* i 4. Nhưng khi điều này được thực hiện, thể loại chiếm vị trí ở giữa trong lời giải thích cục bộ thì giờ đây là cái có liên quan đến việc rụng lá, đó là chủ đề của lời khẳng định sẽ được giải thích.

Bây giờ chúng ta đang phải làm cho *An. post.* ii 17 có ý nghĩa. Aristotle cho chúng ta biết rằng nếu ta chọn thuật ngữ trung gian chính thì nó giải thích việc rụng lá:

“Bởi vì trước tiên sẽ có một thuật ngữ trung gian ở một hướng khác, mà tất cả đều như vậy; rồi thuật ngữ trung gian của thuật ngữ trung gian này nơi nhựa cây đông lại hoặc một sự việc khác tương tự như vậy” [99a25-28].

Ở đây có 2 thuật ngữ trung gian được nhắc đến, chỉ có một thuật ngữ được phân biệt là lời giải thích cho việc rụng lá. Thuật ngữ kia được gọi là một “thuật ngữ trung gian theo hướng khác”. Giả sử rằng đây là đặc tính của việc bị rụng lá. Việc làm rụng lá được dùng làm một thuật ngữ trung gian theo hướng có nhiều hình thức cây trồng khác làm rụng lá – “Việc làm lá rụng có liên quan đến các cây nho bởi vì chúng bị rụng lá.” Nhưng giờ đây có một thuật ngữ trung gian chính cho sự việc này, nơi mà “sự việc này” chỉ rõ mệnh đề xác nhận việc làm rụng lá của việc bị rụng lá.⁽²²⁾ Vì thế, chỉ khi người ta đã đưa những vấn đề này (hoặc các câu hỏi tại-sao) lên một mức độ phù hợp hoặc toàn diện nguyên thủy thì thuật ngữ trung gian cũng trở thành một lời giải thích cho đặc tính được xác nhận đó là cái gì. Đây là một cách khác trong đó các phương pháp được Aristotle phác thảo là quan trọng trong việc tạo điều kiện dễ dàng để hiểu theo luận chứng một chủ đề. Các phương pháp này đưa chúng ta đến tầng nấc nơi mà việc tìm hiểu thêm có thể tập trung vào các

⁽²²⁾ Nếu nói rộng ra, việc giải thích này về đoạn viết đó có những người biện hộ từ Philoponus [*In an. post.* 429.32-430.7] đến Ross [1949, 671].

định nghĩa nguyên thủy có khả năng được dùng như là các điểm khởi đầu cho các giải thích của chúng ta.

4. Tác phẩm *Historia animalium* (Lịch sử Động vật) như là một ngành khoa học tiền chứng minh

Trong tiết 2, tôi đã xem xét bằng chứng cho rằng tác giả đã đưa tác phẩm *Historia animalium* ra không như là một bản tường thuật về nguyên tắc phân loại giới động vật có hệ thống cũng không như một chuỗi lịch sử tự nhiên về giới động vật, nhưng như là một sự mô tả các mệnh đề thật sự hiện phổ biến về động vật nhằm mục đích chứng minh nguyên nhân. Lý thuyết của các vấn đề và phương pháp học tác động vào các vấn đề này được trình bày trong các chương sau của *An. post.* ii và được thảo luận trong tiết 3, cho thấy rằng Aristotle có cái gì đó khá rõ ràng trong đầu, khi ông đi đến việc tổ chức thông tin thành hình thức mệnh đề cho các mục đích khoa học. Ví dụ, ông sẽ sử dụng những thông tin được ghi vào các phân loại. Điều này có nghĩa là các thuật ngữ mà ông đang sử dụng có liên quan đến *đặc điểm phân biệt đặc trưng* được sắp đặt để bộc lộ ra cách thức mà một đặc tính chung có thể được xác định (ví dụ, cánh → cánh có lông với cánh có màng với cánh dermatous). Vì thế, Aristotle tìm cách phân biệt các mối tương quan cùng tồn tại trong các *đặc điểm phân biệt đặc trưng* từ các phân loại khác nhau, nghĩa là, phân biệt các nhóm mà tất cả và chỉ có các nhóm có *đặc điểm phân biệt đặc trưng* nào đó.⁽²³⁾ Tiến trình này phải bắt đầu bằng việc phân biệt được các xác nhận toàn diện về một chủ đề đã cho và cái mà chủ đề đó được xác nhận một cách toàn diện. Nhưng thực hiện điều này dẫn đến việc nhận ra các xác nhận cùng tồn tại hoặc các thuộc tính mang tính toàn diện “nguyên thủy”; ví dụ, cánh đến

⁽²³⁾ Xem Balme 1987b, 74-89 về các phát triển trong nguyên lý phân loại của Aristotle và vai trò của nó trong sinh vật học.

sau con chim nhưng không thể nào *ngược lại*, và cánh có lông đến sau con chim và con chim đến sau cánh có lông. Aristotle không quan tâm đến việc bám vào các thể loại được định rõ một cách phổ biến.⁽²⁴⁾ Nếu ông phân biệt một đặc tính luôn luôn có liên quan đến tất cả các động vật với một số đặc tính khác thì ông muốn biết rằng các đặc tính này đến sau những

(24) Ở đây tôi bỏ qua một tập hợp các vấn đề rất hóc búa về cái mà Aristotle gọi là *yéuoc* và nguyên nhân. Trong một bài báo cổ điển, trước tiên Balme [1962] phân biệt các loại *đặc điểm phân biệt đặc trưng* và các loại thật sự. *Đặc điểm phân biệt đặc trưng* không có những phân biệt về tên gọi thực tế và tập trung các loài động vật cho tiện lợi trên cơ sở một số đặc tính chung hoặc những đặc tính khác. Pellegrin [1982; 1985, 103-106, 112; 1987, 334-337] tranh cãi rằng thực tế đây là cách phân biệt các loại điển hình của Aristotle – thực sự Pellegrin còn vượt xa hơn và tranh cãi rằng về đặc trưng, *yéuoc* là *các bộ phận* trong ngành sinh vật học của Aristotle, ngành sinh vật học của ông được cho rằng là *moriology* đúng hơn là động vật học.

(Xem Lennox 1984 để biết thêm về những dè dặt của tôi về căn cứ này, đó là một bài phê bình của Pellegrin 1982.) Và Allan Gotthelf [1985, 1987a] đã đưa ra một số câu hỏi liên quan đến chủ đề này trong tác phẩm của ông về các khái niệm về chất, bản chất và định nghĩa *De part. an.* 2 điểm trong tranh luận của chúng ta về tác phẩm *Analytics* liên quan đến vấn đề này. Điểm thứ nhất, rõ ràng Aristotle cho phép các định nghĩa sự vật có các cụm từ giống-tên-gọi song song với các định nghĩa sự vật có tên gọi thực tế. Dĩ nhiên, điều này chỉ đẩy câu hỏi lùi lại một bước trở về câu hỏi “Cái gì được cho là một cụm từ giống-tên-gọi”, nghĩa là, Aristotle kiểm tra “tên gọi” các thực thể ngẫu nhiên một cách đơn thuần bằng cách nào? Điểm thứ hai, ít ra một phần của *An. post.* II 14 buộc chúng ta phải tiếp nhận các cụm từ mà chắc chắn không phải là tên gọi (hoặc thậm chí là giống-tên-gọi) vào bảng từ vựng khoa học của chúng ta, và cho chúng ta một cơ sở hợp lý để thực hiện việc tiếp nhận này. Các cụm từ này tương tự về đặc điểm so với những cụm từ mà Aristotle sử dụng để chỉ định *μεγιστος γέννη* trước kia chưa được gọi tên trong các tác phẩm sinh vật học: các bản dịch thường che giấu sự thật này, điển hình “oviparous quadruped c” đưa ra một cụm từ có thể được dịch theo nghĩa đen là “the ones among the four-footed that lay eggs (những con vật trong số loài có 4 chân đẻ trứng)”. Thực sự, Aristotle liệt kê ra *đặc điểm phân biệt đặc trưng* theo hai trình tự (mặc dù tôi không muốn ám chỉ rằng ông thực hiện điều này một cách ngẫu nhiên).

Rõ ràng đây là một vấn đề đòi hỏi phải nghiên cứu mới và kỹ lưỡng lại. Trong bối cảnh này, tôi sẵn sàng cho rằng Aristotle biết được nhu cầu sử dụng các cơ chế nào đó để mở rộng bảng từ vựng về khoa học theo hướng phân biệt các nhóm không có tên gọi đồng nhất theo một cách nào đó hoặc một cách khác, cái mà một mô hình khoa học quy nạp làm cơ sở cho lô-gíc đòi hỏi là đa số các thuật ngữ của nó phải có thể diễn đạt được như là những chủ đề hoặc những xác nhận và xuất xứ từ nhiều loại khác nhau, và hệ thống thuật ngữ của Aristotle bị chỉ phỉ bởi các cụm từ phân biệt các nhóm động vật như là “những nhóm (có hoặc thực hiện) X, mà X là một đặc tính đặc biệt của các động vật đó. Những cái này nằm trong số “các hiện tượng” mà bài mô tả nguyên lý khoa học *γέννη* của Aristotle sẽ phải giải thích.

cái gì và cái gì đến sau các đặc tính này – thậm chí trong phạm vi tìm kiếm các đặc tính được xác nhận của toàn bộ nhóm có liên quan tương tự đến các đặc tính. Để thực hiện điều này, ông chuẩn bị cơ sở cho loại quan niệm về nguyên nhân mà ông coi như là mục tiêu của khoa học.

Chúng ta đã thấy rằng tác phẩm *Historia animalium* tập trung vào việc “thấu hiểu các đặc điểm phân biệt đặc trưng” và các thuộc tính có liên quan đến tất cả các loài động vật”, bởi vì, sau khi thực hiện được điều này, ta có thể cố tìm ra các nguyên nhân của chúng. Trong luận thuyết này, Aristotle xác nhận rằng đây là một cách thích hợp để tiến hành với những lý lẽ là, nếu *ισοπεία* đã được thực hiện đúng thì người ta sẽ có thể phân biệt được những điều mà luận chứng theo đuổi từ các sự vật mà chúng ta muốn chứng minh. Tôi đã tranh cãi rằng tác phẩm *An. post. ii* của Aristotle và một số đoạn viết có liên quan cho chúng ta nền tảng lý thuyết để xem xét *ισοπεία* như là một chuẩn bị tiền chứng minh để giải thích nguyên nhân – chính là một loại nghiên cứu mà tác phẩm *Historia animalium* tự giới thiệu.⁽²⁵⁾

Giờ đây chúng ta đang phải hỏi xem liệu có phải tác phẩm *Historia animalium* là một tác phẩm hướng vào việc tổ chức những thông tin được tìm thấy trong các phân loại theo cách thức sơ khởi đối với các chứng minh như Aristotle đã hiểu hay không. Cuộc nghiên cứu được thực hiện với sự hợp tác của Giáo sư Gotthelf và với chính thắc mắc này trong đầu cho thấy rằng thực tế đúng như vậy, mặc dù điều này không được xem như ám chỉ rằng đây là tất cả những gì mà cuộc nghiên cứu đó thực hiện hoặc nó phản ánh sự hoạt động của

⁽²⁵⁾ Qui mô đối với các yếu tố nào của các ý tưởng này được phản ánh trong động vật học của Aristotle được khám phá trong Kullmann 1974; Gotthelf 1987a, 1987b, Lennox 1987a, Bolton 1987.

một đầu óc tuân theo một số những luật lệ về hình thức một cách máy móc.⁽²⁶⁾ Nhưng trước khi khảo sát chi tiết một đoạn viết, tôi muốn lưu ý rằng nội dung này được cấu tạo tổ chức của tác phẩm cung cấp.

Như đoạn chuyển tiếp quan trọng gần cuối *Hist. an.* i f cho biết, 6 chương đầu của tập 1 là phần giới thiệu theo một nghĩa nào đó. Ít nhất người ta đã nhấn vào 5 bước mở đầu về lý thuyết. (1) Chúng ta được giới thiệu sự phân biệt giữa các phần đồng dạng (thịt, xương), đơn giản và không dạng (mắt, ngón tay), phức tạp và không đồng dạng (đầu, chi). (2) Sau đó, Aristotle phân biệt tính giống nhau về hình thức, tính giống nhau về thể loại và tính giống nhau về bằng phép loại suy, như thể chúng áp dụng được cho động vật, cho các bộ phận của động vật, và ở mức độ giống nhau và khác nhau được biểu lộ ở động vật và các bộ phận của chúng. Người ta đặc biệt chú ý đến các cách phân biệt các sự vật khi các sự vật giống nhau về thể loại nhưng không giống nhau về hình thức [xem Lennox 1987b, 352-353; Pellegrin 1987, 331-336]. (3) Đã giới thiệu các phân biệt này trong ngữ cảnh viết riêng về các bộ phận, tiếp theo Aristotle cho rằng các loài động vật được phân biệt theo đời sống, hoạt động, tổ chức và các bộ phận của chúng.⁽²⁷⁾ (4) Việc sử dụng các ý tưởng này trong công tác nghiên cứu các loài động vật được làm sáng tỏ bởi một loạt ví dụ được tổ chức theo các chủ loại được đề cập trong (3), các khác nhau trong 3 loại đầu được thảo luận ở phần dưới 488b28 và sự khác nhau giữa các bộ phận từ đó đến đầu chương 6. (5) Cuối cùng, Aristotle lập nên một số loại mở

⁽²⁶⁾ Xem Gotthelf 1987a và Lennox 1987a để biết những tác phẩm khác về sự hợp tác này. Gotthelf 1987b chỉ ra các cách theo đó nghiên cứu này phù hợp với tác phẩm mới nhất của David Balme về *Hist. an.*, là tác phẩm đang được tiến hành như là một phần của công tác chuẩn bị xuất bản mới của đoạn viết này cũng như bản dịch và bài bình luận.

⁽²⁷⁾ Xem Gotthelf 1987a, 192-193.

rộng (μέγιστα γένη), nghĩa là, các loại bao gồm nhiều hình thức quan trọng khác nhau đủ giống nhau để được xử lý chung.

Aristotle giới thiệu (3) và (4) bằng đoạn viết “sự khác biệt giữa các loài động vật liên quan đến đời sống, hoạt động, tính khí và các bộ phận của chúng, trước tiên chúng ta hãy nói về những điểm này ở phần phác thảo (τύπω), sau đó chúng ta sẽ chú trọng (ἐπισησάμετες) đến từng loại” [*Hist. an.* 487a11-13]. Như chúng ta đã thấy, sau đó ông tham khảo trở lại phác thảo này như là phác thảo ban sơ khởi được dùng đơn thuần có ý định để cho chúng ta biết mùi vị của cái sắp xảy đến. Một điểm khác nhau giữa phác thảo này và phần còn lại của *Historia animalium* đó là bản kê khai sau nói về từng thể loại (περὶ ἑκάστων γένους). Chúng ta sẽ sớm thấy tác dụng của tương phản này.

Giờ đây, tài liệu sơ khởi mà Aristotle đề cập trong tác phẩm *Hist. an.* 487a11-13 rõ ràng đối với các phân loại. Chúng ta hãy đơn thuần trích dẫn 2 đoạn viết tóm tắt có thể thay thế cho hàng tá đặc điểm giống nhau trong các chương này.

“... một số động vật này sống dưới nước, số khác sống trên bờ; các loài sống dưới nước có 2 loại: một số sống và kiếm mồi trong nước, ngậm vào và thải nước ra và không thể sống nếu bị đưa ra khỏi nước (ví dụ, các loài cá); các loại khác tiếp nhận dưỡng chất và sống trong nước, song chúng không ngậm vào hoặc thải nước ra và sinh sản ngoài khu vực có nước. Nhiều loại này cũng có chân, ví dụ như rái cá, hải ly và cá sấu; các loài khác có cánh, ví dụ như dơi và chim lặn; và cũng có những loài khác không có chân, ví dụ như rắn nước”. [487a15-23]

“Trong số các loài biết bay, một số có cánh lông vũ (ví dụ, đại bàng và diều hâu), một số có cánh màng (ví dụ, ong và bọ da) và một số có cánh dermatous (ví dụ, cáo bay và dơi)”. [490a5-8]s

Một số đặc điểm trong các đoạn viết này có liên quan đến cuộc tranh luận trước đây của chúng ta. Thứ nhất, thậm chí ở mức độ trừu tượng nhất, chúng ta bắt đầu bằng giả định về 4 chủng loại *đặc điểm phân biệt đặc trưng* rộng rãi. Không có loại động vật nào có thể được mô tả đặc điểm phù hợp mà không phải nghiên cứu về đời sống của nó trong môi trường sống của nó, các hoạt động mà nó thực hiện (chuyển động, sinh sản, nhận thức, dinh dưỡng), các khác biệt về tổ chức (sống thành bầy hoặc sống đơn lẻ, nhút nhát hoặc mạnh dạn, động vật ăn thịt hoặc bắt mồi?), và các bộ phận của nó. Mỗi chủng loại được phân nhỏ ra hơn: vì thế, phân loại theo cách sống, sống dưới nước/ trên cạn; trong loại động vật sống dưới nước, có những loại chịu/ không ngậm nước hoặc sinh sản trong nước;⁽²⁸⁾ theo loại động vật có cánh, có lông vũ, có màng. Các loại động vật cụ thể được trình bày để giải thích các khác biệt đã đề cập: các loại này không phải là chủ đề phân loại. Tuy nhiên, điều này không có nghĩa là toàn bộ sinh vật phân loại có những *đặc điểm phân biệt đặc trưng*. Rõ ràng, người ta thường cho là, và hầu như phương pháp được sử dụng luôn luôn tiềm ẩn, trước tiên chúng ta phải phân biệt các *động vật* bằng đặc tính chung (ví dụ, tất cả các loài có cánh hơn là tất cả các loại cánh) và sau đó phân chia theo cách thức phân biệt đặc tính chung đó [xem n23 ở trên]. Lưu ý đến các loài cùng loại kỳ lạ mà phương pháp này tạo ra: ở mức độ tổng quát, các con chim, dơi và ong được kết hợp lại thành loài có cánh. Ngoài ra, tùy vào các *đặc điểm phân biệt đặc trưng* chung được chọn mà các loài động vật sẽ được phân loại và tái phân loại, cụm từ mà David Balme sử dụng. Dĩ nhiên một phương pháp học như thế làm cho người đọc theo nguyên tắc phân loại lúng túng.

(28) Tương phần này được thảo luận chi tiết hơn và có hệ thống hơn ở đầu bài tranh luận của Aristotle về các khác biệt về các sống; xem *Hist. an.* 589a10-590a18.

Người ta phải cẩn thận về cái mà người ta xem như là một phân loại trong các đoạn viết này. Trong 2 đoạn viết đầu tiên vừa được dịch, Aristotile ghi chú rằng một số loài sống dưới nước “cục bộ” có chân, trong khi những loài khác có cánh và các loài khác nữa không có chân. Đây có phải là chia nhỏ ra của nhóm này hay không? Nếu phải thì bởi vì hình như ông thêm một phân loại dựa trên bộ phận di chuyển vào một phân loại theo cách sống, có vẻ như Aristotile đã vi phạm quy định cơ bản về phân loại, đó là, điều mà người ta không bao giờ nên phân loại bằng một sự vật ngẫu nhiên gì đó cho trực phân loại.

Tuy nhiên, thực tế, việc phác thảo ra các phân loại chỉ là một phần của những gì chúng ta tìm thấy trong các trang này. Aristotile cũng quan tâm đến việc kết nối sự tương quan giữa các động vật được nhóm lại và phân loại theo một loại *đặc điểm phân biệt đặc trưng* với các động vật được nhóm lại theo các đặc điểm khác. Ông chỉ rõ ra rằng các động vật có cùng một cách sống gồm nhiều loại khác nhau khi được xem xét trên quan điểm về vận động. Trong tâm trạng tương tự, ông bổ sung rằng trong số các động vật trên cạn, toàn bộ chúng đều có phổi hít thở không khí [487a29-31]; tất cả các loài côn trùng sống và tìm thức ăn trên cạn [487a31-32]; không có sinh vật nào hít thở và sống trong nước lại tìm thức ăn trên cạn mặc dù có một số loại hít thở và sống trên cạn lại tìm thức ăn ở dưới nước [487b1-2]; tất cả các động vật đều có miệng, dạ dày, xúc giác (và một cơ quan không có tên gọi thực hiện hành động xúc giác) và dung dịch duy trì sự sống (có bộ phận dự trữ) [488b29-31, 489a17-19, 489a20-24]; tất cả các động vật đều có dạ dày và bàng quang, mặc dù không phải mọi động vật có bàng quang đều có dạ dày [489a3-6] và v.v. Đôi khi, các mối tương quan đó khác nhau (các động vật có lông vũ hoặc có cánh màng có 2 chân hoặc không có chân [490a10-12]), và đôi khi chúng liên kết (các loài bay

được có lông vũ và có cánh dermatous đều là các loài có máu [490a9-12]. Vậy thì, tư liệu đó kết hợp phác thảo về cách thức mà người ta sắp xếp các phân loại theo các chủng loại rộng mở khác nhau về những khác biệt của động vật với các phân loại mẫu có mối tương quan tích cực và tiêu cực giữa các nhóm phân loại khác nhau.

Chính Aristotle thường chỉ ra rằng ở đây ông ta chỉ đơn thuần cho chúng ta một ý thức về phương pháp và các loại khác biệt trong 4 chủng loại mà ông đang tranh cãi, và nhiều cuộc nghiên cứu có hệ thống được thực hiện sau sẽ cần phải tập trung các phương pháp này vào từng thể loại (περί ἑκάστου γένους). Do đó, bước cuối cùng (5) trong đoạn giới thiệu này, nói về việc liên kết lại 9 “loại mở rộng” (chính chúng được nhóm lại một cách rộng rãi theo việc chúng có máu hoặc chất tương tự), là bước rất quan trọng.

Không có tư liệu sơ khởi nào chỉ đơn thuần nhằm gây ấn tượng tốt. Cấu trúc tổng thể của tác phẩm *Historia animalium* nhờ nhiều vào các nguyên tắc được liên kết và bàn cãi trong các chương này. Ở mức độ rộng nhất, toàn bộ tác phẩm được sắp xếp xung quanh 4 chủng loại *đặc điểm phân biệt đặc trưng*: là nghiên cứu về các bộ phận [i 7-iv 7], các hoạt động và đời sống [v-viii], và các sắp xếp [ix]. Trong công tác nghiên cứu các bộ phận, công việc nghiên cứu các động vật có máu [I 7-iii 22] khác với công tác nghiên cứu các động vật không có máu [iv 1-7]. Và việc nghiên cứu các bộ phận của các loài động vật có máu được phân thành một bài mô tả các bộ phận không giống nhau bên ngoài, các bộ phận không giống nhau bên trong [ii 15-17], cơ quan sinh dục ngoài là cái không phải lúc nào cũng rõ ràng là nằm trong hoặc nằm ngoài [iii 1], và cuối cùng là các bộ phận giống nhau [iii 2-22]. Ở các động vật không có máu, các bộ phận bên ngoài của một nhóm thường nằm bên trong ở nhóm khác; và ít ra điều này có thể là một phần lý do tại sao Aristotle nghiên cứu các bộ phận bên trong

và bên ngoài cùng với nhau ở từng loại trước khi nghiên cứu sang loại kế tiếp.

Chúng ta đã thấy rằng phần tính chất có hệ thống hơn của tác phẩm này có liên quan đến việc nghiên cứu *đặc điểm phân biệt đặc trưng* của động vật “đối với từng loại”. μέγιστα γένη đóng vai trò gì trong cách thể hiện thông tin trong tác phẩm *Historia animalium*? Việc nghiên cứu các bộ phận không đồng dạng bên ngoài của động vật có máu chuyển từ người sang các động vật 4 chân sinh con, qua các động vật này một mặt chúng là loại động vật 2 chân và mặt khác chúng là loại động vật 4 chân (vuơng người và khỉ đầu chó) sang các động vật 4 chân đẻ trứng, các loài chim, cá và rắn.⁽²⁹⁾ Vả lại, người ta cho rằng các bộ phận mở rộng (ở một mức độ mô tả nào đó) qua nhiều loại mở rộng chuyển tiếp như vậy khi chúng được giới thiệu lần đầu; kết quả là loại càng đến sau trong cuộc tranh cãi thì càng có ít khuynh hướng được viết đến. Việc nghiên cứu các loài không có máu được tổ chức tương tự. Trong cả hai trường hợp, nhiều nhóm được ghi chú là không phù hợp với các loại mở rộng này một chút nào hoặc phù hợp với một loại mở rộng về một khía cạnh này nhưng không phù hợp về khía cạnh khác. Mặt khác, việc nghiên cứu các bộ phận không đồng dạng bên trong và các bộ phận giống nhau ở các động vật có máu được tổ chức, không theo từng loại, mà theo từng bộ phận.

⁽²⁹⁾ Các loài rắn bị phủ nhận trạng thái μέγιστα γένη, nhưng chúng được tranh cãi một thời gian dài. Tuy nhiên, động vật biển có vú được ghi vào danh sách như là một loại động vật mở rộng có máu [*Hist. an.* 490b9] và vả lại không được tranh cãi trong bài phê bình về các bộ phận bên ngoài. Căn cứ vào tính chất đặc biệt cực đoan của chúng, mà Aristotle nhấn mạnh ở trong tác phẩm khác [*Hist. an.* 588a31-b2], điều này có vẻ kỳ quặc một cách đáng ngờ: động vật biển có vú được đề cập trong quyển 2 và 3, nhưng chỉ bằng cách tương phản. Bản mô tả mở rộng nhất về động vật biển có vú xuất hiện trong nhiều phần của tác phẩm *Hist. an.* có liên quan đến *đặc điểm phân biệt đặc trưng* hoạt động [bản sao, 566b2-27; văn đề hồ hấp, 589a27ff.] và liên quan đến việc tổ chức [631a9-b4].

Điều này có thể phản ánh niềm tin của Aristotle rằng nội tạng không khác về cơ bản với các đặc tính bên ngoài của loại này so với loại khác, và vì vậy có thể được xem xét qua toàn thể loài động vật có máu.

Ta có thể thấy phương pháp của các đoạn viết này rõ ràng trong tranh cãi sau về phổi và các bộ phận có liên quan:

“Cũng như nhiều động vật có 4 chân và đẻ trứng, tất cả đều có thực quản và khí quản,⁽³⁰⁾ được bố trí cùng cách thức như ở con người; việc bố trí này tương tự ở các loài động vật 4 chân đẻ trứng và các loài chim; nhưng các loài này khác nhau về hình thức của các bộ phận này. Nói chung, tất cả các loài tiếp nhận không khí đều hít thở, có một phổi, một khí quản và một thực quản, và vị trí của khí quản và thực quản giống nhau, nhưng các cơ quan này ở tất cả các động vật không giống nhau, bởi vì phổi ở tất cả các động vật này không giống nhau cũng như vị trí của chúng cũng không giống nhau”. [*Hist. an.* 505b32-506a5].

Aristotle tiếp tục lưu ý rằng không phải tất cả các động vật có máu đều có phổi, và phân biệt các loài không có phổi [ví dụ, cá và bất kỳ loại động vật khác có mang] [506a11-12].⁽³¹⁾ Những khác biệt trong 3 cơ quan này thường xuyên được đề cập trong quá trình tranh cãi về các nhóm khác được đề cập ở đây [507a11-12, a24-27; 508a17-21, 32-33; 508b30-509a16].

Trước nhất, đoạn viết này lập nên những mối tương quan giữa 3 loại mở rộng riêng biệt và 3 bộ phận trong cơ

⁽³⁰⁾ Tác phẩm *Hist. an.* thường xuyên sử dụng cụm từ “được định lượng kép” về hình thức $\delta\sigma\sigma\alpha\ \epsilon\sigma\tau\iota\ \chi\epsilon\iota\ \pi\acute{\alpha}\nu\tau\alpha\ \epsilon\chi\epsilon\iota$ Y. Gotthelf [1987b] đặt giả thiết là sự trội hơn của hình thức diễn tả khác này có thể báo hiệu sự quan tâm của Aristotle trong tác phẩm *Hist. an.* để phân biệt các xác nhận toàn diện nguyên thủy.

⁽³¹⁾ Lưu ý rằng điều này đưa ra một cách phân biệt các loài động vật không có phổi trong khi bỏ ngỏ nhóm mở rộng của loài động vật này. Ở đây không đưa ra lý do tại sao các động vật có mang lại không có phổi, mặc dù có một lý do được đưa ra trong tác phẩm *De inv.* 476a6-15.

quan, và tiếp tục ghi nhận mối tương quan tổng quát hơn giữa các động vật hô hấp được với 3 bộ phận này.⁽³²⁾ Đây là một bước tiến đến việc phân biệt các loài động vật có các cơ quan như vậy, nghĩa là, tiến đến “tính toàn diện nguyên thủy”. Bước tiến này được thực hiện nhờ liên kết các loại mang các đặc tính này bằng *đặc điểm phân biệt đặc trưng* chung khác, đó là việc hô hấp. Sau đó, Aristotle tranh cãi về việc phân biệt các cơ quan này theo 2 tựa đề, vị trí và “đặc điểm giống nhau”. Qua toàn bộ nhóm này, khí quản và thực quản giống nhau về vị trí, mặc dù cả hai khác nhau về các tính chất “hiệu quả” và kích thước định lượng của chúng giữa loại này với loại kia. Mặt khác, phổi khác về tất cả mọi mặt này giữa loại này với loại kia.

Những gì không đề cập đến đều có tầm quan trọng tương đương, ví dụ, các mối tương quan về chức năng giữa các cơ quan này, các lý do tại sao tất cả các loài hô hấp đều có 3 cơ quan (phế quản, khí quản và phổi), các lý do về những khác biệt trong đặc điểm và vị trí của chúng, và lý do tại sao các động vật có mang không có các cơ quan này. Nhưng mức độ khái quát để tiến hành nghiên cứu các giải thích như vậy được tiến hành làm rõ hơn dần dần, bởi vì *đặc điểm phân biệt đặc trưng* cùng tồn tại ở mức độ đó (kể cả các hoạt động hít vào và thở ra) được chú ý.

Quy trình tranh cãi về phổi của Aristotle có một số đặc điểm xuất hiện lại ở một mức độ cao hơn hoặc thấp hơn qua việc ông mô tả nội tạng của các động vật có máu:

⁽³²⁾ Trước đây, trong bài phê bình về các bộ phận tìm thấy ở con người, Aristotle [*Hist. an.* 495a18-22] tuyên bố rằng “phế quản tạm gọi (được gọi tên theo chiều dài và độ hẹp của nó) và khí quản ở trong khu vực cổ; nhưng khí quản được định vị ở trước phế quản ở tất cả các động vật có khí quản - và tất cả những động vật có khí quản đều có phổi.” Thực sự, toàn bộ đoạn viết, 495a18-495b23, được cho là hiển nhiên theo tranh cãi trong quyển 2.

(1) định rõ tính tỏa rộng của một cơ quan trong các loại động vật có máu,

(2) phân biệt các cấu trúc của cơ quan cùng tồn tại,

(3) cố gắng phân biệt toàn bộ lớp động vật có đặc tính theo cách thống nhất hơn là cách liên kết,

(4) kết hợp với (3), nhấn mạnh tính đa dạng về hình thức của các bộ phận trong nhiều loại động vật khác nhau có cùng các bộ phận đó,

(5) phân biệt giữa các khác biệt về tính chất và vị trí trong số các nhóm có liên quan đến các cơ quan này,⁽³³⁾

(6) mối tương quan của các khác biệt đó với các loại động vật được phân biệt, và

(7) phân biệt các đặc tính cùng tồn tại với các khác biệt chủ yếu theo suy xét.

Các đặc tính này làm nảy lên các ý kiến đã được thảo luận trong tiết 3 ở trên, về việc tổ chức thông tin theo cách thức phù hợp để chứng minh. Điều cho rằng đây là dự định của Aristotle là rõ ràng nếu ta so sánh tranh luận này với các tranh luận về các cấu trúc giống nhau trong tác phẩm *Parts of Animals* (các *Bộ phận của Động vật*) ii-iv. Aristotle có đưa ra những lời giải thích về mức độ của tính toàn diện nguyên thủy mà ông đã phân biệt ở đây không, và bằng việc liên hệ đến các hoạt động và các bộ phận có cùng mức độ hay không?

⁽³³⁾ Trong việc Aristotle tranh luận về những cách phân biệt các bộ phận, ông [*Hist. an.* 486a25-487a1] phân biệt rộng rãi giữa những cách có thể thay đổi các bộ phận bằng "sự vượt quá và thiếu hụt" (nghĩa là, về mức độ, nó bao gồm các biến đổi về tính chất, kích thước hoặc số lượng của cấu trúc), bằng tính giống nhau, và bằng vị trí của bộ phận này. Đoạn viết này sử dụng việc phân biệt đó một cách cẩn thận, mặc dù nghiên cứu về các vị trí tương đối của khí quản và phế quản và các khác biệt về hình thức của phổi trong tác phẩm *Hist. an.* i 16 [xem n30] được coi là hiển nhiên chứ không phải do tạo nên.

Hình như rõ ràng là ông có thực hiện những điều này. Đối với việc ông bắt đầu lưu ý rằng chỉ có các động vật có khí quản và thực quản mới có cổ, bởi vì cổ chỉ đơn giản là một dụng cụ bảo vệ cho các cơ quan này [*De part. An.* 664a12-17: đối chiếu với *Hist. an.* 495a18-20]. Ông cũng nhận xét rằng khí quản tồn tại cho mục đích hô hấp, bởi vì qua đó không khí được chuyển đến và ra khỏi phổi [*De part. an.* 664a16-20: so sánh tính toàn diện không được giải thích rằng tất cả các động vật có phổi đều có khí quản trong tác phẩm *Hist. an.* 495a20-22; và xác nhận không được giải thích tương đương rằng tất cả các động vật hô hấp đều có 3 cơ quan này trong 506a1-5]. Ngoài ra, ông xác nhận rằng thực quản không cần thiết cho những lý do về dinh dưỡng (việc chứng kiến rằng cá vẫn sống được mà không cần thực quản). Đó đúng hơn là hệ quả của cơ sở lập luận cho rằng các động vật có phổi phải có khí quản với một số chi tiết nào đó. Việc có khí quản sản tạo ra một khoảng cách nào đó giữa miệng và dạ dày; kết quả là phải có một cơ quan liên kết chúng lại. Điều này giải thích lý do tại sao tất cả và chỉ có động vật hô hấp được mới có thực quản, đó là một cơ quan hình như có ít liên quan đến việc hô hấp. [Đối chiếu với *De part. an.* 664a20-31 với phần tranh cãi mô tả đơn thuần trong tác phẩm *Hist. an.* 495a22-30]. Tiếp theo trong chương này, Aristotle xem xét việc định vị tương đối của khí quản và thực quản [đối chiếu với *Hist. an.* i 16, ii 15]. Ông chỉ ra rằng việc có khí quản phía trước thực quản có vẻ không tối ưu, bởi vì thực phẩm phải đi qua khí quản khi các động vật đó ăn. Các cơ quan đó phải có một phương tiện đóng khí quản lại khi ăn: trong vivipara, điều này được thực hiện bằng nắp thanh quản; trong ovipara thì bằng khí quản có thể mở đóng ở phía trên. Ngược lại với tranh luận giải thích phong phú này, tác phẩm *Historia animalium* bằng lòng một cách đơn giản với việc mô tả các cơ quan này và vị trí của chúng: tác phẩm này không bao giờ cho rằng các cơ quan này là cần thiết hoặc chúng dùng để làm gì.

Việc tranh luận về phổi trong tác phẩm *Parts of Animals* iii 6 trình bày một loạt khó khăn thú vị. Tôi sẽ chỉ tập trung vào kết luận của tác phẩm này thôi.

“Vây là nhìn chung phổi được dùng cho mục đích hô hấp, trong khi nó cũng không có máu để sử dụng cho một loại động vật nào đó. Nhưng cơ quan phổ biến ở các loài động vật có phổi không có tên gọi, nghĩa là, không giống như “chim”, chúng gọi tên các sự vật theo một thể loại nào đó. Do đó, cũng như việc tồn tại của một con chim (τὸ ὀρνίθου εἶναι) được hình thành từ một sự vật gì đó, việc có được một buồng phổi như vậy có liên quan đến việc tồn tại (οὐοία) của các loài này”. [*De part. an.* 669b8-12]⁽³⁴⁾

Ở đây, Aristotle bắt đầu bằng việc ám chỉ đến việc giải thích bằng mục đích luận việc có phổi và việc sở hữu phổi dưới một hình thức khác thuộc một tiểu loại.⁽³⁵⁾ Không phải chỉ có phổi liên quan đến tất cả các loài động vật hô hấp được; phổi có liên quan vì mục đích hô hấp. Việc tranh luận dẫn đến đoạn viết này, thực tế, cho thấy cụ thể rằng các giải thích về lý do tại sao các loài động vật nào đó có một cơ quan nào đó được liên kết chặt chẽ với việc mô tả cơ quan đó. Việc hiểu được lý do tại sao các loài động vật hô hấp được không

⁽³⁴⁾ Xem Gotthelf 1985, 31 và Balme 1962, 90. Như Gotthelf đã chỉ rõ, khi tác phẩm *De part. an.* iii 6 giải thích lý do tại sao các động vật nào đó có phổi, tác phẩm này kết luận bằng việc cho rằng việc có phổi nằm trong sự tồn tại của loài động vật đó. Điều này đưa ra một loạt thắc mắc về các loại đặc tính phải được xác định về sự tồn tại của một động vật, các vấn đề này nằm ngoài các quan tâm hiện tại của tôi.

⁽³⁵⁾ Tôi xin nhấn mạnh rằng đây chỉ là một sự ám chỉ cho tới giải thích đó, bởi vì toàn bộ tác phẩm *De part. an.* iii 6 được dành cho nhiệm vụ này, đó là một nhiệm vụ bắt buộc liên quan đến việc mô tả sự hô hấp theo sinh lý học mà nó có thể luận giải cơ sở lập luận cho rằng không phải tất cả các loài động vật có máu đều hô hấp (bằng điều này Aristotle ngụ ý việc “tiếp nhận và thải ra không khí của môi trường”), và một số loài động vật sống dưới nước cũng hô hấp: xem Lennox 1987a, 110-111 để biết về việc tóm tắt tranh luận.

chỉ giải thích lý do tại sao chúng phải có phổi; mà nó còn cho chúng ta biết về việc mô tả phổi là gì.⁽³⁶⁾

Thoạt đầu phần còn lại của các dòng kết luận này thật khó hiểu. Nhưng, tự nhắc lại các điểm sau có thể giúp chúng ta tháo gỡ được một số khó khăn. Trước nhất, nhắc lại rằng phổi không giới hạn ở một loài động vật mở rộng do Aristotle phân biệt mà nó cũng không mở rộng ra với tất cả các loài động vật có máu. Và vả lại, như chúng ta đã thấy, có một mạng lưới phức tạp về sự giống nhau và sinh lý học liên quan đến việc hô hấp và có phổi. Rõ ràng, “tính toàn diện” phổ cập với tất cả các loài động vật này chưa có tên gọi (không giống như “chim”, chúng chọn ra loài có cánh lông vũ, loài có mỏ, loài có hai chân). Nhưng, chúng ta phải nhớ rằng, điều đó không ngăn chúng ta đi tìm sự hiểu biết về khoa học: “chúng ta không chỉ nghiên cứu về các trường hợp có một tên gọi chung mà còn nghiên cứu nếu bất kỳ một sự vật nào khác được cho là nhìn chung có liên quan, chúng ta phải trích ra điều đó và sau đó nghiên cứu xem cái đó đến sau những cái gì và cái gì đến sau cái đó” [*An. post.* 98a14-16]. Mô tả cơ bản về phổi, khí quản, thực quản và cổ phải cho thấy lý do tại sao tất cả các loài động vật có các cơ quan này thực tế là có các cơ quan này. Các nghiên cứu về các cơ quan liên quan với nhau này và các loài động vật có các cơ quan này trong tác phẩm *Historia animalium* và *Parts of Animals* và các mối tương quan giữa các nghiên cứu này bày tỏ những mối quan tâm về phương pháp đối với *An. post.* ii. Những cái này có vẻ như là một nhận thức phổ biến về tính hoạt động và mục tiêu của việc nghiên cứu khoa học là cơ sở của ngành khoa học của Aristotle và nguyên lý khoa học của ông.

⁽³⁶⁾ Xem Gotthelf 1987b và Lennox 1987a, 109-114.

5. Tác phẩm *Hist. an.* iv 1-7: Một trường hợp nghiên cứu thực tiễn

Để phô bày cấu trúc và các mục tiêu của tác phẩm *Historia animalium* một cách cụ thể, tôi kết luận bằng một công trình nghiên cứu về bài mô tả của Aristotle về các bộ phận của các cơ quan không có máu. Aristotle phân biệt 4 “loại mở rộng” ở các loài động vật không có máu: τὰ μαλάκια, τὰ μαλακόστροκα, τὰ ὀστροκόδεσμα, và τὰ ἔντομα. Các nhóm này khá phù hợp với các loài động vật thân mềm, loài giáp xác, loài có mai và các loài côn trùng của chúng ta, và tôi sẽ sử dụng các thuật ngữ này đúng lúc. Nhưng điều quan trọng là nhấn mạnh một số điểm về các tên gọi bằng tiếng Hy Lạp này. Trước tiên, khi chúng xuất hiện một mình, chúng luôn luôn ở số nhiều.⁽³⁷⁾ Hơn nữa, tất cả đều xuất xứ từ các tính từ mô tả một cách sống động – về nghĩa đen, các loài này là các loài động vật thân mềm, đều có vỏ cứng màu đất nung mềm, loài có da màu đất nung, loài có phân chia; và phân biệt ban đầu của Aristotle ở các loài này vẫn gắn với nghĩa cơ bản này. Aristotle phân biệt các loài này trên cơ sở là các bộ phận cứng của chúng nằm trong hay nằm ngoài (hoặc xuyên suốt!), và bản chất của tính cứng đó. Nếu các động vật thân mềm có một bộ phận cứng thì nó nằm bên trong; nếu loài giáp xác có một vỏ ngoài cứng nhưng dễ vỡ, một phần trong mềm; loài có mai có một vỏ ngoài cứng có thể vỡ thành mảnh và phân trong mềm; các loài côn trùng đều cứng đồng nhất khắp mọi nơi. Thuật ngữ mô tả này được giới thiệu trong *Hist. an.* 490b10-16, với một nhận xét thoảng hoặc đặt giả thiết là không có tên gọi chung cho các nhóm động vật này như vậy. Nhưng xuyên suốt tác phẩm *Historia animalium* các thuật ngữ này phân biệt một cách nhất quán các loài động vật có nhiều hình thức

⁽³⁷⁾ Tôi nhận ra tầm quan trọng của điểm này trong cuộc tranh luận với Allan Gotthelf.

khác nhau, các hình thức có những đặc tính chung của một loài được phân biệt “theo mức độ”.

Các bộ phận của các loài không có máu được tranh luận trong *Hist. an.* iv 1-7, mở đầu bằng các loài động vật thân mềm. Việc tranh luận này mở đầu theo một cách thức điển hình cho toàn bộ tác phẩm với việc mô tả các bộ phận bên ngoài:

“Sau đây là các bộ phận bên ngoài của các loài được tạm gọi là loài thân mềm: trước tiên, cái tạm gọi là chân; thứ hai là đầu liền với chân; thứ ba là túi chứa các bộ phận bên trong và một số người gọi lộn là đầu; và còn có vây, viền quanh túi. Nhưng tình cờ là đầu nằm giữa chân và bụng ở tất cả các loài thân mềm. Giờ đây tất cả các động vật này đều có 8 chân và tất cả đều có một hàng giác mút đôi, ngoại trừ một loại (γένοϋς) là bạch tuộc. Nhưng, rõ ràng (ἰδιόϋς) là con mực và loài mực bút lớn, nhỏ đều có 2 xúc tu dài, với đầu xù xì và 2 hàng giác mút...” [*Hist. an.* 523b21-31]

Các đặc điểm phân biệt đặc trưng bên ngoài đó có thể được xác nhận một cách khái quát về động vật thân mềm được đưa ra trước tiên. Sau đó, Aristotle nhận thấy một đặc tính đặc biệt phổ biến ở loài mực và mực bút, và tiếp tục [524a3-19] tranh cãi về các đặc tính đặc biệt đối với loài bạch tuộc như thể là một nhóm. Kế tiếp, ông mô tả các sự khác biệt ở mực và mực bút, và sau đó là ở loài bạch tuộc [524a20-32]. Sau khi mô tả đầu, mắt và miệng (với 2 cái răng và sự giống nhau về lưỡi), ông chuyển xuống đến thực quản và tranh luận về các bộ phận bên trong: các đặc tính phổ biến ở loài động vật thân mềm [524b1-22], một bộ phận cứng đặc biệt ở mực cá và mực bút [524b22-23] mà dù sao nó cũng được phân biệt (διωφέρεται δε), phần cứng của loài mực cá cứng hơn, xương xấu hơn và dẹt hơn, “bút” chắc hơn, mỏng hơn và có sụn nhiều hơn loài mực bút [524b22-28]. Loài bạch tuộc, nói về nhóm, không có bộ phận bên ngoài cứng. Cho nên, Aristotle tranh cãi về các khác biệt liên quan đến giới tính ở

nhiều mức độ khác nhau và, cuối cùng, là các đặc tính phân biệt được một số loại bạch tuộc [524a14-28].

Tương tự, Aristotle bắt đầu bài mô tả loài giáp xác của ông bằng “Trong trường hợp phổ biến đối với tất cả các loài này là, trước tiên,...” [*Hist. an.* 526b21], và ông bổ sung “Nhưng giờ thì ta phải nghiên cứu *đặc điểm phân biệt đặc trưng* rõ ràng liên quan đến từng loại” [526b34-527a1: τὰς δ' ἰδίαις διαφορὰς καθ' ἕκαστον δεῖ θεωρεῖν]. Các loài côn trùng được giới thiệu như là một loài có nhiều hình thức [531b21], và 2 nhóm khác nhau có nhiều hình thức na ná với nhau nhưng không ràng buộc với nhau bởi một tên gọi chung [531b22-23: οὐκ ἐπέξευκται κοινὸν ὄνομα οὐδέν]: ong; ong bắp cày, ong wasp và những loài tương tự [đối chiếu với 623b23], và các loài côn trùng có cánh bao, mà Aristotle ám chỉ như là κολεόπτερα [đối chiếu với 552b30, 601a3]. Sau đó, như trong nghiên cứu của ông về các loài động vật thân mềm, Aristotle quay sang các đặc tính chung của tất cả các loài côn trùng: sang việc liên kết thân với đầu, ngực và bụng [531b26-28]; tất cả các loài này còn sống khi được phân loại [531b30-532a5]; và tất cả đều có mắt [532a5]. Tuy nhiên, chỉ một số có vòi [532a14-17] và cánh [532a19-22]; và trong số loài có cánh này có một số có cánh bao, trong khi số khác không có; nhưng tất cả các cánh của chúng đều có màng, thiếu giòng giống và các phân loại lông vũ. Tóm lại, như ông đã nói, “... các bộ phận của tất cả các loài động vật, cả bên trong lẫn bên ngoài, cả các bộ phận riêng và các bộ phận chung đối với từng loài, có liên quan theo cách thức này” [532a27-29].

Trong đoạn này, chúng ta thấy được ý định cố gắng phân biệt nhóm động vật rộng nhất mang một đặc tính có liên quan một cách toàn diện. Nhưng “đặc tính” thật mơ hồ. Việc ta xác nhận một đặc tính rộng rãi như thế nào tùy thuộc vào đặc tính đó được mô tả khái quát hoặc cụ thể ra sao. Không ai mang quan niệm rằng việc phân loại là một công cụ khoa

học sẽ quên được điều này – tất cả các con mực bút và mực cá đều có một cấu trúc cứng; vì vậy nếu ta muốn hiểu được tại sao chúng lại có cấu trúc như vậy (và bạch tuộc lại không có cấu trúc như vậy) thì đây là một xác nhận quyết định. Nhưng nếu ta muốn hiểu được tại sao mực cá lại có mực hơn là có một bút thì đặc tính cứng đó phải được mô tả và phân biệt cụ thể hơn. Phương pháp của Aristotle xuyên suốt các đoạn viết mà chúng ta đã nghiên cứu hoàn toàn thích hợp để đạt được các mục tiêu mang tính giải thích này, nghĩa là, đưa ra những mô tả mang tính mệnh đề về thế giới động vật thỏa với các phê phán của ông về việc giải thích thích hợp.

Tuy nhiên, có những khác biệt quan trọng giữa các chương nói về các bộ phận của các loài động vật không có máu và việc tranh luận ở phần trước về các bộ phận của các loài động vật có máu. Những khác biệt này liên quan đến trình tự khảo sát các bộ phận bên trong và các bộ phận bên ngoài đã được đề cập. Ngoài ra, ít có ai cố gắng phân biệt các đặc tính mở rộng ra ngoài một thể loại mở rộng đã cho. Và các xác nhận toàn diện chủ yếu là về hình thức tương quan với một *đặc điểm phân biệt đặc trưng* của một loại với một nhóm có tên gọi, hơn là với *đặc điểm phân biệt đặc trưng* khác. Vì thế, các chương này thật sự không có hình thức định đề “những-cái-tương-tự-như-X, tất-cả-(đã-phần, một số hoặc không)-đều-có Y”, được tìm thấy với tính phù hợp ở các quyển đầu. Kèm theo các loại khác biệt này trong số các tranh luận khác nhau tạo nên toàn bộ tác phẩm *Historia animalium* không thể làm mất hiệu lực các xác nhận mà tôi đã đang đưa ra, nhưng rất có thể nó sẽ dẫn đến một bức tranh phong phú hơn nhưng lại phức tạp hơn về tác phẩm vĩ đại này.

Việc kiểm tra độc lập về tính hợp lý của nhận xét này về tác phẩm *Historia animalium* là để xem xét khả năng xử lý một cách tự nhiên các đặc tính đó, chúng là những đặc tính không bình thường về các mô tả khác. Như David Balme [1987a, 9] đã nhấn mạnh, một đặc tính không bình thường

như vậy đối với bất kỳ ai hiểu tác phẩm *Historia animalium* như là một phương pháp phân loại hoặc lịch sử tự nhiên đó là các loài động vật khác nhau được đề cập thường xuyên, nhưng chỉ để chỉ ra một điều kỳ quặc nào đó. Ví dụ ưa thích của Balme là con mole-rat mù: chúng ta đã được biết về một số trường hợp về cặp mắt đặc biệt, thô sơ, nằm dưới da, mặc dù chúng ta được biết rằng nó cũng có thể có cánh, vảy, mang và 10 chân [đối chiếu với 491b27-34]. Tương tự, có nhiều loại bạch tuộc khác nhau, ἐλεδώνη, mà Aristotle chỉ đề cập đến một lần và chỉ để cho chúng ta biết rằng con vật này có một (hơn là 2) hàng giác mút trên các xúc tu hẹp. Người ta hy vọng Aristotle chọn lựa như vậy trong cách xử lý của mình nếu đa số đặc tính của các động vật đó thực tế được tranh luận một cách thích hợp hơn như là các đặc tính của loại rộng hơn trong đó chúng là một ví dụ. Như chúng ta đã thấy, các đặc tính chung của tất cả các loài bạch tuộc được xác nhận là của chúng, trong khi các đặc tính chung của tất cả các loài động vật thân mềm đều được tranh luận ở mức độ khái quát hơn này. Chỉ có tính chất đặc biệt đó của ἐλεδώνη, là một hàng giác mút trên xúc tu hẹp, được đặt tên là một ἰδιον [525a16-19]. Từ viễn cảnh của nguyên lý giải thích trong tác phẩm *Posterior Analytics*, đặc tính này sẽ được giải thích, nếu có, dưới dạng các đặc tính khác đặc biệt đối với ἐλεδώνη. Và thực tế là việc tranh luận về các loài động vật thân mềm trong *De part. an.* iv chỉ thực hiện điều đó:

"Các loài động vật thân mềm khác có 2 hàng xúc tu, nhưng có một loại (γένος) bạch tuộc chỉ có một hàng xúc tu. Nguyên nhân (αἰτία) của sự việc này là do chiều dài và độ mảnh của trạng thái tự nhiên của chúng; vì độ hẹp đòi hỏi chỉ có một hàng xúc tu thôi. Giờ thì chúng có những xúc tu này được sắp xếp như vậy không phải vì điều đó là tốt nhất (ὡς βέλτιστον) mà vì điều đó là cần thiết do lợi ích đặc biệt về sự tồn tại của chúng (ὡς ἀναγκαῖον γὰρ τὸν ἰδιον λόγον τῆς οὐσίας)". [*De part. an.* 685b12-16]

Cả thuộc tính được phân biệt như là nguyên nhân lẫn thuộc tính được phân biệt như là hậu quả trong tác phẩm *De partibus animalium* đều được tác phẩm *Historia animalium* cho rằng có liên quan đến một mình ἐλεδώνη; nhưng không có một gợi ý nhỏ nào về mối tương quan nguyên nhân giữa các đặc tính trong tác phẩm *Historia animalium*. ἐλεδώνη có tính chất dài và mảnh và, vì thế, có các xúc tu dài và hẹp. Vì vậy, nó phải có một hàng giác mút. Không phải việc có một hàng giác mút lại tốt hơn có 2 hàng giác mút. Tuy nhiên, nếu một trường hợp có thể phát sinh là một hoặc 2 hàng xúc tu đều có thể tương đồng và một trong các khả năng này tốt hơn thì Aristotle có thể có khuynh hướng nói về ἐλεδώνη rằng việc có một hàng xúc tu tốt hơn có 2 hàng xúc tu, với lý lẽ là “chúng ta thấy rằng thiên nhiên không làm điều gì mà không có mục đích, nhưng luôn luôn làm điều tốt nhất cho mỗi thực thể trong vô số các khả năng”. Nhưng, trong trường hợp này, ông chọn việc có một hàng xúc tu như là điều cần phải có bởi tính chất của động vật đã cho ở phần trước.⁽³⁸⁾

6. Kết luận

Tính đồng nhất về phương pháp của các chương trong tác phẩm *Historia animalium* dành cho các bộ phận của các loài động vật không có mẫu rõ ràng không phải là tính đồng nhất bị mục tiêu phân loại theo thứ tự áp đặt. Ví dụ, không cố giới thiệu bằng từ vựng về các chủng loại nhóm ở bất kỳ một mức độ khái quát nào. Γένοϋς là chữ đa mục đích dùng cho các loài động vật ở bất kỳ một mức độ khái quát nào. Các loài động vật thân mềm nói chung là một “loại” [523b3],

⁽³⁸⁾ Xem Gotthelf 1985, 41-42 để biết việc tranh luận về đoạn viết này và mối tương quan của nó với các cách giải thích đã được phác thảo trong *De part. an.* 640a33-b1. Gotthelf nhấn mạnh khó khăn rõ ràng trong các đoạn viết khúc chiết theo chức năng luận về ngành sinh vật học của Aristotle mà nó được đặt ra từ việc Aristotle bao gồm các đặc tính đó như là kích thước của một bộ phận trong bài mô tả về việc tồn tại của một động vật.

nhưng mực bút lớn cũng là một loại [524a29], và có nhiều “loại” bạch tuộc [525a13]. Loài giáp xác là một “loại”, nhưng cua và carids cũng là một loại; và có nhiều loại trong từng loại này [525a33-b1]. Loài có mai là một “loại”, nhưng ốc, hào [528b11-12] và nhím biển [528a2] cũng là một loại. Cuối cùng, các động vật không thuộc bất kỳ loại mở rộng nào như hải quỳ cũng là những loại [531a31]. Việc bao gồm “loại” cuối cùng này cho thấy thêm một sự thật về tác phẩm *Historia animalium*, nó chỉ ra rằng tác giả của nó không quan tâm mấy đến tính hệ thống chặt chẽ của phương pháp phân loại – các loại động vật không phù hợp với phân loại mở rộng mà Aristotle đã nhận dạng, đã được xếp loại không có khó khăn gì.

Cảm ơn. Các bản thảo ban đầu của bài viết này đã nhận được những phê bình trong 3 lần. Tại hội nghị về ngành Sinh vật học của Aristotle do trường đại học Cambridge và Trenton State (tháng 7 năm 1985) tổ chức, các phê bình của David Balme, Alan Code, Geoffrey Lloyd, Allen Gotthelf, Martha Nussbaum và Malcolm Schofield đặc biệt hữu ích. Tại Hội nghị Chuyên đề của Phân khoa Thái Bình Dương APA, về “việc Phân loại và Giải thích ngành Sinh vật học của Aristotle” (tháng 3 năm 1986), các đóng góp của David Charles và Allan Gotthelf đã giúp làm sáng tỏ nhiều vấn đề có liên quan đến chủ đề của tài liệu này và chỉ ra một số điểm yếu ở tác phẩm trước đó. Trong cuộc hội nghị, về “sự Tương tác của Khoa học và Triết học ở Hy Lạp thế kỷ V và IV”, do Viện Nghiên cứu Triết học và Khoa học Cổ điển tổ chức (ngày 30 tháng 5 – ngày 01/06/1986), Charles Kahn, Joan Kung hậu duệ, Geoffrey Lloyd, Cha Joseph Owens và Robert Turnbull đã đưa ra những đề xuất hữu ích. Ngoài ra, Michael Ferejohn và Geoffrey Lloyd đã trình bày những phê bình viết tay rất hữu dụng. Bài viết này, cũng như tất cả công trình nghiên cứu của tôi về ngành sinh vật học của Aristotle, mang ơn về mọi mặt các tranh luận với Allan Gotthelf về chủ đề này.

MỤC LỤC

	Trang
Lời nói đầu	5
Giới thiệu tác giả các bản tham luận	9
1. Một số nhận xét về nguồn gốc triết học và khoa học Hy Lạp	
CHARLES H. KAHN	15
2. Khoa học của Plato – Quan điểm của ông và quan điểm của chúng tôi về ông	
ALEXANDER P. D. MOURELATOS	30
3. Quan niệm của Aristotle về khoa học thuần nhất và khoa học ứng dụng	
JOSEPH OWENS CSsR	58
4. Khoa học Plato và Aristotle	
ROBERT G. TURNBULL	75
5. Ý niệm về điểm bắt nguồn toán học của Plato, Aristotle, và Euclid	
IAN MUELLER	100
6. Tỷ lệ và phân lượng trong toán học Hy Lạp buổi ban đầu	
D. H. FOWLER	160
7. Điều Euclid muốn nói: Về việc sử dụng phép chứng minh trong nghiên cứu toán học cổ đại	
WILBUR R. KNORR	189
8. Thuyết <i>Sectio canonis</i> của Euclid và Lịch sử của Chủ nghĩa Pythagore	
ALAN C. BOWEN	255

9. Hòa âm học của Aristoxenus và lý thuyết khoa học của Aristotle	
ANDREW D. BARKER	291
10. Quan hệ giữa hình học và lượng giác cầu Hy Lạp đối với thiên văn học Hy Lạp buổi ban đầu	
J. L. BERGGREN	354
11. Định nghĩa, tình trạng và các phương pháp y khoa Texv trong thế kỷ V và IV trước Công nguyên (CN)	
G. E. R. LLOYD	389
12. . Mối quan hệ giữa các số liệu và sự chứng minh: Môn giải tích và lịch sử động vật	
JAMES G. LENNOX	407

KHOA HỌC VÀ TRIẾT HỌC HY LẠP CỔ ĐẠI

- ALAN C. BOWEN -

Chịu trách nhiệm xuất bản :
VŨ AN CHUONG

Biên tập : NGUYỄN THẾ VINH
Trình bày : Minhtri Design Co.
Vẽ bìa : Họa sĩ Nguyễn Hùng
Sửa bản in : Lê Sơn

NHÀ XUẤT BẢN VĂN HÓA THÔNG TIN
43 Lê Đức - Hà Nội

Liên kết xuất bản :

CTY VĂN HÓA MINH TRÍ - NS. VĂN LANG
25 Nguyễn Thị Minh Khai, Q.1, TP.HCM
ĐT : 8.242157 - 8233022 - Fax : 84.8.235079

In 1000 cuốn khổ 14.5 x 20.5cm tại Xưởng in CN Trung Tâm Hội Chợ Triển Lãm Việt Nam.
Giấy chấp nhận đăng ký KHXB số 582/XB-QLXB Cục xuất bản cấp ngày 30.05.2003. Trích
ngang kế hoạch xuất bản số 23/VHTT Nhà xuất bản Văn Hóa Thông Tin cấp ngày
1.7.2003. In xong và nộp lưu chiểu quý 1 năm 2004.

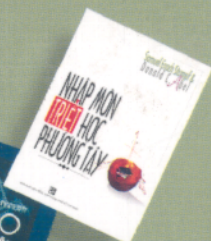


KHOA HỌC VÀ TRIẾT HỌC HY LẬP CỔ ĐẠI



ATLANT C.BOWEN

NHÀ XUẤT BẢN VĂN HÓA THÔNG TIN



Nhà Sách
VĂN LANG

25 Nguyễn Thị Minh Khai, Q. TP. HCM
ĐT: 8242157 - 8233022 - FAX: 8235079
9 Phan Đăng Lưu, Q. TP. HCM - ĐT: 8413306
E-mail: vanlangmt@yahoo.com



8935073 008603

Giá: 55.000đ